УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
сентябрь–октябрь 2017 Том 17 № 5 ISSN 2226-1494 http://ntv.ifmo.ru/
SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL OF INFORMATION TECHNOLOGIES, MECHANICS AND OPTICS
September–October 2017 Vol. 17 No 5 ISSN 2226-1494 http://ntv.ifmo.ru/en

УДК 681.51

НОВЫЙ АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ

Ле Ван Туан[a], А.А. Бобцов[a], А.А. Пыркин[a]

[a] Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
Адрес для переписки: bobtsov@mail.ru

Информация о статье
Поступила в редакцию 14.06.17, принята к печати 17.07.17
doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-952-955
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Ле Ван Туан, Бобцов А.А., Пыркин А.А. Новый алгоритм идентификации нестационарных параметров для линейной регрессионной модели // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 5. С. 952–955. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-952-955

Аннотация

Обсуждается проблема идентификации неизвестных переменных параметров для линейной регрессионной модели. Предлагается новый алгоритм, позволяющий в случае выполнения ряда допущений обеспечивать оценки неизвестных параметров и их динамических моделей с асимптотически нулевой ошибкой. Подробно анализируется случай с двумя неизвестными параметрами, который позволяет понять основную идею предлагаемого подхода. Работоспособность рассматриваемого в работе алгоритма иллюстрируется компьютерным моделированием.

Ключевые слова

идентификация параметров, линейная регрессионная модель, DREM

Благодарности

Данная работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, контракт № 16-11-00049.

NEW ALGORITHM OF VARIABLE PARAMETERS IDENTIFICATION FOR LINEAR REGRESSION MODEL

Le Van Tuan[a], A.A. Bobtsov[a], A.A. Pyrkin[a]

[a] ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation
Corresponding author: bobtsov@mail.ru

Article info
Received 14.06.17, accepted 17.07.17
doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-952-955
Article in Russian

For citation: Le Van Tuan, Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. New algorithm of variable parameters identification for linear regression model. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 5, pp. 952–955 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-5-952-955

Abstract

This brief paper discusses identification problem of unknown time-varying parameters for a linear regression model. A new algorithm is proposed that guarantees–in case of a set of assumptions existence–an estimate of unknown parameters and their dynamical model with an asymptotically zero error. We analyze in details the case with two unknown parameters that enables to understand the main idea of the proposed approach. The efficiency of the algorithm considered in the paper is illustrated by computer modeling.

Keywords

parameters identification, linear regression model, DREM

Acknowledgements

This work is supported by the Russian Science Foundation, project No.16-11-00049.

Работа посвящена решению проблемы идентификации нестационарных параметров для классической линейной регрессионной модели вида [1]

$$y(t) = m^T(t)\theta(t), \qquad (1)$$

где $y(t) \in R^1$ и $m(t) \in R^n$ – известные скалярная и векторная функции, $\theta(t) \in R^n$ – вектор неизвестных переменных параметров.

Модели вида (1) широко распространены в задачах теории управления, оценивания и обработки сигналов, многие задачи идентификации параметров решаются с использованием уравнения (1). Хорошо известно (см., например, [2–5]), что в случае постоянных параметров, необходимым условием экспоненциальной параметрической сходимости (и достаточным условием асимптотической сходимости) является условие незатухающего возбуждения, накладываемое на регрессор $m(t)$. Однако условия незатухающего возбуждения не позволяют что-либо утверждать в случае переменных параметров. В данной работе рассматривается задача идентификации неизвестных параметров $\theta(t)\in R^n$ при условии, что регрессор $m(t)$ удовлетворяет условиям незатухающего возбуждения. Предлагается алгоритм идентификации параметров $\theta(t)\in R^n$, обеспечивающий высокую точность оценивания для специальных допущений на динамическую модель изменения параметров.

Для упрощения понимания основной идеи работы, рассмотрим регрессионную модель (1), состоящую из двух элементов

$$y(t)=m_1(t)\theta_1(t)+m_2(t)\theta_2(t), \tag{2}$$

где $m_1(t),m_2(t)$ – известные скалярные функции, $\theta_1(t),\theta_2(t)$ – неизвестные нестационарные параметры.

