УДК 681.5

НОВЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА АЛГОРИТМОВ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПО ВЫХОДУ

О.И. Борисов[a], А.А. Пыркин[a]

[a] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
Адрес для переписки: borisov@corp.ifmo.ru

Информация о статье
Поступила в редакцию 17.03.17, принята к печати 28.04.17
doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-3-564-567
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Борисов О.И., Пыркин А.А. Новый метод синтеза алгоритмов робастного управления по выходу // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 3. С. 564–567. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-3-564-567

Аннотация
В работе предложен метод синтеза робастного регулятора по выходу, известный как последовательный компенсатор, для решения задач стабилизации неопределенных объектов по выходу. Идея основана на переходе от операторной формы записи регулятора к его матричному представлению, что допускает возможность использования дополнительного инструментария (например, линейных матричных неравенств). Новый метод синтеза позволяет развить известный результат и получить эффективные решения таких задач, как дискретизация, оптимизация и адаптация. Для подтверждения работоспособности предложенного регулятора в работе приведены результаты компьютерного моделирования, иллюстрирующие стабилизацию неопределенного объекта с одним устойчивым нулем и двумя неустойчивыми полюсами с обеспечением времени переходного процесса меньше заданного.

Ключевые слова
последовательный компенсатор, робастное управление, управление по выходу, дискретизация, оптимизация, адаптация

Благодарности
Работа была поддержана грантом Президента Российской Федерации №14.Y31.16.9281-НШ.

NEW DESIGN METHOD OF OUTPUT ROBUST CONTROL ALGORITHMS

O.I. Borisov[a], A.A. Pyrkin[a]

[a] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation
Corresponding author: borisov@corp.ifmo.ru

Article info
Received 17.03.17, accepted 28.04.17
doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-3-564-567
Article in Russian

For citation: Borisov O.I., Pyrkin A.A. New design method of output robust control algorithms. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 3, pp. 564–567 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-3-564-567

Abstract
The paper deals with design method of an output robust controller known as the consecutive compensator for output stabilization of uncertain plants. An idea is based on transition from operator form of the regulator to its matrix representation that permits the usage of auxiliary tools (e.g. linear matrix inequalities). The new design method enables to develop the known result and get effective solutions for such tasks as discretization, optimization and adaptation. The paper provides simulation results to confirm efficiency of the proposed regulator. They illustrate stabilization of uncertain plant with one stable zero and two unstable poles with settling time less than the given one.

Keywords
consecutive compensator, robust control, output control, discretization, optimization, adaptation

Acknowledgements
This work was supported by the Russian Federation President Grant No.14.Y31.16.9281-НШ.

Регуляторы с простой структурой и упрощенной настройкой параметров управления представляют интерес для инженеров, поскольку их программная реализация, как правило, не требует значительных вычислительных мощностей и не вызывает сложностей. С этой точки зрения метод робастного управления по выходу, известный как последовательный компенсатор [1], положительно зарекомендовал себя при решении ряда прикладных задач [2–4]. Однако остаются открытыми некоторые вопросы, касающиеся обеспечения заданного качества управления, перехода от непрерывной формы к дискретной для применения в цифровых системах. В настоящей работе представлен регулятор, предполагающий переход от операторного формализма к матричному, допуская возможность использования дополнительного инструментария (например, линейных матричных неравенств).

Рассмотрим линейную стационарную систему вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \quad y(t) = \mathbf{C}x(t), \tag{1}$$

где $\mathbf{x} \in R^n$ – вектор состояния, $y \in R^1$ – измеряемая выходная переменная, $u \in R^1$ – управляющий сигнал, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ – матрицы состояния, входа и выхода размерностей $n \times n$, $n \times 1$, $1 \times n$ соответственно, n – порядок системы. Введем следующие допущения.

Допущение 1. Объект (1) – минимально-фазовый [5].

Допущение 2. Относительная степень объекта (1) $r \geq 1$ известна.

