



УДК 532.529

ГИСТЕРЕЗИС ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ВСТРЕЧНЫХ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ЧИСЛА МАХА

П.В. Булат^a, П.В. Денисенко^{a,b}, Н.В. Продан^a, В.В. Упырев^a

^a Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

^b Университет Уорвика, Ковентри, CV4 7AL, Великобритания

Адрес для переписки: pavelbulat@mail.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 16.04.15, принята к печати 05.06.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-5-930-941

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Булат П.В., Денисенко П.В., Продан Н.В., Упырев В.В. Гистерезис интерференции встречных скачков уплотнения при изменении числа Маха // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 5. С. 930–941.

Аннотация

Предмет исследования. Рассматривается интерференция встречных скачков уплотнения, а также отражение косоугольного скачка от стенки. Существует два принципиально различающихся режима взаимодействия встречных скачков: четырехволновой регулярный и пятиволновой нерегулярный. Переход от одного режима к другому может быть нестационарным, скачкообразным или плавным, также он может сопровождаться гистерезисом. Под гистерезисом понимают возможность существования при одних и тех же параметрах интерференции двух различных видов ударно-волновых структур. Реализация того или иного решения зависит от направления и, возможно, скорости изменения параметров. Гистерезис при интерференции встречных скачков и при отражении косоугольного скачка уплотнения от стенки изучается с середины 60-х годов XX века, но наиболее активно – в течение последних 20 лет. Это связано, в частности, с разработкой новых типов воздухозаборников внутреннего и смешанного сжатия, предназначенных для больших сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростей. Несмотря на активные исследования проблемы, многие вопросы остались невыясненными, в том числе несовпадение результатов вычислительных и физических экспериментов с данными, полученными с помощью аналитической теории интерференции стационарных газодинамических разрывов, а также влияние скорости изменения параметров, точности вычислений, числа узлов разностной сетки. В настоящей работе рассматривается влияние двух факторов: ранга разностной сетки и степени размытия фронта скачков уплотнения. **Основные результаты.** Как показали аналитические и численные расчеты, размытие скачков и переход от мелкой разностной сетки к более грубой сопровождается сужением области гистерезиса, т.е. моменты перехода от регулярного отражения к нерегулярному и обратно удаляются от предсказанных теорией. Измельчение сетки приводит к сходимости решения к результатам теории интерференции стационарных газодинамических разрывов. **Практическая значимость.** Результаты работы дополняют теорию интерференции стационарных газодинамических разрывов и могут быть использованы при проектировании перспективных образцов сверхзвуковых и гиперзвуковых летательных аппаратов.

Ключевые слова

ударная волна, скачок уплотнения, маховское отражение, встречные скачки уплотнения, ударно-волновые структуры, гистерезис.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (Соглашение № 14.575.21.0057).

INTERFERENCE HYSTERESIS OF COUNTERPROPAGATING SHOCK WAVES AT A CHANGE IN MACH NUMBER

P.V. Bulat^a, P.V. Denissenko^{a,b}, N.V. Prodan^a, V.V. Upyrev^a

^a ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

^b University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, United Kingdom

Corresponding author: pavelbulat@mail.ru

Article info

Received 16.04.15, accepted 05.06.15

doi:10.17586/2226-1494-2015-15-5-930-941

Article in Russian

For citation: Bulat P.V., Denissenko P.V., Prodan N.V., Upyrev V.V. Interference hysteresis of counterpropagating shock waves at a change in Mach number. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol. 15, no. 5, pp. 930–941.

Abstract

Subject of Study. We study the interference of counterpropagating shock waves and oblique shock reflection from the wall. There are two fundamentally different interaction modes of counterpropagating shocks: four-wave regular and five-wave irregular ones. The transition from one mode to another can be abrupt or smooth; it can also be accompanied by hysteresis. Hysteresis is the existence of two different types of shock-wave structures with the same parameters of interference. The implementation of a particular decision depends on the direction and perhaps the rate of change of parameters. Hysteresis in the interference of counterpropagating shocks and oblique shock wave reflection from the wall has been studying since the mid-60s of the XX-th century, the most actively in the past 20 years. This is due to the development of new types of internal and mixed compression intakes, in particular, intended for high supersonic and hypersonic speeds. Despite of problem research for many years, many questions still remain unclarified and among them nonconcurrence of the numerical and physical experiment results with the data obtained by analytical theory of interference stationary gas-dynamic discontinuities, the effect of the rate change for parameters, the accuracy of calculations, the difference grid density. The present paper deals with the impact of two factors: the rank of difference grid and blurring degree of shock waves front. **Main Results.** Analytical and numerical calculations have shown that blurring of shock waves and the transition from small difference grid to a coarser one is accompanied by narrowing of the hysteresis domain, i.e. the transitions from regular to irregular reflection and backwards are more different from those predicted by the theory. Reducing the size of the difference grid cells leads to solution convergence to the results of interference theory of stationary gas-dynamic discontinuities. **Practical Relevance.** Obtained findings complement the interference theory of stationary gas-dynamic discontinuities and are usable in the design of advanced models of supersonic and hypersonic aircrafts.

Keywords

shock wave, Mach reflection, counterpropagating shock waves, shock-wave structures, hysteresis.

Acknowledgement

The work was carried out under financial support from the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Agreement No.14.575.21.0057).

Введение

Цель работы – выявить влияние ранга разностной сетки и степени размытия скачков уплотнения на момент перехода от регулярного отражения (РО) к нерегулярному (НО) маховскому отражению и обратно при проведении вычислительных экспериментов. Результаты численного расчета сравниваются с аналитическими результатами, полученными с помощью критерия перехода РО \rightleftharpoons НО, названного фон Нейманом [1] критерием отсоединения, и критерия стационарной маховской конфигурации (СМК), который в иностранной литературе иногда называют критерием механического равновесия фон Неймана или коротко просто критерием фон Неймана.

Математическая теория интерференции встречных скачков (ВСУ) и отражения косого скачка от стенки приведены в работах [2, 3]. Полная теория интерференции стационарных газодинамических разрывов (ГДР) приведена в монографии [4]. Концепция ГДР и методы расчета параметров на них рассмотрены в работах [5–7]. Различные виды интерференции встречных скачков и отражения косого скачка уплотнения от стенки показаны на рис. 1.

Взаимодействие встречных скачков является обобщением случая отражения косого скачка от стенки. Отличие заключается в том, что картина течения может быть несимметричной. Отражение скачка от оси симметрии имеет свои особенности [8–10] и здесь не рассматривается. Наиболее полный обзор проблемы интерференции встречных скачков уплотнения и отражения косого скачка от стенки приведен в монографии Бен-Дора [11].

