

УДК 681.5.015

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
БЫСТРЫХ ТЕРМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВА.А. Капитонов<sup>а</sup>, С.В. Арановский<sup>а</sup><sup>а</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, s.aranovskiy@gmail.com

**Аннотация.** Рассматривается задача идентификации параметров нелинейной математической модели, описывающей быстрые термические процессы. Для оценивания параметров модели предложен гибридный метод, сочетающий аналитическое решение и использование методов численной оптимизации. На первом этапе по экспериментальным данным оценивается значение скорости изменения температуры, что позволяет записать исходную нелинейную модель как модель линейной регрессии и найти оценку параметров методом наименьших квадратов. Полученная оценка используется как начальное значение при численном решении задачи минимизации ошибки предсказания, что позволяет сформировать оптимальный предиктор. Предложенный алгоритм апробирован на экспериментальной установке для газофазной эпитаксии, полученные оценки параметров нелинейной модели позволяют с высокой точностью прогнозировать изменения температуры.

**Ключевые слова:** идентификация нелинейной модели, минимизация ошибки предсказаний, быстрые термические процессы, газофазная эпитаксия.

**Благодарности.** Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) и при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 14.Z50.31.0031).

## IDENTIFICATION OF NONLINEAR MODEL PARAMETERS FOR RAPID THERMAL PROCESSES

А.А. Kapitonov<sup>а</sup>, S.V. Aranovskiy<sup>а</sup><sup>а</sup> ITMO University, Saint Petersburg, Russia, s.aranovskiy@gmail.com

**Abstract.** A problem of parameters identification is considered for a nonlinear model of rapid thermal processes. A hybrid approach is proposed for parameter estimation combining both analytical solution and numerical optimization. At the first step, the rate of temperature change is estimated from experimental data, which makes it possible to rewrite the considered nonlinear model as a linear regression and estimate the parameters by the least-squares method. Further, this estimation is used as an initial guess for numerical optimization of prediction error minimization problem, thus the optimal predictor is obtained. The proposed approach was verified at an experimental setup for vapor deposition processing; the resulting estimates provide high-quality temperature prediction.

**Keywords:** nonlinear system identification, prediction error minimization, rapid thermal processes, vapor deposition processing.

**Acknowledgements.** This work was partially financially supported by the Government of the Russian Federation (grant 074-U01), the Russian Ministry of Education and Science (project 14.Z50.31.0031).

К быстрым термическим процессам (БТП) относят такие процессы, при которых скорость изменения температуры составляет единицы или десятки градусов в секунду. Такие процессы встречаются в широком спектре практических задач: закалка и плавка металлов, выращивание полупроводниковых структур и др. Для регулирования температуры в БТП требуется разработка специальных систем управления, что требует, в том числе, решения задачи идентификации. В настоящей работе предлагается метод идентификации параметров математической модели БТП. Экспериментальные исследования проводятся на исследовательском оборудовании для газофазной эпитаксии Epiquip, используемом в ФТИ им. Иоффе [1].

На основе работ [2–4] можно записать модель БТП, протекающих в рассматриваемой установке, построенную на основе уравнения баланса энергии:

$$\dot{T}(t) = -a_r T^4(t) - a_c T(t) + bu(t) + C, \quad (1)$$

где  $T(t) > 0$  – температура подложкодержателя в точке измерения; коэффициент  $a_r > 0$  описывает потери тепла за счет излучения; коэффициент  $a_c > 0$  описывает потери тепла за счет конвекции и теплопередачи; коэффициент  $b > 0$  описывает приток тепла за счет индуктора; константа  $C > 0$  описывает совокупный приток тепла от внешней среды, связанный с переизлучением, конвекцией и теплопередачей;  $u(t) > 0$  – сигнал управления, соответствующий подаваемой мощности. В пределах одного рабочего режима параметры модели (1) можно считать постоянными. Ставится задача идентификации параметров нелинейной модели (1) на основе экспериментальных данных. Целью идентификации является получение оценок параметров модели, которые будут далее использоваться для моделирования БТП, оценки вариативности параметров в различных рабочих режимах, оценки достижимого качества регулирования и т.п.

