



УДК 517.958

ВОЛЬТ-АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ ДВУХ СИСТЕМ КВАНТОВЫХ ВОЛНОВОДОВ С ПРИСОЕДИНЕННЫМИ КВАНТОВЫМИ РЕЗОНАТОРАМИ

А.С. Багмутов^а, И.Ю. Попов^а^а Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

Адрес для переписки: Bagmutov94@mail.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 24.02.16, принята к печати 10.05.16

doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-4-725-730

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Багмутов А.С., Попов И.Ю. Вольт-амперные характеристики для двух систем квантовых волноводов с присоединенными квантовыми резонаторами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 4. С. 725–730. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-4-725-730

Аннотация

Рассмотрены две двухмерные квантовые системы, каждая из которых состоит из волновода, соединенного через узкие отверстия с прикрепленным к нему резонатором. Характеристики систем исследованы через решение задачи рассеяния. Для этой цели использована модель точечных отверстий, в которой конечный радиус отверстия заменяется бесконечно малым. В рамках предложенной модели при помощи теории самосопряженных расширений симметрических операторов для обеих систем найдены решения в явном виде и построены коэффициенты прохождения. Полученные коэффициенты использованы для построения вольт-амперных характеристик систем. Показано, что полученные зависимости имеют участки нелинейности ступенчатого вида, исчезающие с повышением температуры или увеличением размеров систем. Рассчитаны значения параметров, при которых эффект все еще является наблюдаемым. Полученные результаты могут быть полезны при разработке нанoeлектронных устройств типа нанoeлектронного транзистора, действие которого основано на управлении сопротивлением в волноводе.

Ключевые слова

квантовый волновод, резонатор, теория расширений операторов

Благодарности

Работа частично поддержана государством РФ (грант 074-U01), Министерством образования и науки РФ (проекты №14.Z50.31.0031 и №1.754.2014/К), а также грантом Президента РФ МК-5001.2015.1.

CURRENT-VOLTAGE CHARACTERISTICS FOR TWO SYSTEMS OF QUANTUM WAVEGUIDES WITH CONNECTED QUANTUM RESONATORS

A.S. Bagmutov^а, I.Yu. Popov^а^а ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

Corresponding author: Bagmutov94@mail.ru

Article info

Received 24.02.16, accepted 10.05.16

doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-4-725-730

Article in Russian

For citation: Bagmutov A.S., Popov I.Yu. Current-voltage characteristics for two systems of quantum waveguides with connected quantum resonators. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2016, vol. 16, no. 4, pp. 725–730. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-4-725-730

Abstract

We investigate two 2D quantum systems, each consisting of a waveguide and a resonator, connected through narrow holes. Systems features are studied by the solution of scattering problem. We use zero-width slits model, where the finite radius is changed by infinitely-small one. In the framework of the proposed model, exact solutions are found and scattering problem is solved for both systems using the theory of self-adjoint extensions of symmetric operators. Obtained results are then used to calculate current-voltage characteristics of suggested systems. We show that obtained characteristics have steplike kinks disappearing with the temperature growth or increase of system sizes. Parameters are calculated with the effect still observable. The results may be useful in the design of electronic devices such as nanoelectronic transistor based on resistance control in a waveguide.

Keywords

quantum waveguide, resonator, operator extension theory

Acknowledgements

This work was partially financially supported by the Government of the Russian Federation (grant 074-U01), by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation (Goszadanie 2014/190, Projects No. 14.Z50.31.0031 and No. 1.754.2014/K), by grant МК-5001.2015.1 of the President of the Russian Federation.

Введение

Физические системы, в которых когерентность фаз электронов сохраняется в масштабах много больших, нежели атомные, в частности, в наномасштабах, обычно называют мезоскопическими. С момента появления электронных микросхем существует неизменная потребность в сокращении размеров полупроводниковых устройств. По мере уменьшения их масштабов до величин порядка нанометров поведение приборов все более усложняется. Без учета квантового поведения электрона оказывается уже невозможно описать работу устройства. В качестве примеров таких устройств можно привести плоские МОП-транзисторы (planar MOSFET's) [1] и МОП-транзисторы с окружающим затвором (GAA MOSFET's) [2–4]. Обе системы тесно связаны с более фундаментальными разработками последних лет: транзисторы с планарным затвором (in-plane-gate transistors) [5], одноэлектронные транзисторы (single-electron transistors) [6], резонансные туннельные диоды (nanowire resonant tunneling diodes) [7, 8]. Транспортные свойства этих мезоскопических устройств выходят за рамки полуклассического приближения, и становятся необходимы квантовые описания плотности зарядов и тока [9].

