УДК 51–77::[[336.71+336.02]:336.051]

ВЛИЯНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ НА ДИНАМИКУ ТЕМПОРАЛЬНОЙ СЕТИ

В.Ю. Гулева[a], А.Б. Амуда[a], К.О. Боченина[a], П.М.А. Слоот[b]

[a] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
[b] Университет г. Амстердама, Амстердам, 1012 WX, Нидерланды
Адрес для переписки: Valentina.gul.va@gmail.com

Информация о статье
Поступила в редакцию 15.09.16, принята к печати 25.10.16
doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-6-1141-1144
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Гулева В.Ю., Амуда А.Б., Боченина К.О., Слоот П.М.А. Влияние топологической структуры на динамику темпоральной сети // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16. № 6. С. 1141–1144. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-6-1141-1144

Аннотация
Изучено влияние начальной топологии графа на динамику темпоральной сети. Приведен пример сети рынка межбанковских кредитов. Модель рынка межбанковских кредитов представлена графом, в узлах которого лежат банки, а на ребрах – межбанковские кредиты. Динамические процессы на темпоральной сети обусловлены изменением состояний узлов и заключены в удалении узлов, в возникновении, удалении или перевязке ребер, что модифицирует состояния узлов, инициируя дальнейшую динамику. Алгоритм модификации сети в течение эволюции принят неизмененным. Приведены параметры генеративных моделей малого мира, случайных и масштабно-инвариантных графов, соответствующие различным результатам моделирования эволюции системы при фиксированных алгоритмах модификации. Показано влияние параметров генеративных моделей на динамику эволюции топологии. Полученный результат позволяет оценить время до достижения состояния с нестабильной топологией, а также оптимальную топологию для перехода в стабильное состояние при заданных алгоритмах модификации.

Ключевые слова
комплексные сети, темпоральный граф, топология графа, сложные системы, банковская система, эволюция системы, моделирование

Благодарности
Статья подготовлена по результатам работы, выполненной при поддержке Российского научного фонда (соглашение № 14–21–00137 от 15.08.2014 г.)

THE EFFECT OF TOPOLOGY ON TEMPORAL NETWORK DYNAMICS

V.Yu. Guleva[a], A.M. Amuda[a], K.O. Bochenina[a], P.M.A. Sloot[b]

[a] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation
[b] University of Amsterdam (UvA), Amsterdam, 1012 WX, the Netherlands
Corresponding author: Valentina.gul.va@gmail.com

Article info
Received 12.09.16, accepted 20.10.16
doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-6-1141-1144
Article in Russian

For citation: Guleva V.Yu., Amuda A.M., Bochenina K.O., Sloot P.M.A. The effect of topology on temporal network dynamics. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2016, vol. 16, no. 6, pp. 1141–1144. doi: 10.17586/2226-1494-2016-16-6-1141-1144

Abstract
The effect of initial network topology on a temporal network dynamics is studied. An example of interbank exposures network is considered. It is modeled with a graph, where banks are represented by nodes and interbank lending is represented by edges. The dynamical processes in a temporal network are defined by state changes of nodes and lie in edges and nodes addition and deletion in a graph, and modification of node states contribute to network evolution. The algorithm of network modification over the whole evolution period is fixed. We present parameters of random, scale free and small world generative models corresponding to different simulation results with fixed modification algorithms. The influence of initial graph topologies on temporal network dynamics is demonstrated. The results obtained give the possibility to assess time

interval before the attainment of unstable topology state, and to estimate an optimal topology for the transition to a steady state under fixed modification algorithms.
Keywords
complex networks, temporal graph, graph topology, complex systems, banking system, system evolution, modeling
Acknowledgements
This paper is financially supported by The Russian Scientific Foundation, Agreement No.14–21–00137 (15.08.2014)

Системный риск, связанный со структурой межбанковского рынка, заключается в масштабах лавинного эффекта, инициируемого дефолтом одного или нескольких банков. Существующие исследования влияния топологии сети (графа) рынка межбанковских кредитов (МБК) на системный риск банковских систем в большей степени сосредоточены на оценке ожидаемых потерь при распространении по системе финансового шока заданного размера [1]. Другими словами, в рамках такой постановки динамика протекающих в системе процессов обусловлена скорее распространением контагиозных дефолтов и эффектами домино [2], чем эволюцией графа. Банковские системы, как и любая сложная система, демонстрируют нелинейность поведения [3], что затрудняет поиск причин финансовых кризисов и определение критических значений параметров системы, находящейся на грани порядка и хаоса. Возникновение сложного поведения в результате межбанковских взаимодействий может быть рассмотрено в контексте мультиагентного моделирования, а именно путем динамического моделирования комплексной банковской сети на базе формализованных алгоритмов обновления состояний банков согласно изменяющимся условиям [4]. Актуальность рассматриваемой проблемы обусловлена также малым числом исследований, уточняющих взаимовлияние изменений сетевой структуры и итеративной адаптации банковской и клиентской активности.

