УДК 519.872

ОЦЕНКА ЕМКОСТИ НАКОПИТЕЛЕЙ ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫХ СИСТЕМ С ПРИОРИТЕТАМИ

Т.И. Алиев[a], Э. Махаревс[b]

[a] Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Российская Федерация
[b] Балтийская международная академия, LV-1019, Латвия, Рига
Адрес для переписки: aliev@cs.ifmo.ru

Информация о статье
Поступила в редакцию 16.01.17, принята к печати 01.03.17
doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-2-294-300
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Алиев Т.И., Махаревс Э. Оценка емкости накопителей высоконагруженных систем с приоритетами // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 2. С. 294–300. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-2-294-300

Аннотация

Предмет исследования. Рассмотрены модели компьютерных сетей в виде систем массового обслуживания с неоднородным потоком заявок, отображающие обработку и передачу пакетов разных классов. Требования, предъявляемые к показателям качества передачи пакетов каждого класса, реализуются за счет применения приоритетных дисциплин обслуживания. Характерной особенностью современных систем телекоммуникаций является работа в условиях высокой нагрузки, что приводит к увеличению вероятности потерь передаваемых пакетов (заявок). Это обусловливает необходимость применения моделей с накопителями ограниченной емкости, аналитическое исследование которых сопровождается сложными и громоздкими математическими выкладками, и результаты в явном виде могут быть получены лишь в частных случаях при определенных предположениях, например, в отношении вероятностных законов, описывающих процессы поступления и обслуживания заявок, что ограничивает их применение. **Метод.** Исследование таких систем методами имитационного моделирования также оказывается проблематичным в виду статистической неустойчивости характеристик функционирования в области больших загрузок. Авторами работы предложен комбинированный подход к исследованию высоконагруженных систем с приоритетами на основе моделей с накопителями неограниченной емкости с использованием аналитических и имитационных методов. **Основные результаты.** Получены аналитические зависимости характеристик обслуживания заявок на уровне двух первых моментов распределений, на основе которых выполняется аппроксимация законов распределений числа заявок в системе. **Практическая значимость.** Показана возможность аппроксимации непрерывными мультиэкспоненциальными распределениями, позволяющими оценить емкости накопителей при заданной вероятности потерь заявок разных классов.

Ключевые слова
система с приоритетами, высоконагруженная система, дисциплина обслуживания, емкость накопителя, загрузка, время пребывания

EVALUATION OF MEMORY CAPACITY FOR HEAVILY LOADED SYSTEMS WITH PRIORITIES

T.I. Aliev[a], E. Maharevs[b]

[a] ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russian Federation
[b] Baltic International Academy, LV-1019, Riga, Latvia
Corresponding author: aliev@cs.ifmo.ru

Article info
Received 16.01.17, accepted 01.03.17
doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-2-294-300
Article in Russian

For citation: Aliev T.I., Maharevs E. Evaluation of memory capacity for heavily loaded systems with priorities. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 2, pp. 294–300 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-2-294-300

Abstract

Subject of Research. The paper deals with the models of computer networks represented by queuing systems with heterogeneous flow of requests. The models show processing and transmission of packets of different classes. Requirements for the quality indicators of packet transmission for each class are implemented by the use of the priority service disciplines.

Operation in high load conditions is a distinctive feature of modern telecommunication systems, leading to probability increase of packets (requests) loss. This necessitates the use of models with limited memory capacity. Analytic study of such models is accompanied by complex and bulky mathematical calculations with explicit results only in special cases under certain assumptions. For example, with regard to the probability laws, describing the processes of receiving and serving of requests that limits the usage of such models. **Method.** The study of such systems with simulation methods is also problematic in view of statistical instability of operation characteristics for high load conditions. We propose an approach to the study of heavily loaded systems with priorities based on the models with unlimited memory capacity. **Main Results.** Analytical results for service characteristics with two moments of distribution were obtained. The distribution laws approximation of the number of requests in system is based on these results. **Practical Relevance.** We have shown the possibility of approximation of continuous multi-exponential distributions that enable to assess memory capacity for given probability of losses for different classes of requests.

