УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
март–апрель 2015 Том 15 № 2 ISSN 2226-1494 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
March–April 2015 Vol. 15 No 2 ISSN 2226-1494 http://ntv.ifmo.ru/en

УДК 519.872

КОМПАКТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МАТРИЦЫ ПРИОРИТЕТОВ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Т.И. Алиев[a]
[a] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
Адрес для переписки: aliev@cs.ifmo.ru

Информация о статье
Поступила в редакцию 13.11.14, принята к печати 21.01.15
doi:10.17586/2226-1494-2015-15-2-356-358
Язык статьи – русский
Ссылка для цитирования: Алиев Т.И. Компактное представление матрицы приоритетов большой размерности // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Том 15. № 2. С. 356–358.

Аннотация. Предлагаются способы компактного представления матрицы приоритетов большой размерности, используемой для описания дисциплин приоритетного обслуживания заявок в системах с неоднородной нагрузкой. Это позволяет существенно уменьшить размерность матрицы приоритетов по сравнению с исходной в случае большого числа классов заявок, поступающих в систему. Рассмотрены два способа представления компактной матрицы приоритетов – для канонической и неканонической исходной матрицы. Показано взаимно однозначное соответствие между матрицей приоритетов и ее компактным представлением. Получены выражения для пересчета элементов исходной матрицы приоритетов в элементы компактного представления и обратно. Для канонических и неканонических компактных матриц приоритетов сформулированы правила построения корректных матриц.
Ключевые слова: дисциплина обслуживания, матрица приоритетов, каноническая матрица приоритетов, компактная матрица приоритетов.

COMPACT REPRESENTATION OF THE PRIORITY MATRIX WITH HIGH DIMENSIONALITY

T.I. Aliev[a]
[a] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation
Corresponding author: aliev@cs.ifmo.ru

Article info
Received 13.11.14, accepted 21.01.15
doi:10.17586/2226-1494-2015-15-2-356-358
Article in Russian
For citation: Aliev T.I. Compact representation of the priority matrix with high dimensionality. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol.15, no. 2, pp. 356–358. (in Russian)

Abstract. We propose methods for compact representation of priority matrix with high dimensionality, which is used to describe priority queueing disciplines of demands in systems with nonhomogeneous load. This considerably decreases dimensionality of the priority matrix in comparison with original values in case that the number of classes of demands, entering the system, is large. Two methods for compact representation of priority matrix are considered: for canonical and non-canonical original matrix. It is shown that there is one-to-one correspondence between priority matrix and its compact representation. Mathematical expressions are derived for forward and backward recalculation of elements of original priority matrix into its compact representation. Rules governing the construction of correct matrixes are given for canonical and non-canonical priority matrixes.
Keywords: queueing discipline, priority matrix, canonical priority matrix, compact priority matrix.

При исследовании вычислительных систем и сетей [1, 2], моделями которых служат системы массового обслуживания с неоднородным потоком заявок [3, 4], используются различные способы описания приоритетных дисциплин обслуживания заявок разных классов [5, 6]. Одним из наиболее эффективных среди них является матрица приоритетов (МП) $\mathbf{Q}=[q_{ij}\ (i,j=1,\ldots,H)]$, предложенная в [6], размерность которой определяется числом классов заявок H, поступающих в систему. Элемент q_{ij} матрицы задает приоритет заявок класса i (i-заявок) по отношению к заявкам класса j (j-заявкам): 0 – нет приоритета, 1 – относительный приоритет (ОП), 2 – абсолютный приоритет (АП). Матричное представление позволяет охватить большое множество дисциплин приоритетного обслуживания и обеспечить требуемое качество функционирования системы при наличии ограничений на времена пребывания в системе заявок разных классов [7, 8].