В некотором диапазоне параметров законы динамической совместности в ударно-волновых структурах (УВС) допускают как регулярное, так и нерегулярное взаимодействие скачков. Вся плоскость параметров $M-\beta$ может быть разбита на три области: выше кривой M_0 , ниже кривой M_R и между ними (рис. 2). Кривая M_0 соответствует пересечению вторичной поляры, построенной по параметрам за проходящим скачком уплотнения, с вершиной поляры, построенной по числу Маха исходного невозмущенного потока (критерий СМК или критерий фон Неймана). На рис. 2 во вставках приведены фрагменты ударных поляр, соответствующих симметричному взаимодействию ВСУ или отражению косого скачка от стенки. Кривая M_R соответствует касанию вторичной поляры оси ординат (критерий отсоединения). Между кривыми M_0 и M_R вторичная поляра пересекается как с основной полярой, так и с осью ординат, соответственно условиями динамической совместности допускается как РО, так и НО. То, какой из возможных типов интерференции реализуется, зависит от направления изменения параметров, что ведет к гистерезису [12] при увеличении и уменьшении числа Маха перед ударно-волновой структурой.

На рис. 2 видно, что имеется предельный угол клина β_0 , при котором может существовать гистерезис. Действительно, при углах клина больше 21° , существует только две области: НО ниже M_R и область неоднозначности выше M_R . Никакого гистерезиса, вроде бы, быть не должно, и переключение от НО к РО должно происходить на линии M_R . Однако и численные расчеты, и физический эксперимент опровергают этот тезис, гистерезис в результатах явно виден.

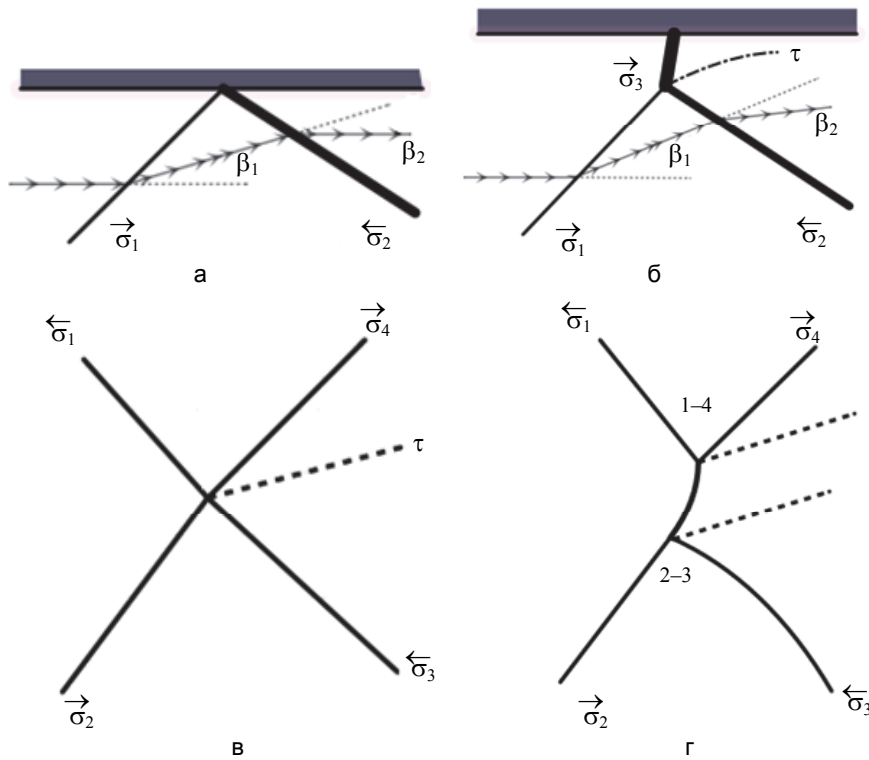


Рис. 1. Различные виды интерференции встречных скачков: регулярное отражение косога скачка уплотнения от стенки (а); нерегулярное отражение скачка уплотнения от стенки (б); регулярная интерференция встречных скачков уплотнения (в); нерегулярная интерференция встречных скачков уплотнения (г); β_i – угол разворота потока на i -ом скачке; σ_i – скачки уплотнения; τ – тангенциальный разрыв; стрелки \rightarrow и \leftarrow над обозначением скачков показывают направление разворота потока на скачке; скачки показаны сплошными линиями; линии со стрелками – линии тока

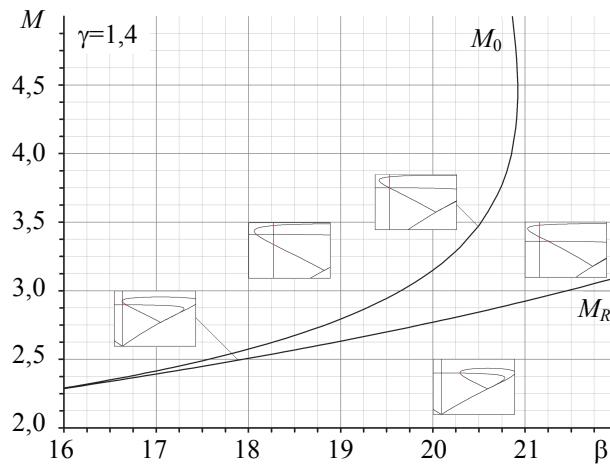


Рис. 2. Области существования регулярного и нерегулярного отражений: M – число Маха набегающего потока; M_0 – числа Маха, соответствующие критерию стационарной маховской конфигурации (критерий фон Неймана) перехода между регулярным и нерегулярным отражениями; M_R – числа Маха, соответствующие критерию отсоединения; β – угол разворота потока на скачке (угол клина); γ – показатель адиабаты. Область регулярного отражения лежит выше кривой M_0 . Область нерегулярного отражения лежит ниже кривой M_R . Область, в которой условия динамической совместности допускают как регулярное, так и нерегулярное отражение, лежит между кривыми M_0 и M_R

Наибольший вклад в изучение феномена гистерезиса при взаимодействии встречных скачков и отражении косога скачка от стенки внесли сотрудники Института теоретической и прикладной механики (ИТПМ) Сибирского отделения РАН [13, 14], а также Бен-Дор [15, 16]. Стоит отметить их совместную работу [17], в которой изучались также и асимметричные случаи взаимодействия встречных скачков. Сравнение работы Бен-Дора [15] с предыдущей редакцией сборника [11] демонстрирует эволюцию взглядов на проблему гистерезиса. Бен-Дор, Т. Ельперин и Е.И. Васильев изучили с помощью численных

методов гистерезис при взаимодействии конических скачков [18]. В этих работах было показано, что гистерезис существует как при изменении угла клина, так и при изменении числа Маха. Но и в численных, и физических экспериментах моменты переключения от РО к НО и обратно заметно отличались от теоретических значений, предсказываемых критериями отсоединения и СМК.