Ставится задача стабилизации по выходу с обеспечением условия:

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 0.$$

Модель «вход–выход» объекта (1) имеет вид

$$y(s) = \frac{b(s)}{a(s)} u(s), \tag{2}$$

где $b(s)$ – гурвицев полином в соответствии с Допущением 1.

Выполним следующие преобразования модели (2):

$$\frac{a(s)}{b(s)} y(s) = u(s) \Rightarrow \left[c(s) + \frac{d(s)}{b(s)} \right] y(s) = u(s) \Rightarrow c(s)y(s) = u(s) - \frac{d(s)}{b(s)} y(s). \tag{3}$$

Степени полиномов $b(s)$, $c(s)$ и $d(s)$ составляют соответственно $n-r$, r и $n-r-1$. Запишем модель объекта (3) в виде

$$z(s) = \frac{d(s)}{b(s)} y(s), \quad y(s) = \frac{1}{c(s)} \left[u(s) - z(s) \right],$$

а также в пространстве состояний:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{z}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}} & \mathbf{A_{12}} \\ \mathbf{A_{21}} & \mathbf{A_{22}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B_2} \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Обратим внимание на ключевые свойства модели вида (4). Матрица $\mathbf{A_{11}}$ гурвицева в силу Допущения 1. Матрица $\mathbf{A_{22}}$ может быть выбрана во фробениусовой форме, что определяет значения векторов $\mathbf{B_2} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & b_0 \end{bmatrix}^T$ и $\mathbf{C_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$.

Допустив, что сигнал $\mathbf{z_2}(t)$ измеряемый, выберем закон управления в виде

$$u(t) = -k\mathbf{K_0}\mathbf{z_2}(t), \tag{5}$$

где $k > 0$ – параметр, выбираемый разработчиком, $\mathbf{K_0} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & \cdots & k_r \end{bmatrix}$ – вектор-строка коэффициентов произвольного гурвицева полинома $K(s) = k_r s^{r-1} + \cdots + k_2 s + k_1$.

Известно, что существует число k_0 такое, что для всех $k \geq k_0$ замкнутая система (4)–(5) асимптотически и экспоненциально устойчива (результат, известный как «теорема Фрадкова», совпадает с [6]). В самом деле, замкнутая система имеет следующий вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{z}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}} & \mathbf{A_{12}} \\ \mathbf{A_{21}} & \mathbf{A_{22}} - k\mathbf{B_2}\mathbf{K_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \end{bmatrix},$$

где в силу структуры матриц $\mathbf{A_{22}}$ и $\mathbf{B_2}$ легко найти число k_0 такое, что для всех $k \geq k_0$ матрица $\mathbf{A_{22}} - k\mathbf{B_2}\mathbf{K_0}$ гурвицева и, более того, наряду с гурвицевой матрицей $\mathbf{A_{11}}$ подавляет составляющие $\mathbf{A_{12}}$ и $\mathbf{A_{21}}$, т.е. смещает их спектр собственных чисел влево от мнимой оси.

Вернемся к основной задаче, при которой измерению доступна только выходная переменная y. Выберем закон управления в виде

$$u(t) = -k\mathbf{K_0}\xi(t), \tag{6}$$

$$\dot{\xi}(t) = \mathbf{\Gamma_s}\xi(t) + \mathbf{d_s} y(t), \tag{7}$$

где

$$\mathbf{\Gamma_s} = \begin{bmatrix} -k_r\sigma & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_{r-1}\sigma^2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_1\sigma^r & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{d_s} = \begin{bmatrix} k_r \\ k_{r-1}\sigma^2 \\ \vdots \\ k_1\sigma^r \end{bmatrix},$$

где σ – параметр, выбираемый разработчиком.