Keywords
priority system, high-loaded system, service discipline, memory capacity, load, residence time

Введение

При исследовании распределенных телекоммуникационных и компьютерных сетей применяются модели массового обслуживания с неоднородным потоком заявок, отображающим разные классы передаваемого трафика, к качеству обслуживания которых предъявляются разные требования [1–5]. Качество обслуживания заявок (передачи пакетов) разных классов описывается совокупностью характеристик, основными среди которых являются среднее время задержки пакетов (время пребывания заявок в системе), вариация задержки и вероятности потерь пакетов из-за ограниченной емкости накопителей (буферной памяти) на пути передачи [6]. Выполнение заданных характеристик обеспечивается за счет применения в сетевых устройствах (маршрутизаторах, коммутаторах) приоритетных дисциплин обслуживания, а также корректным выбором емкостей накопителей для заявок разных классов.

Большинство результатов для моделей с приоритетным обслуживанием получено для систем с одним устройством для установившегося режима функционирования систем при условии отсутствия перегрузок [7–9]. В то же время работа реальных систем характеризуется нестационарностью, обусловленной, прежде всего, нестационарностью потоков заявок (пакетов), поступающих в систему, что в отдельные промежутки времени приводит к значительному увеличению загрузки системы. Будем называть систему высоконагруженной, если ее загрузка больше 0,9 и приближается к единице. Исследование высоконагруженных систем средствами имитационного моделирования связано с определенными проблемами, усложняющими получение корректных и достоверных результатов, что обусловлено высокой чувствительностью характеристик функционирования в области загрузок системы, близкой к единице. В этом легко убедиться на примере простой системы типа M/M/1, в которой увеличение нагрузки от значения 0,98 до значения 0,99 приводит к двукратному увеличению среднего времени задержки, а при увеличении до значения 0,995 – к двадцатикратному увеличению. Это означает, что результаты имитационного моделирования из-за статистической неустойчивости могут изменяться в широких пределах. При этом для получения достоверных результатов приходится значительно увеличивать время моделирования, пропуская десятки и сотни миллионов заявок через систему в процессе одного имитационного эксперимента, что делает проблематичным и практически невозможным решение задачи синтеза, связанной с определением емкостей накопителей заявок разных классов при заданных ограничениях на вероятности потерь, особенно при большом количестве классов заявок. В таких случаях для оценки характеристик функционирования высоконагруженных систем более предпочтительными оказываются аналитические методы исследования, позволяющие при определенных предположениях получить точные результаты или верхние границы исследуемых характеристик.

Следствием высокой нагрузки в реальных системах является потеря заявок из-за ограниченной емкости накопителя, что существенно сказывается на эффективности системы. Использование в этих случаях моделей с накопителями неограниченной емкости (систем без потерь) оказывается невозможным, поскольку значения характеристик функционирования такой системы с течением времени стремятся к бесконечности. Очевидно, что при исследовании таких систем необходимо применять модели с накопителями ограниченной емкости, аналитические модели которых более сложны, громоздки и позволяют рассчитывать характеристики функционирования систем лишь в частных случаях при определенных предположениях, например, в отношении вероятностных законов, описывающих процессы поступления и обслуживания заявок, что ограничивает их применение. В то же время модели с накопителями неограниченной емкости могут использоваться для оценки емкости накопителя, при которой вероятность потери заявок (пакетов) не превысит заданное значение.

В работе рассматриваются модели систем, представляемые в виде одноканальной системы массового обслуживания с неоднородным потоком заявок и накопителями неограниченной емкости. Заявки разных классов выбираются на обслуживание в соответствии с дисциплиной со смешанными приоритетами, при которой заявки некоторых классов могут объединяться в бесприоритетные группы, между которыми могут быть установлены относительные приоритеты. Примерами систем, функционирование которых отображается представленными выше моделями, могут служить маршрутизатор или канал связи сети передачи данных. В последнем случае модель отображает ожидание в выходном буфере маршрутизатора пакетов разных классов, к характеристикам передачи которых предъявляются разные требования, и их передачу по каналу связи. Эти требования реализуются за счет использования приоритетных дисциплин обслуживания [10].