В докторской диссертации Е.И. Васильева [19] гистерезис исследован численным методом с выделением разрывов. Показано, что увеличение густоты разностной сетки приближает численные результаты к результатам, полученным аналитически в соответствии с критериями отсоединения и СМК. Однако не было определено, сходится ли решение к предсказанному теорией или к какому-то другому. Кроме того, в ряде расчетов при помощи консервативных разностных схем получен парадоксальный результат – переход от РО к НО происходил ниже линии M_R . Но в этой области условия динамической совместности, полученные из законов сохранения, запрещают существование РО, а условие консервативности разностной схемы подразумевает строгое выполнение законов сохранения. Стало очевидно, что на результаты численного решения существенно влияет схемная вязкость и порядок аппроксимации используемой в расчетах разностной схемы.

В диссертации Д.В. Хотяновского [20] явление гистерезиса было исследовано с помощью разностных схем ENO и WENO повышенного класса точности. Приведены основные сведения о ранних экспериментальных и расчетных работах. Полученные результаты демонстрируют более узкий диапазон гистерезиса, чем предсказывает теория. И если переключение от НО к РО располагается близко от кривой, соответствующей критерию СМК, то отличие при переходе от РО к НО в соответствии с критерием отсоединения намного больше.

Исследования Д.В. Хотяновского нашли свое развитие в докторской диссертации А.Н. Кудрявцева [21], в которой численный метод, математическая модель и описание самого явления приведены наиболее полно. Исследованы случаи как симметричного, так и асимметричного взаимодействия встречных скачков. Изучено влияние скорости изменения параметров взаимодействия на ширину зоны гистерезиса. Экспериментально подтвержден факт наличия гистерезиса в области двужначности решения. Показано, что искривление скачков уплотнения при быстром изменении угла клина приводит к существенному влиянию на ширину области гистерезиса. Вопрос о влиянии скорости изменения числа Маха при фиксированном угле клина не изучался.

Наконец, в диссертации Г.В. Шоева [22] исследовано влияние размытия скачков на решение задачи об их интерференции. Для этого использован прямой метод статистического моделирования решения кинетического уравнения Больцмана. Показано, что размытие скачков в результате действия схемной или физической вязкости приводит к размыванию ударных поляр, при этом основная и вторичная поляры заменяются некоторой огибающей. В результате решение, соответствующее пересечению поляр, смещается в точку, в которой происходит перегиб огибающей.

Таким образом, проведенные ранее исследования подтвердили наличие гистерезиса и близость получаемых в численных расчетах и экспериментах моментов перехода РО \rightleftharpoons НО к предсказанным теорией значениям. Выявлено влияние схемной и физической вязкости на ширину зоны гистерезиса. В то же время остались невыясненными отдельные важные вопросы.

1. Какова степень влияния размазывания скачков по разностной сетке на точность расчета моментов перехода РО \rightleftharpoons НО?
2. Сходится ли численное решение к предсказанному теорией при бесконечном измельчении разностной сетки?
3. Почему наблюдается гистерезис по числу Маха при углах клина, больших критического, при которых гистерезиса, казалось бы, быть не должно (рис. 2)?
4. Влияет ли скорость изменения числа Маха при фиксированном угле клина на гистерезис?
5. При переходе от НО к РО в районе линии M_0 более ранний момент перехода к РО определяется какими-то физическими причинами, или просто ножка Маха настолько мала, что ее в расчетах на недостаточно мелкой сетке не видно?
6. При плавном переходе от НО к РО в районе линии M_0 , когда ножка Маха мала, какой критерий или параметр можно использовать для идентификации момента перехода к РО?

Метод исследования

Численный метод. Моделирование было выполнено в двухмерной расчетной области, состоящей из полости, расположенной между двумя клиньями (рис. 3). На левой границе полости задается равномерное распределение чисел Маха, в результате на клинья натекает сверхзвуковой поток с заданным числом M . Исследуемая полость имеет сужающуюся часть и часть с постоянным сечением с характерным размером d^* . Величина d^* влияет на объемный расход среды, проходящей между двумя клиньями, и на возможность существования УВС внутри канала. При небольших числах Маха на входе в канал образуется отошедшая ударная волна, а течение внутри канала полностью дозвуковое.

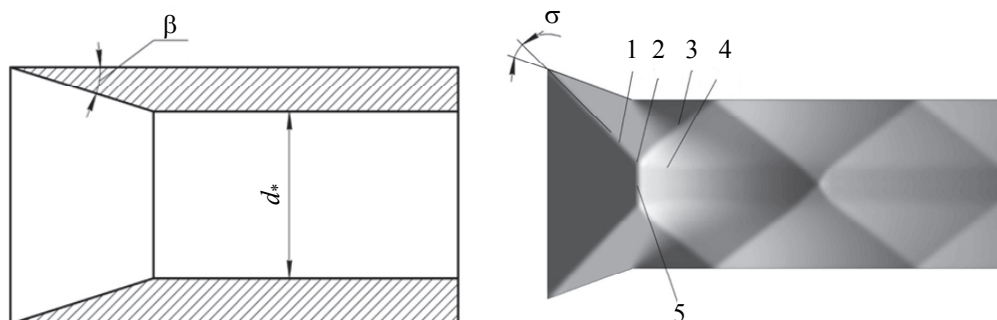


Рис. 3. Схема расчетной области: d_* – расстояние между клиньями; β – угол разворота потока на скачке (угол клина); σ – угол наклона скачка уплотнения. 1 – встречные скачки уплотнения; 2 – тройная точка; 3 – отраженный скачок уплотнения; 4 – тангенциальный разрыв за тройной точкой; 5 – ножка Маха

Характерным геометрическим параметром, влияющим на ударно-волновую картину течения, является угол клина β , которому соответствует угол поворота потока на косом скачке уплотнения. Величины β и d_* подобраны таким образом, чтобы можно было исследовать как РО, так и НО, а также гистерезис.

Поскольку в задачах расчета струйных течений с ударными волнами выбор модели турбулентности может оказать существенное влияние на геометрию УВС [23], численное моделирование выполнено в рамках модели идеального газа. Дополнительным доводом в пользу использования модели идеального газа служит тот факт, что переход РО \rightleftharpoons НО может сопровождаться быстрой скачкообразной перестройкой УВС, т.е. существенно нестационарным процессом. В моделях же турбулентности используется осреднение турбулентного потока по времени, поэтому их применение при моделировании быстро протекающих процессов теоретически не обосновано [24].