Современные технологии позволяют создавать наноструктуры высокого качества с малым количеством дефектов. В результате длина свободного пробега электрона во много раз превосходит межатомные расстояния. Исходя из этого, естественным для мезоскопических систем становится рассмотрение баллистического режима. В этой ситуации хорошим приближением является модель квантовых волноводов, изучение которых позволяет описывать и предсказывать некоторые интересные явления в нанoeлектронных устройствах. Естественный математический аппарат для таких задач дает теория рассеяния [10–15].

В настоящей работе рассматриваются двумерные системы. Это либо планарные структуры [5, 6], либо цилиндрические с осевой симметрией [2–4, 7, 8]. В таких системах движение по одной координате ограничено, а транспортировка осуществляется в направлении второй координаты. Конкретно, мы рассматриваем две системы, состоящие из волноводов с прикрепленными к ним резонаторами (рис. 1). В системе 1 резонатор располагается сбоку от волновода, в системе 2 – поперек. Здесь области Ω_1 , Ω'_1 и Ω'_3 – это волноводы, соединенные с резонаторами (области Ω_2 и Ω'_2) через маленькие отверстия (точки x_0, x'_1, x'_2), D, L, d – ширина волновода и размеры резонатора для системы 1, D', L', d' – соответствующие параметры системы 2. С физической точки зрения ясно, что динамика волн в рассматриваемых системах является в какой-то мере суперпозицией поведения волн в ее частях. Эту идею возможно реализовать в рамках модели точечных отверстий [16–19], основанной на теории самосопряженных расширений симметрических операторов. В обоих случаях находятся коэффициенты прохождения и рассчитываются вольт-амперные характеристики.

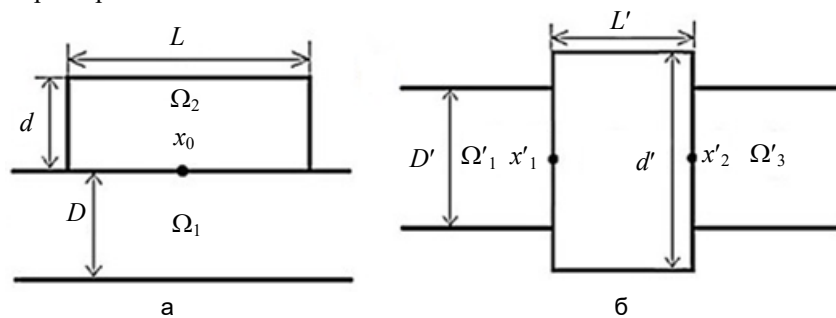


Рис. 1. Схематическое изображение систем 1 (а) и 2 (б)

Построение модельного оператора

Рассмотрим построение оператора для системы 1. Вследствие отсутствия внешнего поля гамильтониан системы \hat{H} действует на функции из области определения ψ следующим образом: $\hat{H}\psi = -\Delta\psi$.

Введем оператор $\tilde{H} = -(\Delta_1 \oplus \Delta_2)$, где Δ_1, Δ_2 – операторы Лапласа в областях Ω_1, Ω_2 соответственно, с граничными условиями Неймана для функций из областей определения: $\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega_i} = 0; i = 1, 2$, где n – нормаль к границе. Ограничим \tilde{H} на множество функций, обращающихся в ноль в точке x_0 , и замкнем

его. Полученный оператор назовем H_0 . Он уже является не самосопряженным, но только симметрическим. Этот оператор описывает систему с не взаимодействующими частями, и для того, чтобы «включить» взаимодействие, необходимо построить самосопряженное расширение оператора H_0 . Для симметрического оператора H_0 и его самосопряженного расширения справедливо соотношение $H_0 \subset H = H^* \subset H_0^*$, поэтому, сужая область определения оператора H_0^* , можно получить самосопряженное расширение H_0 . Модифицируя формулы Неймана с использованием расширения по Фридрихсу, получаем, что через дефектные элементы симметрического оператора можно выразить элементы из области определения сопряженного к нему оператора. Таким образом, элементы из области определения H_0^* представимы в виде