Постановка задачи

Рассмотрим систему с одним обслуживающим устройством, в которую поступают простейшие потоки заявок H классов с интенсивностями $\lambda_1,\ldots,\lambda_H$. Длительность обслуживания в устройстве τ_{b_h} заявки класса $h=1,\ldots,H$ распределена по произвольному закону с функцией распределения $F(\tau_{b_h})$ и задается как минимум тремя начальными моментами: $b_h=b_h^{(1)}$, $b_h^{(2)}$ и $b_h^{(3)}$, где $b_h^{(n)}=\int_0^\infty \tau_{b_h}^n dF(\tau_{b_h})$ $(h=\overline{1,H};\ n=1,2,\ldots)$.

Заявка, поступившая в систему и заставшая устройство занятым, заносится в накопитель соответствующего класса. Заявки выбираются на обслуживание из накопителей в соответствии с дисциплиной со смешанными приоритетами, задаваемой матрицей приоритетов [11]: $Q=[q_{ij}\ (i,j=1,\ldots,H)]$. Элемент q_{ij} определяет наличие $(q_{ij}=1)$ или отсутствие $(q_{ij}=0)$ относительного приоритета заявок класса i по отношению к заявкам класса j, означающего, что приоритет проявляется только в момент выбора заявки на обслуживание. При отсутствии приоритетов заявки разных классов выбираются на обслуживание в порядке поступления. Заметим, что при описании дисциплины обслуживания с использованием матрицы приоритетов, в отличие от традиционного представления, когда приоритет уменьшается в порядке возрастания или убывания номеров классов [8, 9], приоритеты между заявками разных классов могут быть назначены произвольным образом, в частности, наивысший приоритет могут иметь заявки любого класса. Данное обстоятельство является важным при решении задачи распределения приоритетов [10], в результате которого наивысший приоритет может быть назначен любому классу заявок.

Положим, что система функционирует в области высокой нагрузки, т.е. суммарная нагрузка системы $Y=\sum_{h=1}^{H} y_h$ приближается к единице, но не превышает ее. Здесь y_h – нагрузка, создаваемая заявками класса $h=\overline{1,H}$, совпадающая с загрузкой: $\rho_h = y_h = \lambda_h b_h$. Для рассматриваемой системы с накопителями неограниченной емкости суммарная загрузка системы R, определяемая как доля времени, в течение которого устройство работает, совпадает с нагрузкой Y: $R=Y$.

В [11] получены преобразования Лапласа времени пребывания заявок разных классов для систем с неоднородным потоком заявок и накопителями неограниченной емкости при использовании дисциплины обслуживания со смешанными приоритетами в предположении о простейшем характере потоков заявок и произвольных длительностях обслуживания. Представленные зависимости для преобразований Лапласа позволяют рассчитать любое количество начальных моментов характеристик обслуживания заявок. Однако аналитический подход ограничивает область исследований и не позволяет получить сколь-нибудь приемлемые результаты при загрузке системы, равной 1, а также в случае работы в режиме перегрузки. Очевидно, что исследование перегруженных систем следует проводить с использованием моделей с накопителями ограниченной емкости. Однако для таких моделей получение результатов в аналитической форме становится проблематичным даже в случае однородного потока заявок, а при наличии приоритетов между заявками разных классов – практически невозможным. В связи с этим для определения характеристик моделей с накопителями ограниченной емкости основным инструментом становится имитационное моделирование, позволяющее получить результаты при любых предположениях о характере потоков заявок и длительностей обслуживания, а также для любых значений емкостей накопителей заявок разных классов. В то же время применение имитационного моделирования для решения задач синтеза, например, с целью определения емкостей накопителей, связано с необходимостью перебора большого числа вариантов построения системы и, как следствие, со значительными затратами материальных ресурсов и времени. Очевидно, что наиболее приемлемым решением является комбинированный подход к исследованию таких систем с применением аналитических и имитационных методов моделирования.

Характеристики системы с накопителями неограниченной емкости

Положим, что все накопители рассматриваемой системы имеют неограниченную емкость, а суммарная нагрузка системы не превышает единицы: $Y<1$.