Модель банковской системы, используемая в настоящей работе, представлена темпоральным орграфом, вершины которого представляют банки, а ребра – межбанковские кредиты. Изменение состояния банка может инициировать необходимость создания ребер согласно некоторому фиксированному алгоритму выбора контрагента. Также задано множество клиентов, влияющих на состояния банков. Взвешенные суммы исходящих и входящих межбанковских ребер формируют соответственно межбанковские активы и обязательства. То же касается взаимодействий между банками и клиентами в системе. Несмотря на одинаковость правил выбора контрагентов, система как целое демонстрирует эмерджентное поведение, значительно зависящее от начальной топологии графа МБК. Для изучения эволюции системы во времени мы фиксируем политики поведения банков и клиентов и позволяем им модифицировать сеть шаг за шагом. Изменения в системе оцениваем при помощи статистических топологических характеристик графа (средняя степень вершин, средний коэффициент класстеризации, средняя длина пути), агентоориентированных характеристик [5], учитывающих динамику состояний узлов в системе, а также энтропийного инварианта [6], использующего спектр нормированного лапласиана графа по причине топологической схожести изоспектральных графов [7].

Экспериментальная сеть включала 100 банков и несколько тысяч клиентов. Для генерации начальных топологий использовались модели Эрдеша–Реньи (ЭР) с вероятностью создания ребра $P \in [0,1; 0,6]$, Барабаши–Альберт (БА) с процентом прикрепляемых ребер $A \in [10; 90]$ и процентом добавляемых соседей $K \in [4; 90]$ и Ваттса–Строгатса (ВС) с вероятностью перевязки ребра $P \in [0,2; 0,8]$ [8]. Сети малого мира (ВС) разрушались быстрее в случае разреженных сетей, в частности при $K = 4$, первое банкротство происходило в окрестности 150-ой итерации при $P = \{20; 40\}$, в то время как при $P = \{60; 80\}$ это происходило в окрестности 100-ой итерации (рисунок, б). Энтропия спектра лапласиана (рисунок, б), средний коэффициент кластеризации и средняя длина пути отражают изменения в сетевой структуре, наиболее значительные при $K = 4$, $P = 20$ и наименее заметные при $P = 80$. Также показано, что значения топологических инвариантов, достижимые при такой параметризации, не могут быть достигнуты ни при какой другой, несмотря на одинаковость политик поведения агентов. Амплитуда энтропии (рисунок, б) возрастает с увеличением вероятности перевязки как для разреженных, так и для плотных сетей. Конфигурации с изначально высоким коэффициентом кластеризации впоследствии обладают более низкими его значениями, и наоборот. Таким образом, динамика в системе обусловлена скорее добавлением и удалением ребер, чем их перевязкой. Сходимость графиков к некоторому значению происходит в окрестности 300-ой итерации при $K > 60$, в то время как при меньших значениях графики флуктуируют, что может быть объяснено тем, что возмущения в упорядоченных сетях затухают скорее, чем в хаотических. Также с ростом плотности сети удаляется время возникновения первого пика в характеристике динамики состояний узлов [5]. В масштабно-инвариантных сетях, в отличие от сетей малого мира, системный риск возрастает с увеличением параметра количества прикрепляемых ребер в генеративной модели (рисунок, а). Потенциал взаимодействия [5] демонстрирует высокую вероятность негативного влияния ребер в окрестности 50-ой итерации при $A = 90$ и лишь в окрестности 350-ой итерации при $A = 10$, что согласуется с результатами по количеству дефолтов. Результаты моделирования на случайном графе (рисунок, а) продемонстрировали сходимость к общему значению при $P \in [0,2; 0,6]$ в окрестности 350-ой итерации, в то время как при $P = 0,1$ система разрушалась раньше, что частично может быть обусловлено пороговыми значениями образования связной компоненты графов такого размера.