Для определения параметров модели (1) могут использоваться два подхода: сведение нелинейной модели (1) к модели линейной регрессии с последующим использованием метода наименьших квадратов [5], или использование метода минимизации ошибки предсказаний [5–7]. К преимуществам первого под-

хода относится наличие аналитического решения, однако для формирования модели линейной регрессии требуется получение оценки скорости изменения температуры  $T'(t)$ , т.е. проведение процедуры численного дифференцирования, неизбежно связанного с ошибками оценивания [8]. Метод минимизации ошибки предсказаний для нелинейных систем основан на построении предиктора с использованием процедуры численной оптимизации и не требует оценивания производной, однако является чувствительным к начальным условиям и более вычислительно емким.

Для решения задачи идентификации предлагается гибридный подход, сочетающий оба метода. Вначале по данным экспериментов оценивается скорость изменения температуры, формируется модель линейной регрессии и с использованием метода наименьших квадратов формируется приближенная оценка параметров. Затем полученная оценка используется как начальное приближение для метода минимизации ошибки предсказаний, что позволяет сформировать оптимальный предиктор и получить уточненные оценки параметров.

Допустим, что эксперимент проводился на отрезке времени от  $t_0$  до  $t_f$ , и в ходе эксперимента были измерены значения температуры  $T(t_k)$  и входного сигнала  $u(t_k)$  в моменты времени  $t_0 \leq t_k \leq t_f$ ,  $k = 1, \dots, N$ , где  $N$  – общее количество измерений. Тогда по измеренным значениям температуры могут быть получены численные оценки скорости изменения температуры  $\hat{T}'_k$  с использованием методов численного дифференцирования [8]. Выражение (1) может быть представлено как модель линейной регрессии:

$$\hat{T}'_k = [T^A(t_k), T(t_k), u(t_k), 1] \cdot [-a_r, -a_c, b, C]^T = \Psi^T(t_k)\theta.$$

Тогда для совокупности всех измерений можно записать:

$$\mathbf{Y} = \Psi\theta,$$

где  $\mathbf{Y} = \text{col}\{\hat{T}'_k\}$  –  $N$ -мерный вектор;  $\Psi = \text{col}\{\Psi^T(t_k)\}$  – матрица  $N \times 4$ , и оценка вектора неизвестных параметров может быть найдена как

$$\hat{\theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{Y}. \quad (2)$$

Далее сформируем предиктор температуры, позволяющий получить оценку температуры в момент времени  $t_0 \leq t \leq t_f$  при известном начальном значении, входном сигнале и параметрах, задаваемых вектором  $\theta$ :

$$T_{pred}(t, \theta) = \mathcal{P}\{T(t_0), \theta, u(\tau : t_0 \leq \tau \leq t)\}. \quad (3)$$

Как правило, предиктор реализуется путем численного решения дифференциального уравнения (1) при заданных параметрах. Рассмотрим критерий, основанный на минимизации ошибки предсказания,

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N (T(t_k) - T_{pred}(t_k, \theta))^2 = \sum_{k=1}^N e(t_k, \theta)^2. \quad (4)$$

Известно [5, 6], что оценка параметров, минимизирующая критерий (4), является оптимальной в статистическом смысле, т.е. соответствует критерию максимального правдоподобия в предположении о независимости шумов измерений. Такая оценка может быть найдена с использованием методов нелинейной численной оптимизации как

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} J(\theta). \quad (5)$$

Так как многие алгоритмы нелинейной численной оптимизации чувствительны к выбору начального приближения, то в качестве такового предлагается брать оценку (2).

Запишем итоговый алгоритм идентификации.

- A1. По результатам эксперимента получить набор измеренных значений температуры  $T(t_k)$  и входного сигнала  $u(t_k)$  в моменты времени  $t_0 \leq t_k \leq t_f$ ,  $k = 1, \dots, N$ .
- A2. С использованием методов численного дифференцирования получить оценки скорости изменения температуры в моменты времени  $t_k$ :  $\hat{T}'_k$ .
- A3. Найти оценку параметров  $\hat{\theta}_0$  в соответствии с методом наименьших квадратов (2).
- A4. Сформировать предиктор (3), способный по начальным данным, входному сигналу и набору параметров  $\theta$  получить предсказания выхода системы для всех моментов времени  $t_k$ .
- A5. С использованием методов численной оптимизации найти оптимальную оценку вектора параметров как (5). При этом полученное ранее значение  $\hat{\theta}_0$  может использоваться как начальное приближение искомой оценки.