В процессе решения были использованы два варианта постановки задачи. Первый вариант – квази-стационарная постановка, в которой зависящий от времени параметр (в данном случае – число M на входе в канал) меняется дискретно, при этом в качестве начальных условий используется решение на предыдущем шаге. Такая техника имитирует бесконечно медленное, постепенное изменение числа Маха.

Второй вариант – это полностью нестационарная постановка задачи, в которой вводится переменная времени, и изменение параметров происходит монотонно. Эта техника имитирует достаточно быстрое изменение числа Маха. Такой вариант модели позволил определить величину гистерезиса для нестационарного случая и сравнить ее с вариантом бесконечно медленного изменения числа Маха.

Расчеты выполнялись на четырех различных структурированных разностных сетках. Самая грубая сетка имела 60 ячеек поперек течения, остальные – 240, 480 и 960 ячеек. Сетка согласована с границами расчетной области. На левой границе задавалось число Маха, на твердых границах выставлялись условия непротекания, на правой границе произвольно задавалось статическое давление.

Момент перехода к НО контролировался визуально по наличию двух тангенциальных разрывов за ножкой Маха и дополнительно по изменению кривизны отраженного скачка уплотнения. Как следует из решения задачи первого порядка об интерференции ГДР [25], при регулярном пересечении скачков отраженный скачок имеет положительную кривизну, а при образовании тройной точки кривизна скачком изменяется на отрицательную [26]. Такой комбинированный подход позволил идентифицировать НО даже тогда, когда визуально ножка Маха и тангенциальные разрывы на ней не видны или сильно размыты.

Аналитический метод учета размытия скачков уплотнения. Размазывание скачка по разностной сетке может быть интерпретировано как некоторая неопределенность в задании угла наклона скачка уплотнения, например, для случая, показанного на рис. 4, это $0,9^\circ$.

Допустим, угол наклона скачка уплотнения имеет неопределенность $\sigma \pm \Delta\sigma$, тогда точка на основной поляре, соответствующая косому скачку уплотнения, превратится во множество точек, лежащее на поляре. Например, для показателя адиабаты $\gamma = 1,4$, числа Маха $M = 3$ и угла падения косого скачка $\sigma = 40 \pm 1^\circ$, интенсивность скачка J находится в пределах от 4 до 4,35. Тогда вторичная поляра будет иметь конечную толщину и уже не может считаться бесконечно тонкой (рис. 5). Ее пересечение с осью ординат и основной полярой будет представлять собой не единственную точку, а множество точек.

Регулярному отражению такого размытого скачка будет соответствовать множество точек, лежащее на оси ординат и соответствующее пересечению «толстой» поляры с осью, а нерегулярному – множество точек, лежащее на дозвуковой ветви основной поляры, соответствующее пересечению с ней «толстой» поляры. Эти множества показаны на рис. 5 жирными линиями. Критерию отсоединения будет соответствовать касание «толстой» поляры оси ординат (рис. 6, а), а критерию СМК – пересечение нижней границы «толстой» поляры с вершиной основной поляры, соответствующее числу Маха перед косым скачком уплотнения.

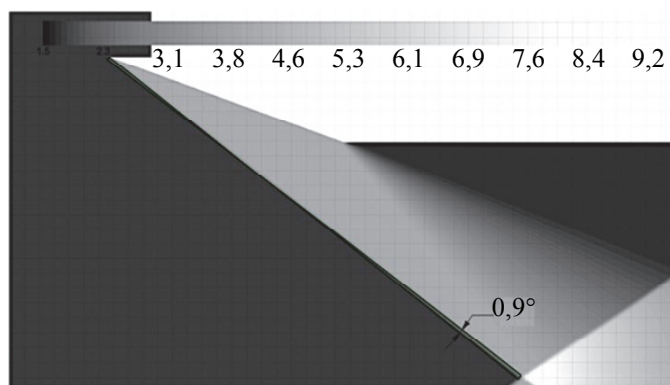


Рис. 4. Имитация размытия скачка введением неопределенности в задании угла его наклона

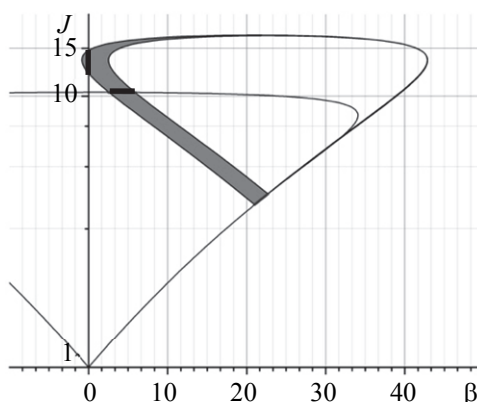


Рис. 5. Пересечение «толстой» поляры, соответствующей размытому косому скачку уплотнения, с основной полярой и осью ординат

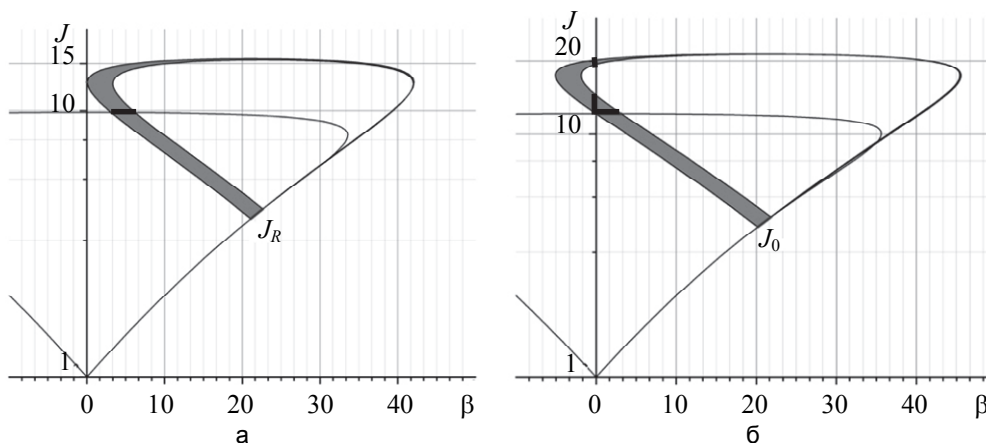


Рис. 6. Определение характерной интенсивности J_R косого размытого скачка, соответствующей критерию отсоединения (а), и J_0 , соответствующей критерию стационарной маховской конфигурации (б)

Таким образом, для каждого ранга сетки можно определить степень размытия скачка по разностным ячейкам и ввести неопределенность в задании угла наклона скачка. Это позволяет построить зависимости M_0 и M_R от угла клина β с учетом неопределенности, вызванной размытием скачков по разностным ячейкам (рис. 7), и определить по этим графикам область гистерезиса для заданного угла β . Для каждого ранга разностной сетки ширина зоны гистерезиса будет своей.