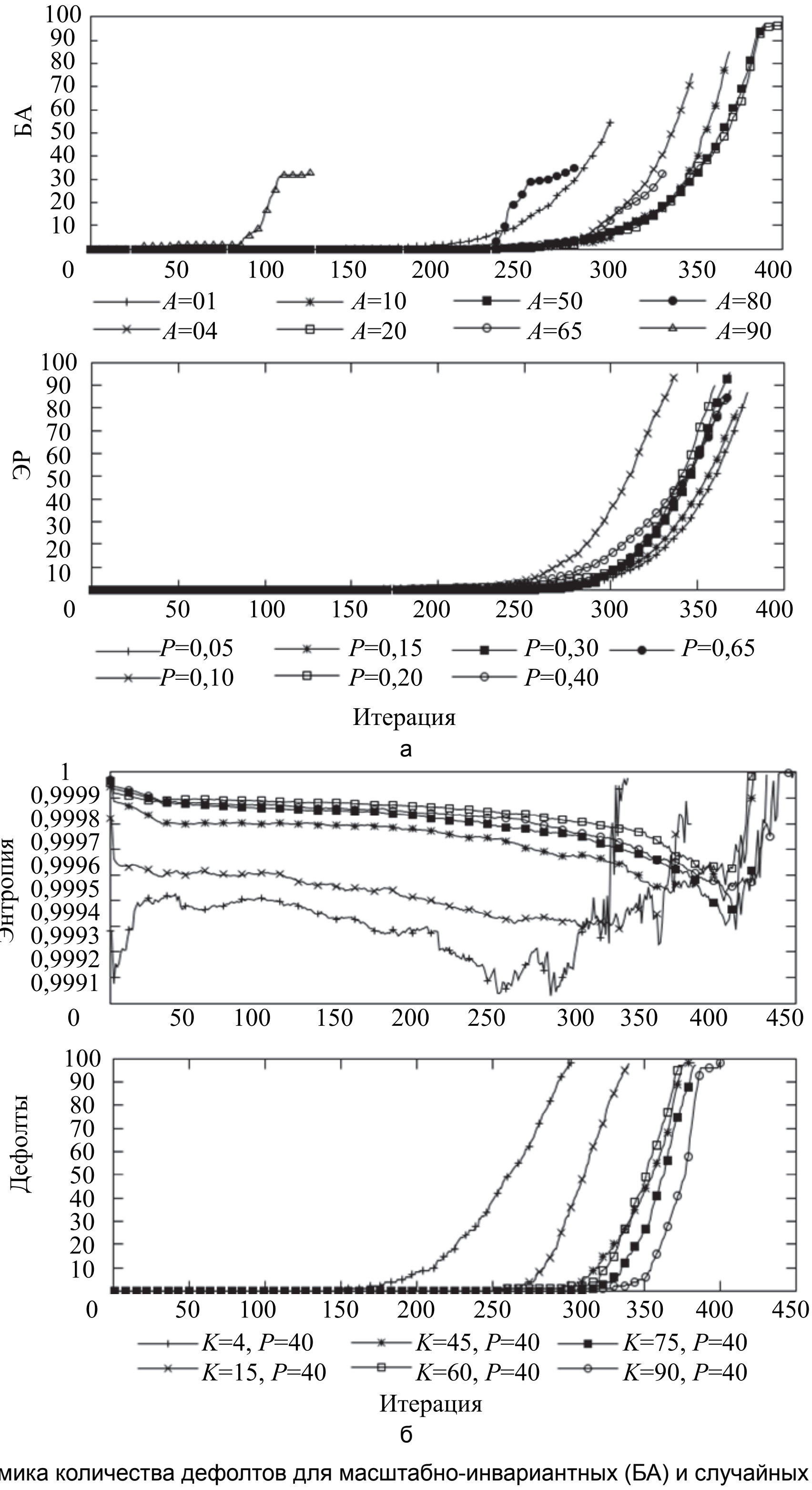

Рисунок. Динамика количества дефолтов для масштабно-инвариантных (БА) и случайных (ЭР) сетей (а); динамика энтропийной характеристики и количества дефолтов для сетей случайного мира (б). Приведенные данные получены экспериментальным путем

Результаты иллюстрируют влияние топологии комплексной сети в начальный момент времени на состояние графа, образованного в результате эволюции системы. Опираясь на приведенные в работе результаты, необходимо учитывать, что изменение алгоритма эволюции, в частности, алгоритма перевязки ребер при удалении узлов и алгоритмов выбора контрагента, приведет к изменению наблюдаемой динамики топологических инвариантов.

