



УДК 681.51

АЛГОРИТМ УЛУЧШЕНИЯ ИДЕНТИФИЦИРУЮЩИХ СВОЙСТВ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ

С.В. Арановский^а, А.А. Бобцов^а, Ц. Ван^б, Н.А. Николаев^а, А.А. Пыркин^а^а Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация^б Институт автоматизации, Университет Ханчжоу Дяньцзы, Ханчжоу, 310018, Китай

Адрес для переписки: nikona@yandex.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 11.03.16, принята к печати 01.04.16

doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-565-567

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Арановский С.В., Бобцов А.А., Ван Ц., Николаев Н.А., Пыркин А.А. Алгоритм улучшения идентифицирующих свойств в задачах оценки параметров линейной регрессионной модели // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 3. С. 565–567. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-565-567

Аннотация

Представлен новый подход к идентификации неизвестных постоянных параметров для линейной регрессионной модели. Основная идея предлагаемого подхода заключается в преобразовании исходной модели к новому виду, для которого регрессор будет обладать идентифицируемыми свойствами или для него будут выполнены условия незатухающего возбуждения. Для иллюстрации работоспособности предлагаемого подхода представлен пример идентификации двух неизвестных параметров для линейной регрессионной модели. При моделировании был взят регрессор, не обладающий свойствами незатухающего возбуждения, а следовательно, параметрическая идентификация не гарантируется.

Ключевые слова

идентификация параметров, условия незатухающего возбуждения

Благодарности

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) и поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации (проект 14.Z50.31.0031).

IDENTIFICATION PROPERTIES ENHANCEMENT ALGORITHM FOR PROBLEMS OF PARAMETERS ESTIMATION OF LINEAR REGRESSION MODEL

S.V. Aranovskiy^а, A.A. Bobtsov^а, J.Wang^б, N.A. Nikolaev^а, A.A. Pyrkin^а^а ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation^б Hangzhou Dianzi University, Hangzhou, 310018, China

Corresponding author: nikona@yandex.ru

Article info

Received 11.03.16, accepted 01.04.16

doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-565-567

Article in Russian

For citation: Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Wang J., Nikolaev N.A., Pyrkin A.A. Identification properties enhancement algorithm for problems of parameters estimation of linear regression model. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2016, vol. 16, no. 3, pp. 565–567. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-3-565-567

Abstract

This brief paper describes a new approach to identification of unknown constant parameters for a linear regression model. The main idea of the method lies in transformation of initial model into a new kind one. The new model regressor possesses identification properties or meets persistency of excitation conditions. An example of two unknown parameters identification for the linear regression model shows efficiency of the proposed approach. Simulation was carried out for a regressor with no persistency of excitation conditions, hence, parameter identification is not guaranteed.

Keywords

parameters identification, persistency of excitation conditions

Acknowledgements

This work was partially financially supported by the Government of the Russian Federation, (Grant 074-U01) and by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Project 14.Z50.31.0031).

Рассмотрим типовую линейную регрессионную модель [1, 2]

$$y(t) = \omega^T(t)\theta, \tag{1}$$

где $y(t) \in R^1$ и $\omega(t) \in R^n$ – известные функции, $\theta \in R^n$ – вектор неизвестных постоянных параметров, и типовой алгоритм идентификации параметров модели (1)

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \omega \omega^T \hat{\theta} + \Gamma \omega y, \tag{2}$$

где $\hat{\theta} \in R^n$ – оценка вектора неизвестных параметров $\theta \in R^n$, $\Gamma = \Gamma^T$ – положительно определенная матрица.