Видно, что по сравнению с рис. 2 появление области неопределенности сужает зону двужначности решения, в которой возможно существование как РО, так и НО, а соответственно и гистерезиса. Сужение тем больше, чем сильнее размытие скачка. Видно также, что линия M_0 размывается значительно сильнее, чем M_R .

Поскольку из свойств численного метода, как правило, известно, в какой степени происходит размывание скачков по разностным ячейкам, с помощью описанной методики результаты расчетов перехода РО \rightleftharpoons НО нетрудно скорректировать.

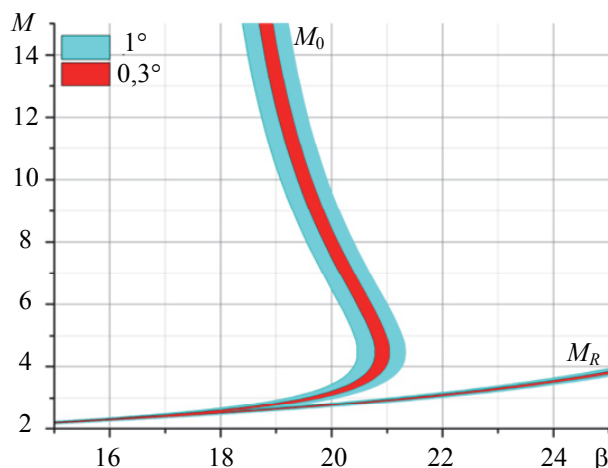


Рис. 7. Области существования регулярного и нерегулярного отражений с учетом «размазывания» скачков уплотнения

Анализ результатов

Ниже приведены результаты расчетов интерференции встречных скачков на четырех различных разностных сетках.

Диапазон гистерезиса. По картинам изолиний чисел Маха определены диапазоны гистерезиса. С помощью методики, описанной выше, найдены диапазоны гистерезиса при различной степени размазывания скачков по разностным ячейкам, соответствующей разностным сеткам, которые применялись в численных расчетах. Результаты сведены в таблицу.

Количество ячеек	Численный метод		Аналитическое решение с учетом размазывания скачка	
	PO → HO	PO ← HO	PO → HO	PO ← HO
60	2,6	2,7	2,612–2,975	не определено
240	2,7	2,8	2,715–2,835	2,978–3,436
480	2,75	3,0	2,753–2,789	3,092–3,22
960	2,8	3,15	2,762–2,78	3,12–3,185
Теоретическое значение	2,77	3,149	2,77	3,149

Таблица. Диапазон гистерезиса

Сходимость по разностной сетке. Видно, что численные результаты по мере измельчения сетки в точности сходятся к теоретическим значениям. Аналитическое решение с учетом размазывания скачка позволяет определить момент перехода от одного типа интерференции к другому с гораздо более высокой точностью, чем визуальное определение по картинам распределения изолиний. На грубой сетке погрешность определения момента перехода PO ← HO гораздо больше, чем PO → HO. На рис. 8 представлены результаты расчетов на самой мелкой сетке.

Хорошо видно, что по мере увеличения числа Маха от $M=2,3$ до $M=3,2$ происходит постепенное уменьшение ножки Маха и переход к регулярному отражению между числами Маха $M=3,125$ и $M=3,15$, что соответствует критерию СМК. При уменьшении числа Маха от $M=3,2$ переход к нерегулярному отражению происходит между числами Маха $M=2,78$ и $M=2,76$, что соответствует критерию отсоединения. Этот момент идентифицируется по искривлению отраженного скачка. Таким образом, можно считать доказанным, что при измельчении сетки численное решение сходится к теоретическим значениям.