Решение задач большой размерности, когда число классов заявок достигает нескольких десятков и сотен, требует разработки способов компактного представления матрицы приоритетов, число элементов которой растет пропорционально квадрату числа классов заявок. Компактное представление МП позволяет значительно сократить размер матрицы. К тому же МП является избыточной, поскольку только $H(H-1)/2$ элементов являются информативными, а остальные $H(H+1)/2$ элементов будут равны нулю в соответствии с требованиями, предъявляемыми к МП [7]. В частности, в канонических МП значения элементов, находящихся на главной диагонали и ниже нее, всегда равны 0.

Для компактного представления канонических МП можно использовать матрицу, содержащую две строки и H столбцов:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1H} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2H} \end{bmatrix},$$

где z_{1j} и z_{2j} – число элементов в столбце $j=\overline{1,H}$ исходной МП $\mathbf{Q}$, значения которых соответственно равны 2 и 1.

Элементы z_{1j} и z_{2j} определяют число классов заявок, имеющих по отношению к заявкам класса j АП и ОП соответственно, причем $z_{1j}+z_{2j}<H \quad (j=\overline{1,H})$.

Размерность компактной матрицы приоритетов (КМП) $\mathbf{Z}$ равна $2H$, что в $H/2$ раз меньше размерности исходной МП $\mathbf{Q}$.

Элементы исходной МП $\mathbf{Q}$, используемые в формулах для расчета времени ожидания и пребывания заявок в системе [7], определяются по значениям элементов КМП $\mathbf{Z}$ следующим образом:

$$q_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{если} \quad i \le z_{1j}; \\ 1, & \text{если} \quad z_{1j} < i \le z_{1j}+z_{2j}; \\ 0, & \text{если} \quad i > z_{1j}+z_{2j}. \end{cases}$$

Для обеспечения корректности КМП $\mathbf{Z}$ по аналогии с каноническими МП $\mathbf{Q}$ [7] разработаны правила ее построения:

1. для любого $j=\overline{1,H-1}$: $\hat{z}_j \le \hat{z}_{j+1}$, где $\hat{z}_j = z_{1j}+z_{2j}$;
2. если $\hat{z}_j = \hat{z}_{j+1} = \ldots = \hat{z}_{j+m} \quad (j=\overline{1,H-m-1}; \quad m \ge 1)$, то:
   1. $\hat{z}_{j+m+1} \ge \hat{z}_j + m$;
   2. $z_{1j+m+1} \ge m$ или $z_{2j+m+1} \ge m$.

Эти правила соответствуют правилам строки и бесприоритетной группы (БП-группы) для канонических МП $\mathbf{Q}$ [7]. Отсутствие правила, соответствующего правилу столбца, объясняется тем, что переход от КМП $\mathbf{Z}$ к развернутому представлению $\mathbf{Q}$ автоматически приводит к МП, в которой выполняется правило столбца.

Для представления МП произвольного вида (неканонических) в матрицу $\mathbf{Z}$ достаточно ввести третью строку, элементы которой z_{3j} определяют уровень приоритета j-заявок, т.е. задают приоритетную последовательность. Эти элементы могут быть определены в результате упорядочения в возрастающей последовательности сумм $(z_{1j}+z_{2j})$, т.е. по правилу $z_{3j}<z_{3k}$, если $(z_{1j}+z_{2j})<(z_{1k}+z_{2k})$, причем если $(z_{1j}+z_{2j})=(z_{1k}+z_{2k})$, то $z_{3j}<z_{3k}$ только в случае $z_{1j}<z_{1k}$. Если же $z_{1j}=z_{1k}$, то $z_{3j}=z_{3k}$, т.е. заявки классов j и k образуют БП-группу. Однако представляется более целесообразным не вычислять элементы z_{3j} всякий раз, а хранить их в третьей строке компактной матрицы.