$$v(x) = a_i G_i(x, x_0, k_0^2) + b_i + o(|x - x_0|); \quad x \in \Omega_i;$$

$$G_1(x, x', k) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Psi_n^{(1)}(x_{(2)}) \Psi_n^{(1)}(x'_{(2)})}{\sqrt{\lambda_n^{(1)} - k^2}} \exp\left(-\sqrt{\lambda_n^{(1)} - k^2} |x_{(1)} - x'_{(1)}|\right);$$

$$G_2(x, x', k) = \sum_{m,n=0}^{\infty} \frac{\Psi_{m,n}^{(2)}(x_{(1)}, x_{(2)}) \Psi_{m,n}^{(2)}(x'_{(1)}, x'_{(2)})}{\lambda_{m,n}^{(2)} - k^2},$$

где k_0 – точка регулярного типа оператора H_0 , т.е. может принимать произвольное не вещественное значение; G_i – функции Грина для уравнения Гельмгольца в полосе и в прямоугольной области с условиями Неймана на границе, являющиеся дефектными элементами H_0 ; $o(r)$ – бесконечно малое относительно r при $r \rightarrow 0$; $\Psi_n^{(1)}(x_{(2)})$, $\Psi_{m,n}^{(2)}(x_{(1)}, x_{(2)})$, $\lambda_n^{(1)}$, $\lambda_{m,n}^{(2)}$ – собственные функции и значения волновода и резонатора соответственно, а $x_{(i)}$ – i -я координата точки x . Было показано [18], что, если выбрать параметр расширения $k_0 = \frac{i \exp(-\gamma)}{\delta}$, где δ – радиус отверстия, γ – константа Эйлера, то функция Грина рассматриваемой модели совпадает с «реалистичной» функцией Грина для резонатора с маленьким отверстием конечного радиуса с точностью $O(\delta^2 \ln(\delta))$, при $\delta \rightarrow 0$. Асимптотика $v(x)$ вблизи точки x_0 может быть получена с использованием известной формулы для функции Грина вблизи особенности:

$$G_i(x, x_0, k_0^2) = \frac{1}{\pi} \ln \frac{1}{|x - x_0|} + \beta_i + o(|x - x_0|) \quad x \in \Omega_i. \quad (1)$$

Сужаем область определения H_0^* , накладывая ограничения на коэффициенты a_i и b_i так, чтобы выполнялось условие самосопряженности: $(H_0^* u, v) = (u, H_0^* v)$. Используя асимптотические выражения для функций u, v , получаем искомые ограничения: $\begin{cases} a_1 = -a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$. Мы не рассматриваем здесь все возможные расширения, а выбираем самое естественное. Физический смысл этого условия – сохранение потока через отверстие.

Итого, функции из области определения самосопряженного оператора \hat{H} , описывающего систему 1, вблизи x_0 , имеют вид

$$v(x) = \begin{cases} a_1 G_1(x, x_0, k_0^2) + b_1 + o(|x - x_0|) & x \in \Omega_1 \\ -a_1 G_2(x, x_0, k_0^2) + b_1 + o(|x - x_0|) & x \in \Omega_2 \end{cases}.$$

Для системы 2 оператор строится аналогично. Результатом является самосопряженный оператор \hat{H}' , с областью определения, состоящей из элементов, имеющих вид

$$v'(x) = \begin{cases} a_1 G_1(x, x'_1, k_0^2) + b_1 + o(|x - x'_1|) & x \in \Omega'_1 \\ -a_1 G_2(x, x'_1, k_0^2) - a_3 G_2(x, x'_2, k_0^2) + \tilde{b}_2 + o(|x - x'_1| \cdot |x - x'_2|) & x \in \Omega'_2; \\ a_3 G_1(x, x'_2, k_0^2) + b_3 + o(|x - x'_2|) & x \in \Omega'_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1 = -a_3 G_2(x, x'_2, k_0^2) + \tilde{b}_2 \\ -a_1 G_2(x, x'_1, k_0^2) + \tilde{b}_2 = b_3 \end{cases}.$$

Нахождение коэффициента прохождения

Значение коэффициента прохождения равно вероятности того, что частица пройдет по волноводу. Для нахождения коэффициента прохождения необходимо решить задачу рассеяния. Здесь будет рассматриваться решение для одной моды $\left(0 < k^2 < \frac{\pi^2}{D^2}\right)$. Для других мод решение находится аналогично. Пусть

входящая волна ($x \ll x_0$, далее x , обозначает одну из координат точки) имеет вид $u(x, y, k) = \exp(ikx)$.