Будем полагать, что для $\theta_i(t)$ выполняется

$$\dot{\theta}_i=\beta_i=\begin{cases}\beta_{i1} \text{ } при \text{ } 0\le t<t_{i2},\\ \beta_{i2} \text{ } при \text{ } t_{i2}\le t<t_{i3},\\ \vdots\\ \beta_{iq} \text{ } при \text{ } t_{iq-1}\le t<t_{iq}\end{cases}, \tag{3}$$

где β_{ij} – неизвестные числа. Такой вид изменения параметров $\theta_i(t)$ характерен для электромеханических объектов, где сопротивление обмоток может меняться по линейному закону в силу их нагрева, а также для элементов солнечных батарей [6], где возможно линейное изменение параметров вольт-амперной характеристики, обусловленное наличием или отсутствием облаков на небе.

Для вывода основного результата проведем ряд преобразований. Отфильтруем каждый элемент регрессионной модели (2) с использованием апериодического звена $\frac{1}{p+1}$. Тогда для (2) имеем

$$\begin{aligned}y_1&=\frac{1}{p+1}m_1\theta_1+\frac{1}{p+1}m_2\theta_2=\\&=\theta_1\frac{1}{p+1}m_1-\frac{1}{p+1}\left[\dot{\theta}_1\frac{1}{p+1}m_1\right]+\theta_2\frac{1}{p+1}m_2-\frac{1}{p+1}\left[\dot{\theta}_2\frac{1}{p+1}m_2\right]=\\&=\theta_1\overline{m}_1-\beta_1\frac{1}{p+1}\overline{m}_1+\theta_2\overline{m}_2-\beta_2\frac{1}{p+1}\overline{m}_2=\\&=\theta_1\overline{m}_1+\theta_2\overline{m}_2-\beta_1 m_3-\beta_2 m_4,\end{aligned} \tag{4}$$

где $\overline{m}_1=\frac{1}{p+1}m_1$, $\overline{m}_2=\frac{1}{p+1}m_2$, $m_3=\frac{1}{(p+1)^2}m_1$ и $m_4=\frac{1}{(p+1)^2}m_2$.

Умножим соответственно (2) на $\overline{m}_1$ и (4) на m_1, и далее вычтем одно уравнение из другого. Тогда имеем

$$y\overline{m}_1-y_1m_1=\theta_2(m_2\overline{m}_1-m_1\overline{m}_2)+\beta_1m_1m_3+\beta_2m_1m_4$$

или

$$g_1=y\overline{m}_1-y_1m_1=\theta_2m_5+\beta_1m_6+\beta_2m_7. \tag{5}$$

Отфильтруем сигнал g_1 с использованием апериодического звена $\frac{1}{p+1}$:

$$\begin{aligned}g_2&=\frac{1}{p+1}g_1=\frac{1}{p+1}\theta_2m_5+\beta_1m_8+\beta_2m_9=\theta_2\frac{1}{p+1}m_5-\frac{1}{p+1}\left[\dot{\theta}_2\frac{1}{p+1}m_5\right]+\beta_1m_8+\beta_2m_9=\\&=\theta_2m_{10}+\beta_2m_{11}+\beta_1m_8.\end{aligned} \tag{6}$$

Умножим соответственно (5) и (6) на m_{10} и m_5. Тогда имеем

$$g_1m_{10}-g_2m_5=\beta_1\left(m_6m_{10}-m_8m_5\right)+\beta_2\left(m_7m_{10}-m_{11}m_5\right). \tag{7}$$

Запишем (7) в более компактном виде

$$Y=\beta_1M_1+\beta_2M_2, \tag{8}$$

где $Y = g_1 m_{10} - g_2 m_5$, $M_1 = m_6 m_{10} - m_8 m_5$ и $M_2 = m_7 m_{10} - m_{11} m_5$ – скалярные функции времени.

Очевидно, что для идентификации $\beta_i(t)$ и, как следствие $\theta_i(t)$, необходимо обеспечить высокое быстродействие алгоритмов их оценивания. Для этого воспользуемся методом DREM [7, 8]. Не раскрывая подробно технологию DREM, запишем алгоритм идентификации $\beta_i(t)$.