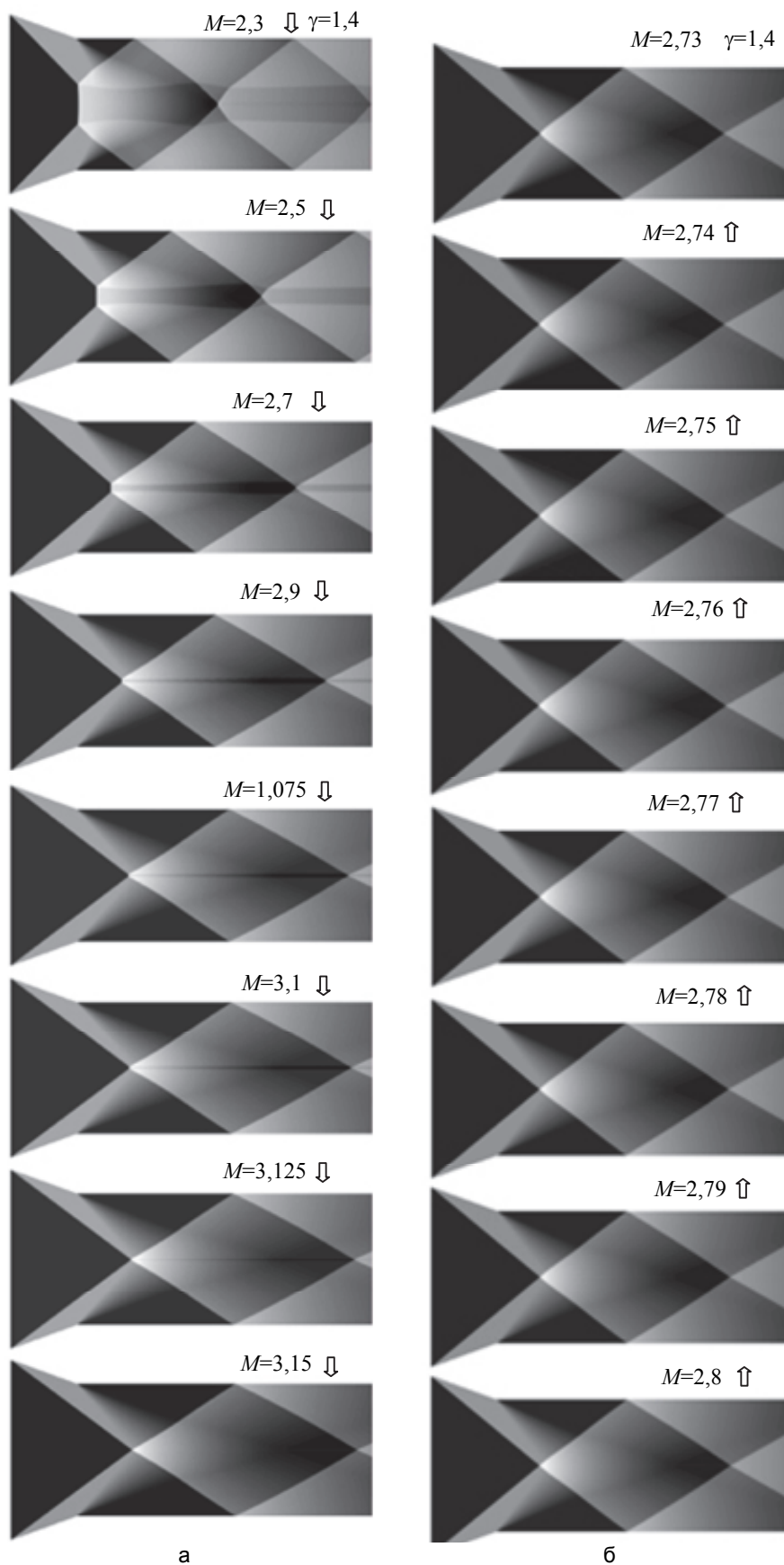


Рис. 8. Гистерезис, полученный на разностной сетке с 960 ячейками поперек потока. Изменение ударно-волновой структуры: при увеличении числа Маха (а); при уменьшении числа Маха (б). $\beta=20$

Влияние размывания скачков. На рис. 9 приведены результаты расчетов на самой грубой сетке. Видно, что диапазон гистерезиса существенно уже, чем при расчетах на мелкой сетке. Переходы происходят при числах Маха между $M=2,5$ и $M=2,6$. Сужение диапазона происходит в значительной степени за счет большой погрешности в определении момента перехода $PO \leftarrow NO$ в соответствии с критерием СМК. Сравнивая рис. 8, 9 с результатами аналитических расчетов, приведенных в таблице, можно сделать следующее заключение. Критерию отсоединения при переходе $PO \rightarrow NO$ соответствует касание левой границы «толстой» поляры оси ординат (рис. 6, а), т.е. меньшее из двух чисел Маха, указанных в соответствующем столбце. Критерию СМК при переходе $PO \leftarrow NO$ соответствует пересечение с вершиной основной поляры середины «толстой» поляры, но результаты численных расчетов ближе к левой границе «толстой» поляры (рис. 6, б), т.е. к меньшему из чисел Маха, задающих диапазон неопределенности, вызванный размыванием скачка.

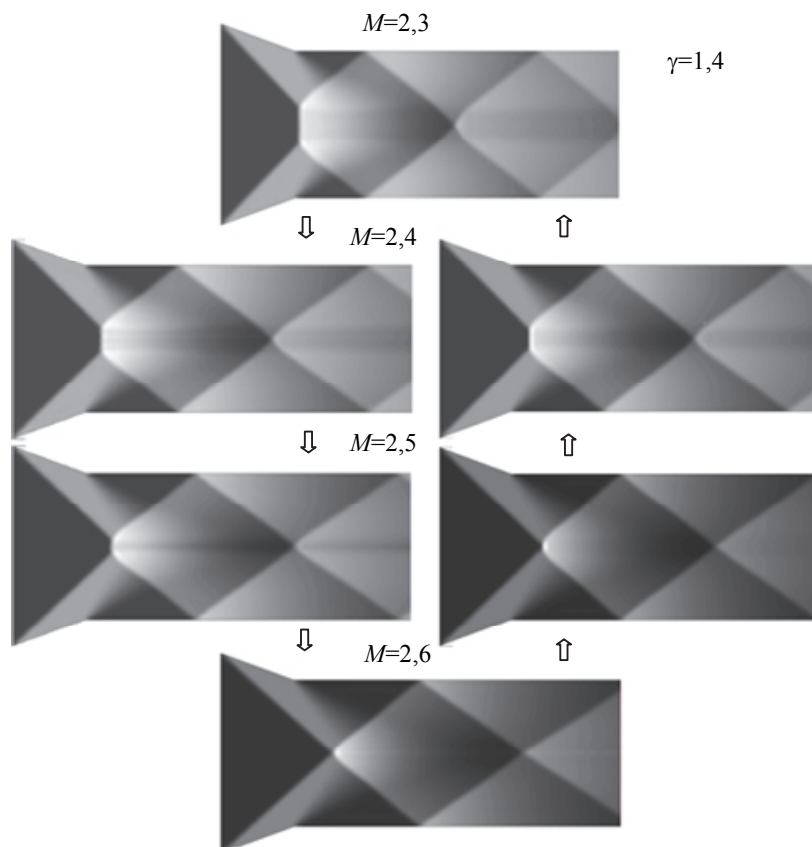


Рис. 9. Гистерезис на грубой сетке с 60 ячейками поперек потока. $\beta=20^\circ$

Высота ножки Маха и гистерезис. Гистерезис проявляется не только в том, что не совпадают моменты перехода от PO к NO и обратно, но и в том, что на высоту ножки Маха при NO влияет направление изменения числа M . Причина заключается в том, что высота ножки Маха зависит от условий течения в «виртуальном сопле», образуемом между тангенциальными разрывами за тройными точками (рис. 10), и определяется равенством расхода газа через ножку Маха и критическое сечение «виртуального сопла» [27].

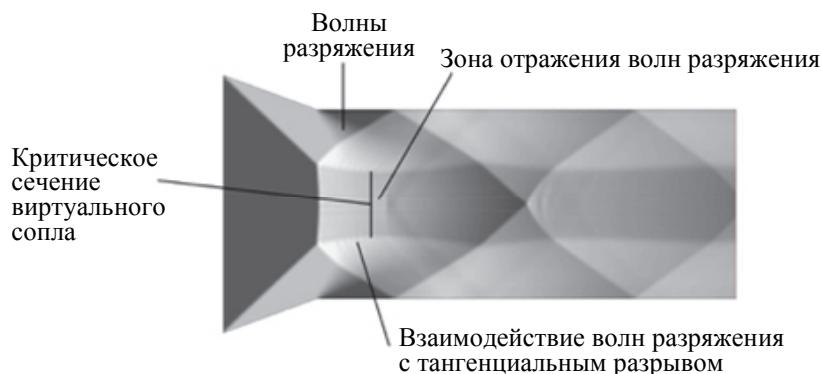


Рис. 10. Взаимодействие волн разрежения с областью течения за ножкой Маха

Равенство расходов может установиться при двух различных значениях высоты ножки Маха, поэтому высота ножки зависит от начальных условий. Если при НО число Маха растет и высота ножки Маха уменьшается, то при заданном M ее высота будет больше, чем при движении со стороны регулярного отражения и уменьшении M .