Заметим, что матрица $\mathbf{\Gamma_s}$ может быть представлена в виде

$$\mathbf{\Gamma_s} = \sigma\mathbf{T}\underbrace{\begin{bmatrix} -k_r & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_{r-1} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{\Gamma_0}}\mathbf{T}^{-1}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \sigma^{r-1} \end{bmatrix},$$

где матрица $\mathbf{\Gamma_0}$ гурвицева. Следовательно, собственные числа связаны соотношением $\lambda\{\mathbf{\Gamma_s}\} = \sigma\lambda\{\mathbf{T}\mathbf{\Gamma_0}\mathbf{T}^{-1}\}$. Модель замкнутой системы имеет вид

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{z}}_2(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}} & \mathbf{A_{12}} & 0 \\ \mathbf{A_{21}} & \mathbf{A_{22}} & k\mathbf{B_2K_0} \\ 0 & \mathbf{d_s C_2} & \mathbf{\Gamma_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix}.$$

Введем новую переменную $\chi = \mathbf{z}_2 - \xi$ и вычислим ее производную:

$$\dot{\chi}(t) = \mathbf{A_{21}z_1}(t) + \mathbf{A_{22}z_2}(t) - k\mathbf{B_2K_0}(\mathbf{z_2}(t) - \chi(t)) - \mathbf{d_s C_2 z_2}(t) - \mathbf{\Gamma_s}(\mathbf{z_2}(t) - \chi(t)) =$$
$$= \mathbf{A_{21}z_1}(t) + (\mathbf{A_{22}} - \underbrace{(\mathbf{\Gamma_s} + \mathbf{d_s C_2})}_{\mathbf{I_0}} - k\mathbf{B_2K_0})\mathbf{z_2}(t) + (\mathbf{\Gamma_s} + k\mathbf{B_2K_0})\chi(t),$$

и в итоге

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{z}}_2(t) \\ \dot{\chi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}} & \mathbf{A_{12}} & 0 \\ \mathbf{A_{21}} & \mathbf{A_{22}} - k\mathbf{B_2K_0} & k\mathbf{B_2K_0} \\ \mathbf{A_{21}} & \mathbf{A_{22}} - \mathbf{I_0} - k\mathbf{B_2K_0} & \mathbf{\Gamma_s} + k\mathbf{B_2K_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1(t) \\ \mathbf{z}_2(t) \\ \chi(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I_0} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \qquad (8)$$

Известно, что существует число k_0 такое, что для всех $k \geq k_0$ блочная матрица

$$\mathbf{A_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A_{11}} & \mathbf{A_{12}} \\ \mathbf{A_{21}} & \mathbf{A_{22}} - k\mathbf{B_2K_0} \end{bmatrix}$$

гурвицева. Кроме того, известно, что существует число σ_0 такое, что для всех $\sigma \geq \sigma_0$ матрица $\mathbf{\Gamma_s}$ подавляет остальные элементы блочной матрицы, и система (8) асимптотически (экспоненциально) устойчива, что, в сущности, совпадает с [1, 7, 8].

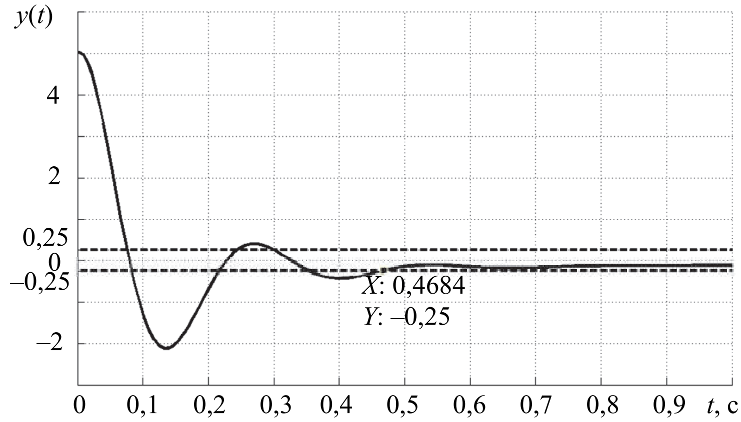

Рисунок. Результаты моделирования

В качестве примера рассмотрим объект управления, заданный передаточной функцией

$$\frac{b(s)}{a(s)} = \frac{(s+1)}{(s-2)(s-1)}. \qquad (9)$$

Для объекта (9) регулятор (6)–(7) имеет вид

$$u(t) = -kk_1\xi(t),$$
$$\dot{\xi}(t) = k_1\sigma(y(t) - \xi(t)).$$

Выберем параметры управления $k = 35$, $\sigma = 20$, $k_1 = 1$ и осуществим моделирование замкнутой системы с ненулевыми начальными условиями. Результаты моделирования приведены на рисунке. Как видно из графика, в примере достигнуто время переходного процесса менее $0{,}5\,\text{с}$.