Предложенный алгоритм идентификации был использован для определения параметров математической модели (1) при описании БТП в исследовательском оборудовании Eriqur для газозафазной

эпитаксии в диапазоне температур от 800 К до 900 К. На вход системы подавался синусоидальный сигнал с нарастающей частотой, что позволило возбудить в системе колебания на частотах от 0,01 Гц до 0,05 Гц. На рисунке представлены совмещенные графики измеренной на опытном оборудовании температуры и предсказания температуры, полученные с помощью предиктора с идентифицированными предложенным алгоритмом параметрами. Высокая точность предсказания подтверждает применимость предложенного алгоритма.

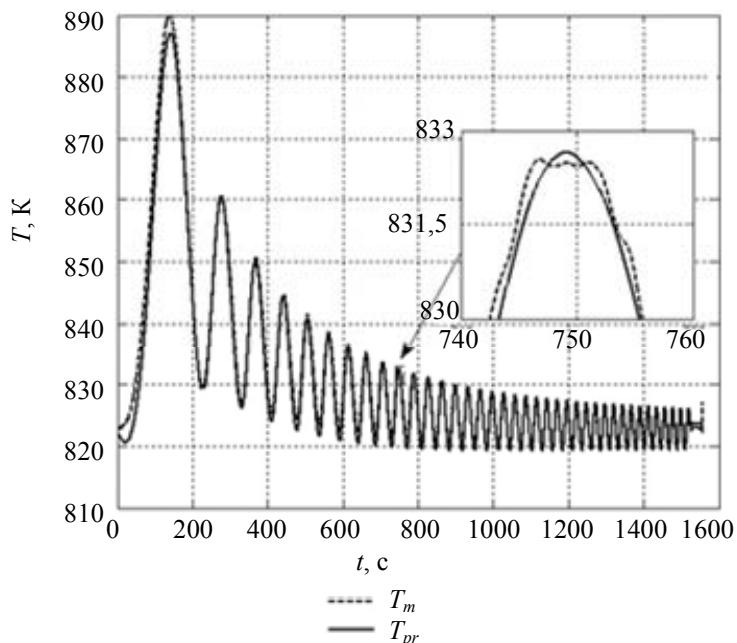


Рисунок. Сравнение измеренной температуры  $T_m(t)$  и предсказания, сформированного предиктором с идентифицированными параметрами  $T_{pr}(t)$

1. Лундин В.В., Сахаров А.В., Цацульников А.Ф., Заварин Е.Е., Бесюлькин А.И., Фомин А.В., Сизов Д.С. Выращивание эпитаксиальных слоев AlGaIn и сверхрешеток AlGaIn/GaN методом газовой фазной эпитаксии из металлоорганических соединений // Физика и техника полупроводников. 2004. Т. 38. № 6. С. 705–709.
2. Schaper C.D., Cho Y.M., Park P., Norman S.A., Gyugyi P., Hoffmann G., Balemi S., Boyd S.P., Franklin G., Kailath T., Saraswat K.C. Modeling and control of rapid thermal processing // Proc. SPIE – The International Society for Optical Engineering. 1992. V. 1595. P. 2–17.
3. Schaper C.D., Moslehi M.M., Saraswat K.C., Kailath T. Modeling, identification, and control of rapid thermal processing systems // Journal of the Electrochemical Society. 1994. V. 141. N 11. P. 3200–3209.
4. Ebert J., De Roover D., Porter L.L., Lisiewicz V.A., Ghosal S., Kosut R.L., Emami-Naeini A. Model-based control of rapid thermal processing for semiconductor wafers // Proceedings of the American Control Conference. 2004. V 5. P. 3910–3921.
5. Льюнг Л. Идентификация систем: Теория для пользователя: Пер. с англ. М.: Наука, 1991. 432 с.
6. Astrom K.J. Maximum likelihood and prediction error methods // Automatica. 1980. V. 16. N 5. P. 551–574.
7. Söderström T., Stoica P., Friedlander B. An indirect prediction error method for system identification // Automatica. 1991. V. 27. N. 1. P. 183–188.
8. Diop S., Grizzle J.W., Chaplais F. On numerical differentiation algorithms for nonlinear estimation // Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control. 2000. V. 2. P. 1133–1138.

**Капитонов Александр Александрович**

— аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, kap2fox@gmail.com

**Арановский Станислав Владимирович**

— кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, s.aranovskiy@gmail.com

**Alexander A. Kapitonov**

— postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, kap2fox@gmail.com

**Stanislav V. Aranovskiy**

— PhD, Senior researcher, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, s.aranovskiy@gmail.com

Принято к печати 10.06.14

Accepted 10.06.14