Решение системы мы ищем в следующем виде:

$$\psi(x, y, k) = \begin{cases} u(x, y, k) + c_1 G_1(x, y, x_0, y_0, k) & (x, y) \in \Omega_1, \\ c_2 G_2(x, y, x_0, y_0, k) & (x, y) \in \Omega_2, \end{cases}$$

где c_1, c_2 – постоянные. Сопоставляя это выражение с выражением для функции из области определения \hat{H} вблизи особенности, получим:

$$c_1 = -c_2 = \frac{-u(x_0, y_0, k)}{A + B}; \quad \begin{cases} A = (G_1(x, y, x_0, y_0, k) - G_1(x, y, x_0, y_0, k_0)) \Big|_{x=x_0, y=y_0}, \\ B = (G_2(x, y, x_0, y_0, k) - G_2(x, y, x_0, y_0, k_0)) \Big|_{x=x_0, y=y_0}. \end{cases}$$

Из (1) следует, что $(G(x, y, x_0, y_0, k) - G(x, y, x_0, y_0, k_0)) \Big|_{x=x_0, y=y_0}$ не имеет особенности. Выделяя из прошедшей волны ($x \gg x_0$) рассматриваемую моду и разделяя ее на входящую, находим коэффициент прохождения:

$$T = \left| \frac{u_2(x, y, k)}{u(x, y, k)} \right|^2 = \left| 1 - \frac{|u(x_0, y_0, k)|^2}{D(A+B)\sqrt{\lambda_0^{(1)} - k^2}} \right|^2.$$

Для системы 2 коэффициент строится аналогично. Результатом являются соотношения

$$T' = \left| \frac{c'_3}{D' \sqrt{-k^2}} \right|^2; \quad \begin{cases} A' = (G_1(x, x'_1, k) - G_1(x, x'_1, k_0)) \Big|_{x=x'_1}, \\ B' = (G_2(x, x'_1, k) - G_2(x, x'_1, k_0)) \Big|_{x=x'_1}, \\ C' = G_2(x'_1, x'_2, k), \end{cases}$$

$$c'_3 = -u'(x'_1, k) \frac{C'}{C'^2 - (A' + B')^2};$$

$$u'(x, y, k) = \exp(ik(x - x'_1)) + \exp(-ik(x - x'_1)),$$

где c'_3 – постоянная. На рис. 2 представлены графики зависимости коэффициентов прохождения от энергии частицы.

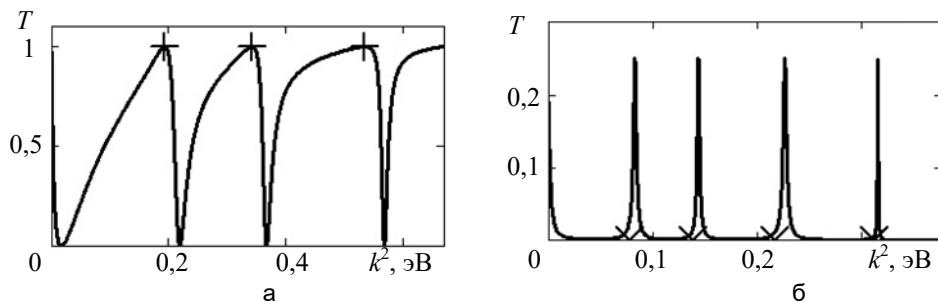


Рис. 2. Коэффициенты прохождения для систем 1 (а) и 2 (б).

Значения параметров в нм: $L = 2,1, d = 1,4, D = 0,75, L' = 2,2, d' = 3,3, D' = 1$. Размеры отверстий – около 2% от ширины волновода. Крестами обозначены собственные значения резонатора

Построение вольт-амперной характеристики

Найти зависимость силы тока от напряжения можно с помощью формулы [20]

$$I(U) = \frac{e}{\hbar} \int_0^\infty T(E) (f(E) - f(E + U)) dE,$$

где e – заряд частицы; \hbar – постоянная Планка; T – коэффициент прохождения системы; E – энергия частицы; $f(E) = (\exp((E - \mu)/k_b\tau) + 1)^{-1}$ – распределение Ферми–Дирака (k_b – константа Больцмана, μ – химический потенциал, τ – температура). Данная формула базируется на формуле Ландауэра, возможность использования которой для электронного транспорта через двумерную квантовую точку с подсоединенными двумерными каналами показана в [21]. Фактически в этом случае квантовая точка рассматривается как 0D-система. В таком же приближении мы работаем в настоящей работе.