Литература

1. Roukny T., Bersini H., Pirotte H., Caldarelli G., Basttiston S. Default cascades in complex networks: topology and systemic risk // Scientific Reports. 2013. V. 3. Art. 2759. doi: 10.1038/srep02759
2. May R.M., Arinaminpathy N. Systemic risk: the dynamics of model banking systems // Journal of the Royal Society Interface. 2010. V. 7. N 46. P. 823–838. doi: 10.1098/rsif.2009.0359
3. Purica I. Nonlinear Dynamics of Finantial Crises: How to Predict Discontinuous Decisions. NY: Academic Press, 2015. 124 p.
4. Montagna M., Kok C. Multi-layered interbank model for assessing systemic risk. Kiel Working Paper, 2013. N 1873.
5. Guleva V.Y. The combination of topology and nodes' states dynamics as an early-warning signal of critical transition in a banking network model // Procedia Computer Science. 2016. V. 80. P. 1755–1764. doi: 10.1016/j.procs.2016.05.436
6. Ye C., Torsello A., Wilson R.C., Hancock E.R. Thermodynamics of time evolving networks // Lecture Notes in Computer Science. 2015. V. 9069. P. 315–324. doi: 10.1007/978-3-319-18224-7_31
7. Mohar B. The Laplacian spectrum of graphs / In: Graph Theory, Combinatorics, and Applications. Wiley, 1991. V. 2. P. 871–898.
8. Chung F.R.K., Lu L. Complex Graphs and Networks. Providence: American Mathematical Society, 2006. V. 107. 264 p.

References

1. Roukny T., Bersini H., Pirotte H., Caldarelli G., Basttiston S. Default cascades in complex networks: topology and systemic risk. *Scientific Reports*, 2013, vol. 3, art. 2759. doi: 10.1038/srep02759
2. May R.M., Arinaminpathy N. Systemic risk: the dynamics of model banking systems. *Journal of the Royal Society Interface*, 2010, vol. 7, no. 46, pp. 823–838. doi: 10.1098/rsif.2009.0359
3. Purica I. *Nonlinear Dynamics of Finantial Crises: How to Predict Discontinuous Decisions*. NY, Academic Press. 2015, 124 p.
4. Montagna M., Kok C. Multi-layered interbank model for assessing systemic risk. *Kiel Working Paper*, 2013, no. 1873.
5. Guleva V.Y. The combination of topology and nodes' states dynamics as an early-warning signal of critical transition in a banking network model. *Procedia Computer Science*, 2016, vol. 80, pp. 1755–1764. doi: 10.1016/j.procs.2016.05.436
6. Ye C., Torsello A., Wilson R.C., Hancock E.R. Thermodynamics of time evolving networks. *Lecture Notes in Computer Science*, 2015, vol. 9069, pp. 315–324. doi: 10.1007/978-3-319-18224-7_31
7. Mohar B. The Laplacian spectrum of graphs. In *Graph Theory, Combinatorics, and Applications*. Wiley, 1991, vol. 2, pp. 871–898.
8. Chung F.R.K., Lu L. *Complex Graphs and Networks*. Providence, American Mathematical Society, 2006, vol. 107, 264 p.

Авторы

Гулева Валентина Юрьевна – инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 199034, Российская Федерация, Valentina.gul.va@gmail.com

Амуда Абдулмалик Бабатунд – студент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 199034, Российская Федерация,amuda.ab@gmail.com

Боченина Клавдия Олеговна – кандидат технических наук, младший научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 199034, Российская Федерация, k.bochenina@gmail.com

Слоот Петрус Мария Арнолдус – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Университет г. Амстердама, Амстердам, 1012 WX, Нидерланды, p.m.a.sloot@uva.nl

Authors

Valentina Yu. Guleva – engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Valentina.gul.va@gmail.com

Abdulmalik B. Amuda – student, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, amuda.ab@gmail.com

Klavdiya O. Bochenina – PhD, junior researcher, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, k.bochenina@gmail.com

Petrus M.A. Sloot – D.Sc., Professor, Head of Chair, University of Amsterdam (UvA), Amsterdam, 1012 WX, the Netherlands, p.m.a.sloot@uva.nl