Гистерезис при $\beta > \beta_0$. Если выбрать угол клина $\beta > \beta_0$, то вся область изменения числа Маха будет разделена значением M_R на две подобласти: $M < M_R$, в которой возможно только НО, и $M > M_R$, в которой возможно как НО, так и РО. Расчеты показывают, что реализуется именно НО, ножка Маха присутствует всегда, но размеры ее уменьшаются. Вторичная поляра пересекает основную поляру близко к ее вершине, но СМК не достигается ни при каких значениях M . Зависимость высоты ножки Маха от начальных условий сохраняется, т.е. в этом смысле гистерезис существует. Таким образом, при $\beta > \beta_0$ реализуется только НО, и переходы от НО к РО отсутствуют во всем диапазоне изменения числа M (рис. 11).

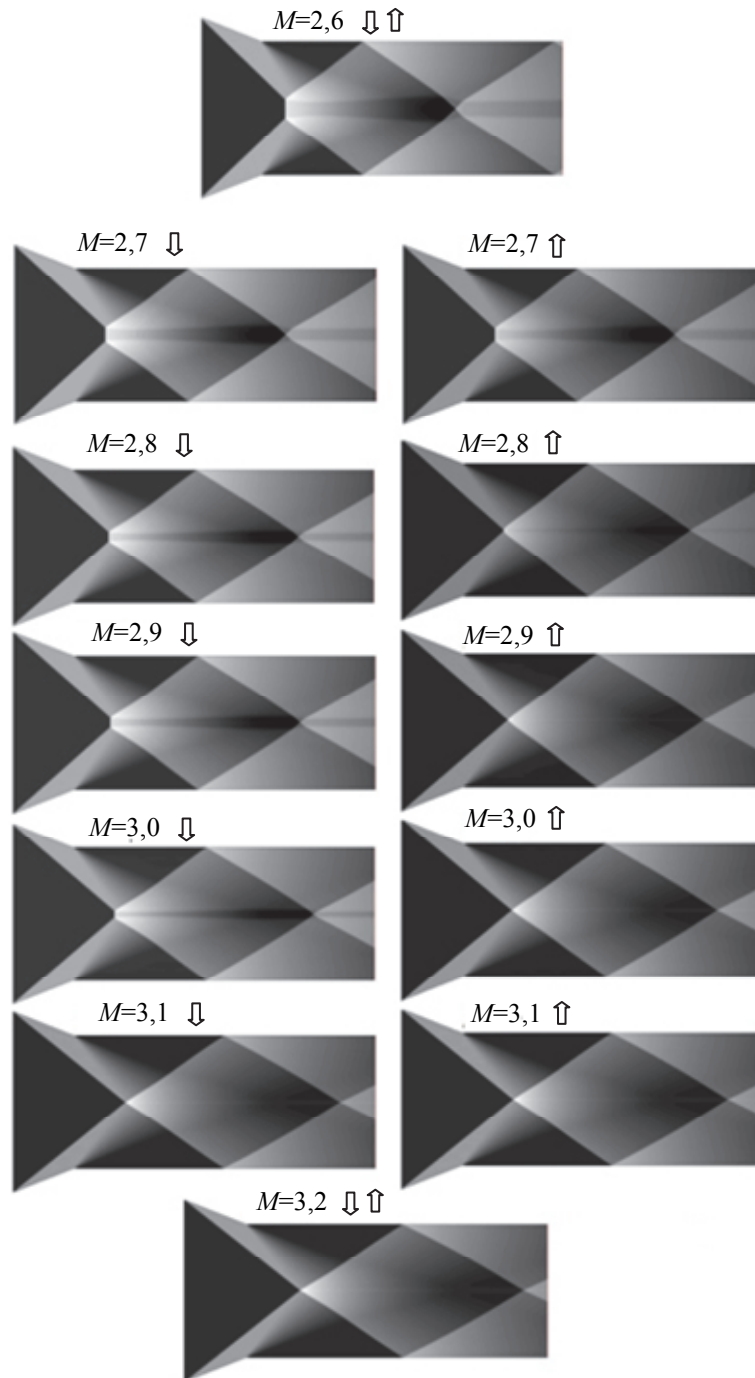


Рис. 11. Интерференция встречных скачков при $\beta > \beta_0$ ($21,5^\circ$)

Влияние скорости изменения числа Маха. Известно, что при быстром изменении угла клина происходит искривление косога скачка уплотнения, что влияет на момент переключения от НО к РО и обратно. Исследования по оценке влияния скорости изменения числа Маха ранее не проводились. Расчеты проводились на самой мелкой разностной сетке с 960 ячейками поперек потока. В расчетах использовалось равномерное распределение числа M поперек потока, т.е. искривление косых скачков уплотнения под влиянием нестационарности исключалось. Таким образом, были созданы условия для выявления влияния именно нестационарности течения.

Расчеты, проведенные на различных разностных сетках, продемонстрировали для каждой из сеток идентичные результаты, т.е. нестационарность течения не влияет на моменты переходов между регулярным и нерегулярным взаимодействием скачков.

Заключение

Как показали аналитические и численные расчеты, размытие скачков и переход от мелкой разностной сетки к более грубой сопровождается сужением области гистерезиса, т.е. моменты перехода от регулярного отражения к нерегулярному и обратно удаляются от предсказанных теорией. Измельчение сетки приводит к сходимости решения к результатам теории интерференции стационарных газодинамических разрывов. Гистерезис проявляется в изменении моментов перехода между регулярным и нерегулярным взаимодействием, а также в зависимости высоты ножки Маха от начальных условий и направления изменения числа M . Нестационарность по числу M не влияет на гистерезис. Если угол клина больше некоторого критического значения, то во всем диапазоне M реализуется только нерегулярное отражение.