1. Пропустим известные элементы регрессионной модели (8) через блок запаздывания $[H(\cdot)](t) = (\cdot)(t-\tau)$, где $\tau \in R_+$. Тогда для (8) имеем

$$Y(t-\tau) = M_1(t-\tau)\cdot\beta_1 + M_2(t-\tau)\cdot\beta_2 .$$

2. Обозначим

$$Y_e = A_e\beta , \tag{9}$$

где $Y_e = \begin{bmatrix} Y(t) \\ Y(t-\tau) \end{bmatrix} \in R^2$, $A_e = \begin{bmatrix} M_1(t) & M_2(t) \\ M_1(t-\tau) & M_2(t-\tau) \end{bmatrix} \in R^{2\times 2}$, $\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \in R^2$.

Умножая (9) на $adj\{A_e\}$, алгебраическое дополнение матрицы A_e, получаем

$$Y_i = \Delta\,\beta_i ,\ i = 1,2 ,$$

где $\Delta = \det\{A_e\} \in R^1$ – определитель матрицы A_e, $\overline{Y} = col(Y_1, Y_2) = adj\{A_e\}Y_e \in R^2$.

3. Оценку параметров $\beta_i(t)$ будем осуществлять по формуле

$$\dot{\hat{\beta}}_i = -\gamma_i\Delta(\Delta\hat{\beta}_i - Y_i), \tag{10}$$

где γ_i – любое положительное число.

Легко показать, что для ошибки оценивания параметра $\tilde{\beta}_i = \hat{\beta}_i - \beta_i$ справедливо

$$\dot{\tilde{\beta}}_i = -\gamma_i\Delta^2\tilde{\beta}_i ,$$

откуда следует $\lim\limits_{t\to\infty}\tilde{\beta}_i(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta(t) \notin L_2$.

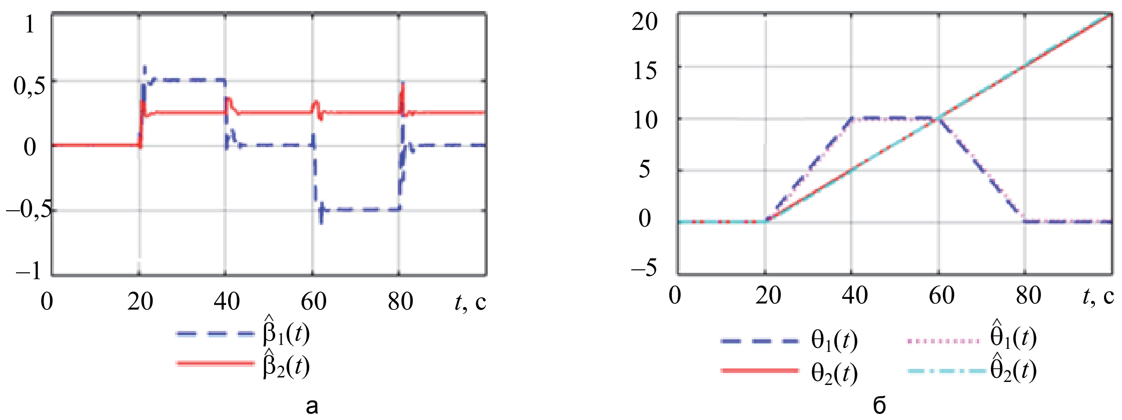

Рисунок. Графики оценок параметров $\hat{\beta}_i$ (а) и $\hat{\theta}_i$ (б)

Для иллюстрации работоспособности предлагаемого алгоритма идентификации рассмотрим следующий пример. Пусть элементы регрессора $m(t) \in R^n$ имеют вид $m_1 = 7\sin(5t)$, $m_2 = 7\sin(4t)$.