Благодаря особенностям коэффициентов прохождения график вольт-амперной характеристики приобретает нелинейный, ступенчатый вид. С повышением температуры ступени сглаживаются. Максимальная температура τ_{\max} , при которой ступени различимы (т.е. шире $k_b\tau$), зависит от размеров системы: $\tau_{\max} \sim \frac{1}{size^2}$. На рис. 3 изображены графики зависимости силы тока от напряжения при $\tau \approx \tau_{\max}$ для систем, с размерами порядка 1–2 нм и коэффициентами прохождения, представленными на рис. 2.

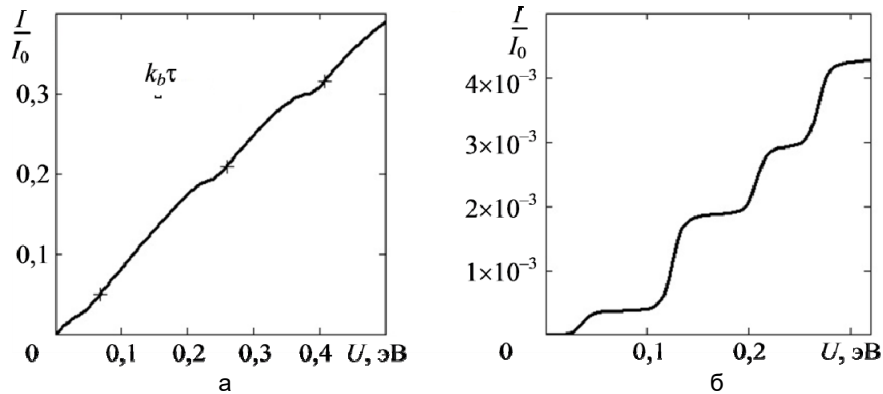


Рис. 3. Вольт-амперные характеристики систем 1 (а) и 2 (б). $\tau = 50$ К, $\mu = 0,8$ эВ(а)/1,7 эВ(б).

На рис. 3, а, представлена отрезком и подписана величина $k_b\tau$

Заключение

Таким образом, системы обладают интересными свойствами. Основное – это нелинейный (ступенчатый) характер зависимости тока от напряжения (рис. 3). Эта нелинейность вольт-амперной характеристики позволяет управлять сопротивлением посредством незначительных изменений напряжения или параметров системы. Связан такой вид графика с резонансным характером зависимости коэффициента прохождения электрона через данную наноструктуру. Именно подобная зависимость и лежит в основе тех наноэлектронных устройств, что описаны в разделе «Введение». Заметим, что величина ступеньки превышает $k_b\tau$, а значит, указанные эффекты наблюдаемы и могут найти инженерное приложение. Можно отметить и еще один ожидаемый результат – эффект в большей мере и при более высокой температуре наблюдается при последовательном (а не параллельном) соединении с резонатором.