В настоящей работе предложена идея использования матричной формы регулятора (6)–(7), которая позволяет получить модель замкнутой системы вида (8), что открывает возможности решения ряда ранее не рассматриваемых задач. Предложенный метод синтеза позволяет развить известный результат, открывая пути решения актуальных задач, связанных с повышением качества управления неопределенными объектами по выходу.

Литература

1. Бобцов А.А. Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 2002. № 11. С. 108–117.
2. Власов С.М., Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А., Бобцов А.А. Робастная система динамического позиционирования для роботизированного макета надводного судна // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58. № 9. С. 713–719. doi: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-713-719
3. Петраневский И.В., Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А. Управление квадрокоптером с компенсацией ветровых возмущений // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015. Т. 15. № 6. С. 1045–1053. doi: 10.17586/2226-1494-2015-15-6-1045-1053
4. Власов С.М., Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А., Бобцов А.А. Алгоритмы адаптивного и робастного управления по выходу роботизированным макетом надводного судна // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17. № 1. С. 18–25.
5. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
6. Фрадков А.Л. Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика. 1974. № 12. С. 96–103.
7. Serrani A., Isidori A., Marconi L. Semiglobal nonlinear output regulation with adaptive internal model // IEEE Transactions on Automatic Control. 2001. V. 46. N 8. P. 1178–1194. doi: 10.1109/9.940923
8. Bobtsov A. A note to output feedback adaptive control for uncertain system with static nonlinearity // Automatica. 2005. V. 41. N 12. P. 2177–2180. doi: 10.1016/j.automatica.2005.08.006

References

1. Bobtsov A.A. Robust output-control for a linear system with uncertain coefficients. *Automation and Remote Control*, 2002, vol. 63, no. 11, pp. 1794–1802. doi: 10.1023/A:1020907415730
2. Vlasov S.M., Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A. Robust system of dynamic positioning for robotized model of surface craft. *Journal of Instrument Engineering*, 2015, vol. 58, no. 9, pp. 713–719. (In Russian)
3. Petranevsky I.V., Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A. Output controller for quadrocopter with wind disturbance cancellation. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2015, vol. 15, no. 6, pp. 1045–1053. (In Russian) doi: 10.17586/2226-1494-2015-15-6-1045-1053
4. Vlasov S.M., Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A. Algorithms of adaptive and robust output control for a robotic prototype of a surface vessel. *Mechatronics, Automation, Control*, 2016, vol. 17, no. 1, pp. 18–25. (In Russian)
5. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nonlinear and Adaptive Control of Complex Dynamic Systems*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2000, 549 p. (In Russian)
6. Fradkov A.L. Synthesis of adaptive stabilization system of linear dynamic object. *Avtomatika i Telemekhanika*, 1974, no. 12, pp. 96–103. (In Russian)
7. Serrani A., Isidori A., Marconi L. Semiglobal nonlinear output regulation with adaptive internal model. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, vol. 46, no. 8, pp. 1178–1194. doi: 10.1109/9.940923
8. Bobtsov A. A note to output feedback adaptive control for uncertain system with static nonlinearity. *Automatica*, 2005, vol. 41, no. 12, pp. 2177–2180. doi: 10.1016/j.automatica.2005.08.006

Авторы

Борисов Олег Игоревич – аспирант, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, borisov@corp.ifmo.ru

Пыркин Антон Александрович – доктор технических наук, доцент, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, pyrkin@corp.ifmo.ru

Authors

Oleg I. Borisov – postgraduate, engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, borisov@corp.ifmo.ru

Anton A. Pyrkin – D.Sc., Associate Professor, Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, pyrkin@corp.ifmo.ru