Таким образом, компактная матрица $\mathbf{Z}_\text{O}$ в общем случае будет иметь вид

$$\mathbf{Z}_\text{O} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1H} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2H} \\ z_{31} & z_{32} & \dots & z_{3H} \end{bmatrix}.$$

Компактная матрица $\mathbf{Z}_\text{O}$ по сравнению с исходной МП $\mathbf{Q}$ содержит в $H/3$ раз меньше элементов.

Элементы исходной МП $\mathbf{Q}$ определяются следующим образом:

– если $z_{3i} \ge z_{3j}$, то $q_{ij}=0$;

– если $z_{3i} < z_{3j}$, то $q_{ij} = \begin{cases} 2, & \text{если} \quad z_{3i} \le z_{1j}; \\ 1, & \text{если} \quad z_{1j} < z_{3i} \le \hat{z}_j; \\ 0, & \text{если} \quad z_{3i} > \hat{z}_j. \end{cases}$

Например, для компактной матрицы приоритетов

$$\mathbf{Z}_{\mathrm{O}} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

применение описанной процедуры определения значений элементов приводит к следующей МП:

$$\mathbf{Q} = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 6 & 2 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{array}.$$

Заметим, что во втором и шестом столбцах КМП $\mathbf{Z}_{\mathrm{O}}$ значения уровня приоритета одинаковы и равны 3. Это означает, что заявки 2-го и 6-го классов имеют одинаковый уровень приоритета, т.е. образуют БП-группу.

Правила построения корректных КМП $\mathbf{Z}_{\mathrm{O}}$ формулируются следующим образом:

1. если $z_{3j} \le z_{3k}$, то $\hat{z}_j \le \hat{z}_k \quad (j,k = \overline{1,H})$;
2. если $\hat{z}_{j_1} = \hat{z}_{j_2} = ... = \hat{z}_{j_m}$, то для j и l, определяемых соответственно из условий: $z_{3j} = \max\{z_{3j_1},...,z_{3j_m}\}$ и $z_{3l} = z_{3j} + 1$, должны выполняться следующие соотношения:
   1. $\hat{z}_l \ge \hat{z}_j + m$;
   2. $z_{1l} \ge m$ или $z_{2l} \ge m$,

где $j_1, j_2,.., j_m, j, l = \overline{1,H}$; $j_1 \ne j_2 \ne ... \ne j_m$; $m \ge 2$.

Если КМП $\mathbf{Z}_{\mathrm{O}}$ не удовлетворяет перечисленным условиям, то она является некорректной.

Литература

1. Aliev T.I., Nikulsky I.Y., Pyattaev V.O. Modeling of packet switching network with relative prioritization for different traffic types // Proc. 10th Int. Conf. on Advanced Communication Technology (ICACT-2008). Phoenix Park, South Korea, 2008. Art. 4494220. P. 2174–2176. doi: 10.1109/ICACT.2008.4494220
2. Муравьева-Витковская Л.А. Обеспечение качества обслуживания в мультисервисных компьютерных сетях за счет приоритетного управления // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55. № 10. С. 64–68.
3. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. 363 с.
4. Рыжиков Ю.И. Средние времена ожидания и пребывания в многоканальных приоритетных системах // Информационно-управляющие системы. 2006. № 6. С. 43–49.
5. Alfa A.S. Matrix-geometric solution of discrete time MAP/PH/1 priority queue // Naval Research Logistics. 1998. V. 45. N 1. P. 23–50.
6. Основы теории вычислительных систем / Под ред. С.А. Майорова. М.: Высшая школа, 1978. 408 с.
7. Алиев Т.И., Махаревс Э. Дисциплины обслуживания на основе матрицы приоритетов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 6 (94). С. 91–97.
8. Алиев Т.И. Проектирование систем с приоритетами // Изв. вузов. Приборостроение. 2014. Т. 57. № 4. С. 30–35.

Алиев Тауфик Измайлович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, aliev@cs.ifmo.ru

Taufik I. Aliev – D.Sc., Professor, Head of Chair, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, aliev@cs.ifmo.ru