В [12] авторами получены выражения для двух первых начальных моментов распределения времени пребывания u_h и $u_h^{(2)}$ заявок класса $h=\overline{1,H}$ в системе с произвольно распределенной длительностью обслуживания заявок при использовании дисциплины обслуживания со смешанными приоритетами и показано, что среднее значение m_h и второй момент $m_h^{(2)}$ числа заявок класса h в системе связаны с u_h и $u_h^{(2)}$ следующими зависимостями:

$$m_h = \lambda_h u_h; \qquad m_h^{(2)} = \lambda_h^2 u_h^{(2)} + \lambda_h u_h \qquad (h = \overline{1,H}) . \tag{1}$$

Для рассматриваемой дисциплины обслуживания, предполагающей наличие или отсутствие относительных приоритетов между заявками разных классов, после некоторых преобразований можно получить аналитические зависимости для расчета среднего значения m_h и второго начального момента $m_h^{(2)}$ числа заявок класса h $(h = \overline{1,H})$ в системе:

$$\left.\begin{aligned} m_h &= \frac{\lambda_h \sum_{i=1}^{H} \lambda_i b_i^{(2)}}{2(1-R_h')(1-R_h'')} + \rho_h; \\ m_h^{(2)} &= \frac{\lambda_h^2 \sum_{i=1}^{H} \lambda_i b_i^{(3)}}{3(1-R_h')^2 (1-R_h'')} + \frac{\lambda_h^2 \sum_{i=1}^{H} [1-0,5 q_{hi}(3-q_{hi})] \lambda_i b_i^{(2)} \sum_{i=1}^{H} \lambda_i b_i^{(2)}}{2(1-R_h')^2 (1-R_h'')^2} + \\ &+ \frac{\lambda_h^2 \sum_{i=1}^{H} q_{ih}(3-q_{ih}) \lambda_i b_i^{(2)} \sum_{i=1}^{H} \lambda_i b_i^{(2)}}{4(1-R_h')^3 (1-R_h'')} + \frac{\lambda_h (1+\rho_h) \sum_{i=1}^{H} \lambda_i b_i^{(2)}}{2(1-R_h')(1-R_h'')} + \rho_h + \lambda_h^2 b_h^{(2)} \end{aligned}\right\}, \tag{2}$$

где $R_h' = \sum_{i=1}^{H} q_{ih} \lambda_i b_i$ – загрузка, создаваемая заявками более высокого приоритета, чем приоритет заявок класса h; $R_h'' = \sum_{i=1}^{H} (1-q_{hi}) \lambda_i b_i$ – загрузка, создаваемая заявками более высокого или такого же приоритета, как h; $b_i^{(n)}$ – n-й начальный момент длительности обслуживания заявок класса i $(i, h = \overline{1,H}$; $n = 1, 2, 3)$.

Значения m_h и $m_h^{(2)}$ позволяют оценить коэффициент вариации (КВ) числа заявок в системе: $\nu_h = \sqrt{m_h^{(2)} / m_h^2 - 1}$ $(h = \overline{1,H})$.

На основе двух начальных моментов m_h и $m_h^{(2)}$ может быть выполнена аппроксимация функции распределения числа заявок класса h в системе и рассчитана вероятность превышения некоторого заданного значения, характеризующего допустимую вероятность потери заявки из-за ограниченной емкости накопителя, являющаяся важным показателем качества передачи пакетов в компьютерных сетях.

Расчет емкостей накопителей заявок разных классов

Точные аналитические зависимости для расчета вероятности потерь при ограниченной емкости накопителя могут быть получены только для частных случаев, например для систем, представляемых марковскими моделями. В общем случае для систем с неоднородной нагрузкой и при наличии приоритетов между классами заявок могут быть предложены приближенные аналитические методы. Определим емкости накопителей заявок разных классов, при которых обеспечивается заданный уровень потерь заявок δ_h $(h = \overline{1,H})$.

Для оценки емкости накопителя заявок класса h, при которой вероятность потери заявок не превысит δ_h, можно воспользоваться аппроксимацией по двум моментам распределения числа заявок класса h в системе дискретным отрицательным биномиальным распределением [13]. Однако при этом невозможно получить аналитическое выражение для расчета максимального числа заявок, вероятность превышения которого не более δ_h. Для того чтобы получить аналитическое выражение, будем рассматривать число заявок в системе как непрерывную случайную величину. Основанием для этого может служить тот факт, что число заявок в высоконагруженной системе изменяется в широком диапазоне значений даже в случае ограниченной емкости накопителя. Легко убедиться на примере простейшей системы M/M/1/E, что при нагрузке $y = 1$ емкость накопителя E, при которой вероятность потери заявок не превысит значения 0,001, равна 998 [9].