References

1. von Neumann J. *Oblique reflection of shocks*. In: Collected Works, Pergamon, 1943, vol. 6, pp. 239–299.
2. Bulat P.V., Denisenko P.V., Prodan N.V. Interference of counterpropagating shock waves. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol.15, no. 2, pp. 346–355. doi: 10.17586/2226-1494-2015-15-2-346-355. (In Russian)
3. Bulat P.V., Upyrev V.V., Denisenko P.V. Oblique shock wave reflection from the wall. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol.15, no. 2, pp. 338–345. doi: 10.17586/2226-1494-2015-15-2-338-345. (In Russian)
4. Uskov V.N. Interferentsiya stacionarnykh gazodinamicheskikh razryvov [Interference stationary gasdynamic discontinuities]. *Sbornik Statei "Sverkhzvukovye Gazovye Strui"* [Proc. Supersonic Gas Jet]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1983, pp. 22–46.
5. Uskov V.N., Bulat P.V., Arkhipova L.P. Gas-dynamic discontinuity conception. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 2014, vol. 8, no. 22, pp. 2255–2259.
6. Uskov V.N., Bulat P.V. Shock and detonation wave in terms of view of the theory of interaction gasdynamic discontinuities. *Life Science Journal*, 2014, vol. 11, no. 8, pp. 307–310.
7. Uskov V.N., Bulat P.V., Arkhipova L.P. Classification of gas-dynamic discontinuities and their interference problems. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 2014, vol. 8, no. 22, pp. 2248–2254.
8. Bulat P.V., Uskov V.N. Mach reflection of a shock wave from the symmetry axis of the supersonic nonisobaric jet. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 2014, vol. 8, no. 1, pp. 135–142.
9. Uskov V.N., Bulat P.V., Prodan N.V. Rationale for the use of models of stationary Mach configuration calculation of Mach disk in a supersonic jet. *Fundamental'nye Issledovaniya*, 2012, no. 11–1, pp. 168–175. (In Russian)
10. Uskov V.N., Bulat P.V., Prodan N.V. History of study of the irregular reflection of shock wave from the symmetry axis with a supersonic jet Mach disk. *Fundamental'nye Issledovaniya*, 2012, no. 9–2, pp. 414–420. (In Russian)
11. Ben-Dor G. *Shock Wave Reflection Phenomena*. 2nd ed. Springer, 2010, 342 p.
12. Chpoun A., Ben-Dor G. Numerical confirmation of the hysteresis phenomenon in the regular to the Mach reflection transition in steady flows. *Shock Waves*, 1995, vol. 5, no. 4, pp. 199–203. doi: 10.1007/BF01419001
13. Fomin V.M., Hornung H.G., Ivanov M.S., Kharitonov A.M., Klemenkov G.P., Kudryavtsev A.N., Pavlov A.A. The study of transition between regular and Mach reflection of shock waves in different wind tunnels. *Proc. 12th Int. Mach Reflection Symposium*. Pilanesberg, South Africa, 1996, pp. 137–151.
14. Ivanov M.S., Ben-Dor G., Elperin T., Kudryavtsev A.N., Khotyanovsky D.V. Mach-number-variation-induced hysteresis in steady flow shock wave reflections. *AIAA Journal*, 2001, vol. 39, no. 5, pp. 972–974.
15. Ben-Dor G. *Shock Wave Reflection Phenomena*. Springer, 1991.
16. Ben-Dor G. Two-dimensional interactions. In *Handbook of Shock Waves*. Eds G. Ben-Dor, O. Igra, T. Elperin. Boston, Academic Press, 2001, 824 p.

17. Ivanov M.S., Ben-Dor G., Elperin T., Kudryavtsev A.N., Khotyanovsky D.V. The reflection of asymmetric shock waves in steady flows: a numerical investigation. *Journal of Fluid Mechanics*, 2002, vol. 469, pp. 71–87. doi: 10.1017/S0022112002001799
18. Ben-Dor G., Elperin T., Vasilev E.I. Flow-Mach-number-induced hysteresis phenomenon in the interaction of conical shock waves – a numerical investigation. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, no. 496, pp. 335–354. doi: 10.1017/S0022112003006475
19. Vasil'ev E.I. *W-Modifikatsiya Metoda Godunova i ee Prilozheniya v Modelirovanii Gazodinamicheskikh Techenii s Udarnymi Volnami. Dis. d-ra fiz.-mat. nauk* [W-Modification of Godunov's Method and its Applications in Modeling Gasdynamic Flows with Shock Waves. Diss. Dr. Phys.-Math. Sci.]. Volgograd, 1999, 213 p.
20. Khotyanovskii D.V. *Chislennyi Analiz Sverkhzvukovykh Techenii so Slozhnymi Udarno-Volnovymi Strukturami. Dis. kand. fiz.-mat. nauk* [Numerical Analysis of Supersonic Flows with Complicated Shock-Wave Structures. PhD Diss. Phys.-Math. Sci.]. Novosibirsk, 2007, 148 p.
21. Kudryavtsev A.N. *Vychislitel'naya Aerodinamika Sverkhzvukovykh Techenii s Udarnymi Volnami. Dis. d-ra fiz.-mat. nauk* [Computational Dynamics of Supersonic Flows with Shock Waves Diss. Dr. Phys.-Math. Sci.]. Novosibirsk, 2014, 337 p.
22. Shoev G.V. *Chislennoe Issledovanie Vliyaniya Vyazkosti na Protssy Vzaimodeistviya i Rasprostraneniya Udarnykh Voln. Dis. kand. fiz.-mat. nauk* [Numerical Study of the Effect of Viscosity on the Processes of Interaction and Propagation of Shock Waves. PhD Diss. Phys.-Math. Sci.]. Novosibirsk, 2013, 134 p.
23. Ilina E.E., Ilina T.E., Bulat P.V. Analysis of the application of turbulence models in the calculation of supersonic gas jet. *American Journal of Applied Sciences*, 2014, vol. 11, no. 11, pp. 1914–1920. doi: 10.3844/ajassp.2014.1914.1920
24. Bulat M.P., Bulat P.V. Comparison of turbulence models in the calculation of supersonic separated flows. *World Applied Sciences Journal*, 2013, vol. 27, no. 10, pp. 1263–1266. doi: 10.5829/idosi.wasj.2013.27.10.13715
25. Adrianov A.L., Sarykh A.L., Uskov V.N. *Interferentsiya Statsionarnykh Gazodinamicheskikh Razryvov* [Interference Stationary Gasdynamic Discontinuities]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1995, 180 p.
26. Uskov V.N., Mostovyykh P.S. Differential characteristics of shock waves and triple shock wave configurations. *Proc. 20th Int. Shock Interaction Symposium, ISIS 2012*. Stockholm, 2012, pp. 211–214.
27. Medvedev A.E., Fomin V.M. Approximate analytical calculation of the mach configuration of steady shock waves in a plane constricting channel. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1998, vol. 39, no. 3, pp. 369–374. doi: 10.1007/BF02468117

- | | |
|-------------------------------------|--|
| Булат Павел Викторович | – кандидат физико-математических наук, кандидат экономических наук, руководитель научной лаборатории, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, pavelbulat@mail.ru |
| Денисенко Петр Викторович | – кандидат физико-математических наук, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация; научный сотрудник, Университет Уорвика, Ковентри, CV4 7AL, Великобритания, p.denissenko@gmail.com |
| Продан Николай Васильевич | – инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, kolinti@mail.ru |
| Упырев Владимир Владимирович | – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, upyrevvv@ya.ru |
| Pavel V. Bulat | – PhD in physics and mathematics, PhD in economics, Scientific Supervisor of International Laboratory, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, pavelbulat@mail.ru |
| Petr V. Denissenko | – PhD in applied mathematics, engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation; researcher, University of Warwick, Coventry, CV4 7AL, United Kingdom, p.denissenko@gmail.com |
| Nikolay V. Prodan | – engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, kolinti@mail.ru |
| Vladimir V. Upyrev | – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, upyrevvv@ya.ru |