Из (1) и (2) получаем ошибку в оценивании параметров $\theta \in R^n$ следующего вида:

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Gamma \omega \omega^T \tilde{\theta}.$$

Хорошо известно (см., например, [3–6]), что $\lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{\theta}(t)| = 0$ в случае, если на регрессор $\omega(t) \in R^n$ распространяются условия незатухающего возбуждения, т.е. существуют такие положительные числа L и ρ , для которых выполнено соотношение

$$\int_t^{t+L} \omega(\tau) \omega^T(\tau) d\tau \geq \rho I. \tag{3}$$

Отметим, что условие (3) часто называется условием интегральной невырожденности (см., например, [7, 8]). Условия, аналогичные (3), используемые в задачах идентификации и управления с эталонной моделью, можно найти в [9].

Очевидно, что условие (3) выполняется не всегда. Например, для случая $n=2$ и $\omega_1 = e^{-t}$ и $\omega_2 = e^{-2t}$ легко показать, что алгоритм идентификации (2) не обеспечит параметрической сходимости, а условие (3) не удовлетворяется. Чтобы обойти затруднения, связанные с нераспространением на регрессор $\omega(t) \in R^n$ условий незатухающего возбуждения (3), преобразуем уравнение (1) следующим образом:

$$x(t) = \varpi^T(t)\theta, \tag{4}$$

где $x(t) = H(p)y(t)$, $\varpi(t) = H(p)\omega(t)$, $H(p) = \frac{\chi_1}{p^2 + q_1} + \frac{\chi_2}{p^2 + q_2} + \dots + \frac{\chi_n}{p^2 + q_n}$, n – число неизвестных параметров линейной регрессионной модели (1), $\chi_i > 0$, $q_i > 0$ и $q_i \neq q_j$ при $i \neq j$. Выбор оператора

$H(p) = \frac{\chi_1}{p^2 + q_1} + \frac{\chi_2}{p^2 + q_2} + \dots + \frac{\chi_n}{p^2 + q_n}$ при нулевых начальных условиях и отсутствии шумов позволит

обеспечить для нового регрессора $\varpi = H(p)\omega$ наличие n гармоник (см., например, [3–5]), что является достаточным условием для идентификации n неизвестных параметров для модели (1). Для модели (4) можно использовать алгоритм настройки параметров, аналогичный (2):

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \varpi \varpi^T \hat{\theta} + \Gamma \varpi x. \tag{5}$$

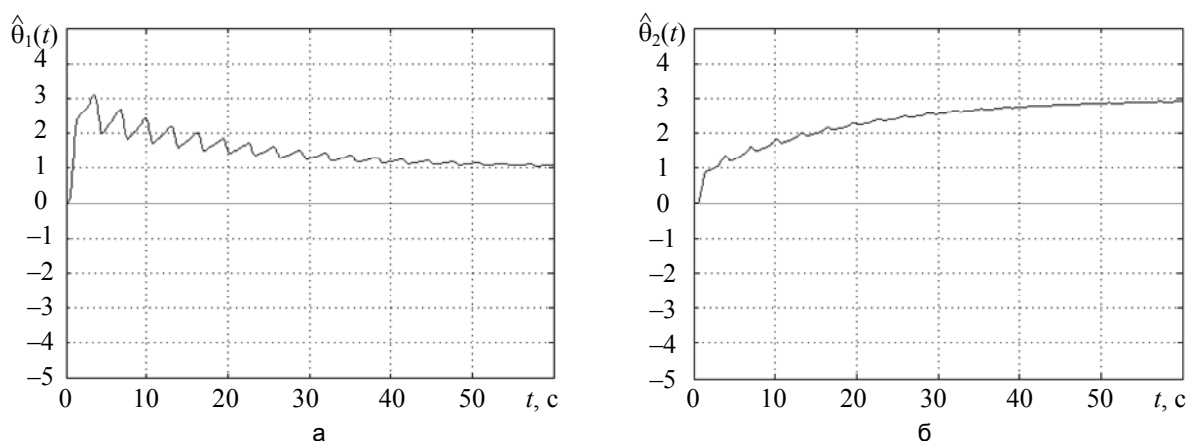


Рисунок. График переходного процесса функции $\hat{\theta}_1(t)$ (а) и $\hat{\theta}_2(t)$ (б) для $\theta_1 = 1$, $\theta_2 = 3$ и $\gamma_1 = 5$, $\gamma_2 = 10$