Определим максимальное число заявок M_h класса h как $(1-\delta_h)$-квантиль, задаваемый уравнением

$$F_h(M_h) = 1 - \delta_h, \tag{3}$$

где $F_h(M_h)$ – функция распределения числа заявок класса h в системе; δ_h – вероятность того, что число заявок класса h в системе (накопителе) не превысит значения M_h. В компьютерных сетях при передаче данных $\delta_h = 10^{-3}$ [6]. Емкость накопителя будет определяться как ближайшее большее целое по отношению к M_h: $E_h = \lceil M_h \rceil$.

Для расчета максимального числа заявок в системе M_h воспользуемся аппроксимацией закона распределения числа заявок в системе по двум моментам, рассчитанным по формулам (1). На основе средних значений m_h и КВ ν_h числа заявок разных классов в системе можно выполнить аппроксимацию функции распределения числа заявок в системе $F_h(x)$ по двум моментам с использованием мультиэкспоненциальных распределений: распределения Эрланга при $\nu_h < 1$, экспоненциального распределения при $\nu_h = 1$ и гиперэкспоненциального распределения при $\nu_h > 1$ [14].

В случае экспоненциального распределения $F_h(x) = 1 - \exp(-x/m_h)$, откуда с учетом (3) легко получить $M_h = -m_h \ln \delta_h$, где m_h – среднее число заявок в системе, рассчитываемое в соответствии с (2). При $\delta_h = 10^{-3}$ получим $M_h \approx 6{,}91\, m_h$.

При $\nu_h < 1$ для аппроксимации закона распределения числа заявок класса h в системе по двум начальным моментам можно воспользоваться распределением Эрланга порядка k с функцией распределения:

$$F_h(x,k) = 1 - e^{-k\alpha_h x} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(k\alpha_h x)^i}{i!}, \qquad (4)$$

где k = 1, 2, … и α_h – параметры распределения, причем α_h определяется в зависимости от среднего значения m_h как $\alpha_h = 1/m_h$, а k – от значения КВ ν_h как ближайшее целое большее $1/\nu_h^2$: $k = \lceil 1/\nu_h^2 \rceil$.

Округление в большую сторону позволяет получить верхнюю границу числа заявок класса h в системе. Решая уравнение (3) с учетом (4) для распределения Эрланга при $\delta_h = 10^{-3}$ и разных значениях порядка k, получим: $M_h \approx 4{,}62 m_h$ для $k = 2$ ($\nu_h = 0{,}71$), $M_h \approx 3{,}74 m_h$ для $k = 3$ ($\nu_h = 0{,}58$), $M_h \approx 2{,}27 m_h$ для $k = 4$ ($\nu_h = 0{,}5$) и т.д.

При $\nu_h > 1$ для аппроксимации закона распределения числа заявок класса h в системе по двум начальным моментам воспользуемся частным случаем гиперэкспоненциального распределения в виде однофазного распределения Кокса, функция которого имеет вид

$$F_h(x) = 1 - q_h \exp(-x/n_h),$$

где q_h и n_h – параметры распределения, определяемые через известные значения средних значений m_h и ν_h следующим образом [14]: $q_h = \dfrac{2}{1+\nu_h^2}$; $n_h = \dfrac{1+\nu_h^2}{2} m_h$.

Заменяя параметры q_h и n_h в последнем выражении и решая уравнение $F_h(M_h) = 1 - \delta_h$, после некоторых преобразований получим:

$$M_h = -0{,}5(1+\nu_h^2)\ln[0{,}5\,\delta_h\,(1+\nu_h^2)]\, m_h \qquad (h = \overline{1,H}).$$

Рассмотренный подход позволяет оценить емкости накопителей $E_h = \lceil M_h \rceil$ в высоконагруженных системах с приоритетами, при которых вероятности потерь заявок классов $h = 1,\dots,H$ не превысят заданные значения $\delta_1,\dots,\delta_H$, в предположении о простейшем характере потоков заявок разных классов, поступающих в систему. В то же время интервалы между последовательными заявками могут быть распределены по закону, отличному от экспоненциального. В этом случае, если коэффициент вариации интервалов меньше единицы, можно утверждать, что полученная оценка емкости накопителя является гарантированной верхней границей. Если же коэффициент вариации интервалов больше единицы, то полученную оценку следует уточнить с использованием имитационного моделирования.