Литература

1. Doyle B., Arghavani R., Barlage D., Datta S., Doczy M., Kavalieros J., Murty A., Chau R. Transistor elements for 30 nm physical gate length and beyond // Intel Technology Journal. 2002. V. 6. N. 2. P. 42–54.
2. Bryllert T., Wernersson L.-E., Loewgren T., Samuelson L. Vertical wrap-gated nanowire transistors // Nanotechnology. 2006. V. 17. N. 11. P. S227–S230. doi: 10.1088/0957-4484/17/11/S01
3. Yeo K.H. Gate-All-Around (GAA) Twin Silicon Nanowire MOSFET (TSNWFET) with 15 nm length gate and 4 nm radius nanowire // Tech. Dig.-Int. Electron Devices Meet. 2006. P. 539–550.
4. Cho K.H., Yeo K.H., Yeoh Y.Y., Suk S.D., Li M., Lee J.M., Kim M.-S., Kim D.-W., Park D., Hong B.H., Jung Y.C., Hwang S.W. Experimental evidence of ballistic transport in cylindrical gate-all-around twin silicon nanowire metal-oxide-semiconductor field-effect transistors // Applied Physics Letters. 2008. V. 92. N 5. Art. 052102. doi: 10.1063/1.2840187
5. Wieck A.D., Ploog K. In-plane-gated quantum wire transistor fabricated with directly written focused ion beams // Applied Physics Letters. 1990. V. 56. N 10. P. 928–930. doi: 10.1063/1.102628
6. Gores J., Goldhaber-Gordon D., Heemeyer S., Kastner M.A., Shtrikman H., Mahalu D., Meirav U. Fano resonances in electronic transport through a single-electron transistor // Physical Review B. 2000. V. 62. N 3. P. 2188–2194.
7. Bjork M.T., Ohlsson B.J., Thelander C., Persson A.I., Deppert K., Wallenberg L.R., Samuelson L. Nanowire resonant tunneling diodes // Applied Physics Letters. 2002. V. 81. N 23. P. 4458–4460. doi: 10.1063/1.1527995

8. Wensorra J., Indlekofer K.M., Lepsa M.I., Forster A., Luth H. Resonant tunneling in nanocolumns improved by quantum collimation // *Nano Letters*. 2005. V. 5. N 12. P. 2470–2475. doi: 10.1021/nl051781a
9. Vasileska D., Mamaluy D., Khan H.R., Ravela K., Goodnick S.M. Semiconductor device modeling // *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*. 2008. V. 5. N 6. P. 999–1030.
10. Datta S. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge, Cambridge University Press, 1995. 394 p.
11. Adamyan V., Pavlov B., Yafyasov A. Modified Krein formula and analytic perturbation procedure for scattering on arbitrary junction // *Modern analysis and applications. The Mark Krein Centenary Conference*. Basel, 2009. V. 1. P. 3–26.
12. Г.Б.Лесовик, И.А.Садовский. Описание квантового электронного транспорта с помощью матриц рассеяния // *УФН*. 2011. Т. 181. № 10. С. 1041–1096.
13. Wulf U., Krahlisch M., Kučera J., Richter H., Höntschel J. A quantitative model for quantum transport in nano-transistors // *Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics*. 2013. V. 4. N 6. P. 800–809.
14. Гаврилов М.И., Попов И.Ю. Расчет коэффициентов прохождения и отражения в системе связанных квантовых волноводов // *Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО*. 2010. № 5. С. 43–48.
15. Martin G., Yafyasov A.M., Pavlov B.S. Resonance one-body scattering on a junction // *Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics*. 2010. V. 1. N 1. P. 108–147.
16. Popov I.Yu., Popova S.L. Zero-width slit model and resonances in mesoscopic systems // *Europhysics Letters*. 1993. V. 24. N 5. P. 373–377. doi: 10.1209/0295-5075/24/5/009
17. Popov I.Yu., Popova S.L. The extension theory and resonances for a quantum waveguide // *Physics Letters A*. 1993. V. 173. N 6. P. 484–488. doi: 10.1016/0375-9601(93)90162-S
18. Popov I.Yu. The resonator with narrow slit and the model based on the operator extensions theory // *Journal of Mathematical Physics*. 1992. V. 33. N 11. P. 3794–3801.
19. Popov I.Yu. The extension theory, domain with semitransparent surface and the model of quantum dot // *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 1996. V. 452. N 1950. P. 1505–1515.
20. Sols F. Scattering, dissipation, and transport in mesoscopic systems // *Annals of Physics*. 1992. V. 214. N 2. P. 386–438. doi: 10.1016/S0003-4916(05)80005-3
21. Sivan U., Imry Y., Hartzstein C. Aharonov-Bohm and quantum Hall effects in singly connected quantum dots // *Physical Review B*. 1989. V. 39. N 2. P. 1242–1250. doi: 10.1103/PhysRevB.39.1242

<i>Багмутов Александр Сергеевич</i>	– студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Bagmutov94@mail.ru
<i>Попов Игорь Юрьевич</i>	– доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, popov@mail.ifmo.ru
<i>Alexander S. Bagmutov</i>	– student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Bagmutov94@mail.ru
<i>Igor Yu. Popov</i>	– D.Sc., Professor, Head of Chair, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, popov@mail.ifmo.ru