Для иллюстрации работоспособности алгоритма идентификации (4), (5) в задаче оценивания неизвестных параметров линейной регрессионной модели вида (1) рассмотрим случай $n = 2$. Пусть исходные регрессоры $\omega_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 \leq t < 1, \\ 0 & \text{при } t \geq 1, \end{cases}$ и $\omega_2(t) = e^{-t}$. Для преобразования модели (1) к виду (4) выберем опе-

ратор $H(p) = \frac{1}{p^2 + 1}$, матрицу $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2\}$ и проведем компьютерное моделирование. На рисунке представлены графики переходных процессов по параметрам $\hat{\theta}_1(t)$ и $\hat{\theta}_2(t)$. Как можно видеть из предлагаемых графиков, оба настраиваемых параметра сходятся к истинным значениям.

References

1. Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. Cascade reduction approach for identification problems. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2012, no. 3(79), pp. 149–150. (In Russian)
2. Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. New Jersey, Prentice-Hall, 1987, 519 p.
3. Fradkov A.L., Miroshnik I.V., Nikiforov V.O. *Nonlinear and Adaptive Control of Complex Systems*. Springer, 1999. 528 p. doi: 10.1007/978-94-015-9261-1
4. Andrievsky B.R., Fradkov A.L. *Izbrannye Glavy Teorii Avtomaticheskogo Upravleniya s Primerami na Yazyke MATLAB* [Selected Chapters of Control Theory with Examples in MATLAB]. St. Petersburg, Nauka Publ., 1999, 475 p.
5. Sastry S., Bodson M. *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*. Dover, 2011. 400 p.
6. Loria A., Kelly R., Teel A.R. Uniform parametric convergence in the adaptive control of mechanical systems. *European Journal of Control*, 2005, vol. 11, no. 2, pp. 87–100. doi: 10.3166/ejc.11.87-100
7. Derevitskii D.P., Fradkov A.L. *Prikladnaya Teoriya Diskretnykh Adaptivnykh Sistem Upravleniya* [Applied Theory of Digital Adaptive Control Systems]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 216 p.
8. Fomin V.N., Fradkov A.L., Yakubovich V.A. *Adaptivnoe Upravlenie Dinamicheskimi Ob"ektami* [Adaptive Control of Dynamic Objects]. Moscow, Nauka Publ., 1981, 448 p.
9. Fradkov A.L. *Adaptivnoe Upravlenie v Slozhnykh Sistemakh* [Adaptive Control in Complex Systems]. Moscow, Nauka Publ., 1990, 296 p.

- | | |
|--|---|
| Арановский Станислав Владимирович | – кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, s.aranovskiy@gmail.com |
| Бобцов Алексей Алексеевич | – доктор технических наук, профессор, директор мегафакультета, заведующий кафедрой, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, bobtsov@mail.ifmo.ru |
| Ван Цзянь | – кандидат технических наук, научный сотрудник, Институт автоматизации, Университет Ханчжоу Дяньцзы, Ханчжоу, 310018, Китай, wangjian@hdu.edu.cn |
| Николаев Николай Анатольевич | – кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, nikona@yandex.ru |
| Пыркин Антон Александрович | – доктор технических наук, доцент, доцент, декан, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, pyrkin@corp.ifmo.ru |
| Stanislav V. Aranovskiy | – PhD, Associate professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, s.aranovskiy@gmail.com |
| Alexey A. Bobtsov | – D.Sc., Professor, Dean, Head of Chair, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, bobtsov@mail.ifmo.ru |
| Jian Wang | – PhD, scientific researcher, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou, 310018, China, wangjian@hdu.edu.cn |
| Nikolay A. Nikolaev | – PhD, Associate professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, nikona@yandex.ru |
| Anton A. Pyrkin | – D.Sc., Associate professor, Dean, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, pyrkin@corp.ifmo.ru |