Численный пример

Эффективность и корректность предлагаемого подхода к расчету характеристик функционирования высоконагруженных систем с приоритетным обслуживанием подтверждается многочисленными экспериментами и сравнением результатов расчета характеристик функционирования и оценки емкости накопителей заявок разных классов, полученных на основе предлагаемого аналитического метода, с результатами имитационного моделирования в среде GPSS [9].

Один из таких примеров представлен ниже.

Рассмотрим систему, в которую поступают 5 классов заявок с интенсивностями 0,05; 0,025; 0,01; 0,008 и 0,005 $с^{-1}$ соответственно. Средняя длительность обслуживания заявок всех классов одинакова и равна 10 с, а КВ длительностей обслуживания различны и равны 0,5; 0; 0,7; 1 и 2 соответственно. Начальные моменты 3-го порядка равны 1000; 1000; 1000; 6000 и 37500 $с^3$. Таким образом, суммарная нагрузка системы составляет 0,98.

В качестве дисциплины обслуживания заявок используется дисциплина с относительными приоритетами, в которой приоритеты назначены по правилу: классу заявок с меньшим номером – более высокий приоритет.

В таблице для каждого класса заявок представлены результаты расчета емкостей накопителей (максимального числа заявок), при которых вероятности потери заявок каждого класса не превысят заданного значения $\delta_h = 0{,}001$. Здесь же для сравнения представлены значения емкостей накопителей, рассчитанные с использованием неравенства Чебышева [15]. Как видно из таблицы, предлагаемый подход позволяет повысить точность оценки емкости накопителей в несколько раз.

Результаты расчетов	Номер класса заявок				
	1	2	3	4	5
Среднее число заявок в системе	1,22	1,68	2,01	5,54	25,66
КВ числа заявок в системе	1,09	1,20	1,35	1,27	1,24
Емкость накопителей при $\delta_h = 0{,}001$	10	14	19	48	218
Емкость по неравенству Чебышеву	42	64	86	222	1009
Вероятность потери (имитационное моделирование)	0,00041	0,00071	0,00082	0,00058	0,00026

Таблица. Результаты расчета емкостей накопителей

Достоверность полученных значений емкостей накопителей подтверждается результатами оценки вероятностей потерь заявок каждого класса, полученными на имитационной модели, реализованной в среде GPSS, при прогоне через модель в каждом эксперименте по 500 миллионов заявок.

Из представленных в таблице результатов видно, что вероятности потерь заявок каждого класса получены с запасом по отношению к заданной вероятности потерь $\delta_h = 0{,}001$, а емкости накопителей, рассчитанные по неравенству Чебышева, в несколько раз превышают значения, полученные на основе предлагаемого подхода.

Заключение

Проблемы, возникающие при имитационном моделировании высоконагруженных систем с приоритетами и накопителями неограниченной емкости, требуют разработки и применения аналитических методов расчета характеристик функционирования. Предложенный подход к расчету характеристик таких систем, а также представленные результаты исследований показывают возможность оценки емкостей накопителей заявок разных классов, обеспечивающих заданные вероятности потерь путем замены дискретных распределений непрерывными.

Литература

1. Вишневский В., Семенова О. Системы поллинга: теория и применение в широкополосных беспроводных сетях. М.: Техносфера, 2007. 312 с.
2. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: Учебник для вузов. 5-е изд. СПб.: Питер, 2016. 992 с.
3. Bogatyrev V.A. Protocols for dynamic distribution of requests through a bus with variablelogic ring for reception authority transfer // Automatic Control and Computer Sciences. V. 33. N 1. P. 57–63.
4. Голубев И.Ю., Богатырев В.А. Модель обслуживания неоднородного потока при приоритетной дублированной обработке критичных запросов // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2014. № 4. С. 27–32. doi: 10.14489/vkit.2014.04.pp.027-032
5. Bogatyrev V.A. Protocols for dynamic distribution of demands and for mapping the conditions of functional resources in fault-tolerant computer systems // Engineering Simulation. 2000. V. 17. N 6. C. 885–895.
6. ITU-T Recommendation Y.1541:2006. Network performance objectives for IP-based services. Geneva, 2012. 66 p.
7. Gautam N. Analysis of Queues: Methods and Application. CRC Press, 2014. 802 p.