Пусть параметры $\beta_1(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } 0 \le t < 20, \\ 0{,}5 \text{ при } 20 \le t < 40, \\ 0 \text{ при } 40 \le t < 60, \\ -0{,}5 \text{ при } 60 \le t < 80, \\ 0 \text{ при } 80 \le t < 100, \end{cases}$ $\beta_2(t) = \begin{cases} 0 \text{ при } 0 \le t < 20, \\ 0{,}25 \text{ при } 20 \le t < 100. \end{cases}$

Выберем параметры $\tau = 0{,}01$, $\gamma_i = 0{,}5$ и проведем компьютерное моделирование. На рисунке представлены графики оценок параметров $\hat{\beta}_i$, а также θ_i и $\hat{\theta}_i$. Очевидно, что настраиваемые параметры сходятся к их истинным значениям.

В работе представлен новый алгоритм идентификации неизвестных нестационарных параметров для регрессионной модели (1)–(2). Было выдвинуто допущение, что динамика неизвестных параметров может быть представлена в виде модели (3). С использованием преобразований (4)–(7) была получена регрессионная модель (8), состоящая из неизвестных, но постоянных параметров. Для идентификации неизвестных параметров модели (8) была использована технология DREM, позволяющая получить высокое быстродействие сходимости оценок (10) неизвестных параметров к их истинным значениям.

Литература

1. Арановский С.В., Бобцов А.А., Пыркин А.А. Каскадная редукция в задачах идентификации // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 3. С. 149–150.
2. Ljung L. Systems Identification: Theory for the User. New Jersey, Prentice Hall, 1987. 519 p.
3. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
4. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. СПб.: Наука, 1999. 475 с.
5. Sastry S., Bodson M. Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness. Courier Dover Publications, 2011. 400 p.
6. Pyrkin A., Mancilla F., Ortega R., Bobtsov A., Aranovskiy S. Identification of the current–voltage characteristic of photovoltaic arrays // Proc. 12th IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing ALCOSP. 2016. V. 49. N 13. P. 223–228. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.07.955
7. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Parameters estimation via dynamic regressor extension and mixing // American Control Conference. 2016. P. 6971–6976. doi: 10.1109/ACC.2016.7526771
8. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2016. V. 62. N 7. P. 3546–3550. doi: 10.1109/TAC.2016.2614889

References

1. Aranovskiy S.V., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. Cascade reduction approach for identification problems. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2012, no. 3, pp. 149–150. (In Russian)
2. Ljung L. *System Identification: Theory for the User*. New Jersey, Prentice-Hall, 1987, 519 p.
3. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nonlinear and Adaptive Control of Complex Dynamic Systems*. St. Petersburg, Nauka Publ., 2000, 549 p. (In Russian)
4. Andrievsky B.R., Fradkov A.L. *Izbrannye Glavy Teorii Avtomaticheskogo Upravleniya s Primerami na Yazyke MATLAB* [Selected Chapters of Control Theory with Examples in MATLAB]. St. Petersburg, Nauka Publ., 1999, 475 p. (In Russian)
5. Sastry S., Bodson M. *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*. Dover, 2011. 400 p.
6. Pyrkin A., Mancilla F., Ortega R., Bobtsov A., Aranovskiy S. Identification of the current–voltage characteristic of photovoltaic arrays. *Proc. 12th IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing ALCOSP*, 2016, vol. 49, no. 13, pp. 223–228. doi: 10.1016/j.ifacol.2016.07.955
7. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Parameters estimation via dynamic regressor extension and mixing. *American Control Conference*, 2016, pp. 6971–6976. doi: 10.1109/ACC.2016.7526771
8. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control,* 2016, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550. doi: 10.1109/TAC.2016.2614889

Авторы

Ле Ван Туан – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Visaosang89@gmail.com

Бобцов Алексей Алексеевич – доктор технических наук, профессор, директор мегафакультета, заведующий кафедрой, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, bobtsov@mail.ifmo.ru

Пыркин Антон Александрович – доктор технических наук, доцент, декан факультета, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, pyrkin@corp.ifmo.ru

Authors

Le Van Tuan – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Visaosang89@gmail.com

Alexey A. Bobtsov – D.Sc., Professor, Dean, Head of Chair, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, bobtsov@mail.ifmo.ru

Anton A. Pyrkin – D.Sc., Associate Professor, Dean, Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, pyrkin@corp.ifmo.ru