References

1. Vishnevskii V.M., Semenova O.V. *Polling Systems: Theory and Applications in Broadband Wireless Networks*. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2007, 312 p. (In Russian)
2. Olifer V.G., Olifer N.A. *Computer Networks. Principles, Technologies, Protocols*. 5th ed. St. Petersburg, Piter Publ., 2016, 992 p. (In Russian)
3. Bogatyrev V.A. Protocols for dynamic distribution of requests through a bus with variable logic ring for reception authority transfer. *Automatic Control and Computer Sciences*, 1999, vol. 33, no. 1, pp. 57–63.
4. Golubev I.Yu., Bogatyrev V.A. Service model of inhomogeneous flow at priority processing duplicate criticality queries. *Herald of Computer and Information Technologies*, 2014, no. 4, pp. 27–32. (In Russian) doi: 10.14489/vkit.2014.04.pp.027-032
5. Bogatyrev V.A. Protocols for dynamic distribution of demands and for mapping the conditions of functional resources in fault-tolerant computer systems. *Engineering Simulation*, 2000, vol. 17, no. 6, pp. 885–895.
6. *ITU-T Recommendation Y.1541:2006*. Network performance objectives for IP-based services. Geneva, 2012, 66 p.
7. Gautam N. *Analysis of Queues: Methods and Appli*cation. CRC Press, 2014, 802 p.

8. Пустовойтов П.Е. Компьютерная сеть с неоднородным входным потоком заявок с относительными приоритетами // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2011. Т. 3. № 2. С. 43–46.
9. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. 363 с.
10. Aliev T.I. The synthesis of service discipline in systems with limits // Communications in Computer and Information Science. 2016. V. 601. P. 151–156. doi: 10.1007/978-3-319-30843-2_16
11. Алиев Т.И. Характеристики дисциплин обслуживания заявок с несколькими классами приоритетов // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1987. № 6. С. 188–191.
12. Алиев Т.И., Махаревс Э. Дисциплины обслуживания на основе матрицы приоритетов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. № 6 (94). С. 91–97.
13. Де Гроот М. Оптимальные статистические решения. М.: Мир, 1974. 492 с.
14. Алиев Т.И. Аппроксимация вероятностных распределений в моделях массового обслуживания // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 2(84). С. 88–93.
15. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.

8. Pustovoitov P. Computer network with inhomogeneous input stream applications with relative priority. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2011, vol. 3, no. 2, pp. 43–46. (In Russian)
9. Aliev T.I. *Fundamentals of Simulation of Discrete Systems*. St. Petersburg, SPbSU ITMO Publ., 2009, 363 p. (In Russian)
10. Aliev T.I. The synthesis of service discipline in systems with limits. *Communications in Computer and Information Science,* 2016, vol. 601, pp. 151–156. doi: 10.1007/978-3-319-30843-2_16
11. Aliev T.I. Characteristics of service disciplines with multiple priority classes. *Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Tekhnicheskaya Kibernetika*, 1987, no. 6, pp. 188–191. (In Russian)
12. Aliev T.I., Maharevs E. Queueing disciplines based on priority matrix. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2014, no. 6, pp. 91–97. (In Russian)
13. DeGroot M.H. *Optimal Statistical Decisions*. McGraw-Hill, 1970.
14. Aliev T.I. Approximation of probability distributions in queueing models. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2013, no. 2, pp. 88–93. (In Russian)
15. Venttsel' E.S. *Probability Theory*. Moscow, Nauka Publ., 1969, 576 p. (In Russian)

Авторы

Алиев Тауфик Измайлович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, aliev@d1.ifmo.ru
Махаревс Эдуардс – доктор технических наук, хабилитированный доктор инженерных наук, профессор, профессор, Балтийская международная академия, Рига, LV-1019, Латвия, eduard@rostourism.lv

Authors

Taufik I. Aliev – D.Sc., Professor, Head of Chair, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, aliev@d1.ifmo.ru

Eduards Maharevs – D.Sc., Doctor Habilitate Science Engineering, Full Professor, Baltic International Academy, Riga, LV-1019, Latvia, eduard@rostourism.lv