

УДК 531.1:612.766
МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ОПОРНО-ДВИГАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

В.М. Мусалимов^a, М. Паасуке^b, Е. Гапеева^b, Я. Ерелин^b, М.А. Ерофеев^a

^a Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

^b Тартуский университет, Тарту, 50090, Эстония

Адрес для переписки: musvm@yandex.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 06.10.17, принятая к печати 30.10.17

doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-1159-1166

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Мусалимов В.М., Паасуке М., Гапеева Е., Ерелин Я., Ерофеев М.А. Моделирование динамики опорно-двигательной системы // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 6. С. 1159–1166. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-1159-1166

Аннотация

Рассмотрены варианты построения математической модели движения нижней конечности опорно-двигательного аппарата человека. В качестве начальных условий использованы экспериментальные данные исследования ходьбы четырех участников эксперимента. Данные получены в лаборатории кинезиологии и биомеханики Тартуского университета Эстонии. В основу построения модели положены данные измерений кинематических параметров сгибания и разгибания в тазобедренном и коленном суставе. В частности, установлены соотношения частот колебательных движений сгибания и разгибания в тазобедренном и коленном суставе. Проведено исследование кинематики фазы контакта «носок–земля», что позволило выявить параметр константности, играющий определенную роль для модели системы с одной степенью свободы (в фазе отталкивания с опорой на передний отдел стопы), и модели системы с двумя степенями свободы (в фазе переноса). В расчетах учитывались упругие и упруго-вязкие модельные параметры.

Ключевые слова

математическая модель нижней конечности, фазы шага, биомеханика, упруго-вязкие модельные параметры, параметр константности

MODELING OF LOCOMOTOR SYSTEM DYNAMICS

V.M. Musalimov^a, M. Paasuke^b, H. Gapeyeva^b, J. Ereligne^b, M.A. Erofeev^a

^a ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

^b University of Tartu, Tartu, 50090, Estonia

Corresponding author: musvm@yandex.ru

Article info

Received 06.10.17, accepted 30.10.17

doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-1159-1166

Article in Russian

For citation: Musalimov V.M., Paasuke M., Gapeyeva H., Ereligne J., Erofeev M.A. Modeling of locomotor system dynamics. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 6, pp. 1159–1166 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-6-1159-1166

Abstract

The paper presents the experimental approaches to mathematical model creation for the lower limb movement of a human's locomotor system. The experimental research data based on analysis of four persons manner of walking has been used as initial conditions. The data has been obtained in the kinesiology and biomechanics laboratory of Tartu University, Estonia. The model has been constructed with the use of the measurement data of hip and knee flexion kinematic parameters. The frequency ratio of oscillatory movements during the hip and knee flexion has been established.. The research has been performed on the "toe-to-ground contact" phase kinematics that gave the possibility to discover the constancy parameter being of great concern for the model of system with one degree of freedom (in the jump-off phase backed on the forefoot) and with two degrees of freedom (in transfer phase). We took into account elastic and viscoelastic model parameters in the calculation.

Keywords

lower limb mathematical model, step phases, biomechanics, elastic and viscoelastic model parameters, constancy parameter

Введение

Построение математической модели опорно-двигательной системы и в настоящее время остается актуальной проблемой. Это связано с такими обстоятельствами, как обновление экспериментальных данных и развитие теоретической базы синтеза биомехатронных и роботехнических систем. Анализ походки является базой для специалистов медицинских и спортивных областей при создании протоколов реабилитации, а также при планировании достижимых травмобезопасных показателей [1], в том числе скоростей, усилий, действий у пациентов и спортсменов. Научный подход к изучению походки предполагает установление связи между кинематическими параметрами опорно-двигательной системы и ее возможностями как динамической системы [2]. Современные протоколы анализа походки основаны на широком использовании аппаратно-компьютерных средств обработки информации [3]. В настоящей работе проводилось исследование ходьбы группы людей без нарушений здоровья. Целью работы было построение модели ходьбы в фазе отталкивания с опорой на передний отдел стопы (фаза контакта «носок–земля») и фазы переноса конечности с учетом данных, полученных при экспериментальных исследованиях ходьбы.

Материалы и методы

Настоящая работа опирается на экспериментальные данные, полученные в лаборатории кинезиологии и биомеханики Тартуского университета с помощью оптической маркерной системы для захвата, регистрации и анализа движений, широко применяемой в данной сфере [4–6]. В исследовании участвовали четыре женщины в возрасте 22–28 лет (среднее арифметическое $\pm SE$, масса тела $64,6 \pm 4,3$ кг, рост $166,8 \pm 3,4$ см и индекс массы тела $23,2 \pm 1,0$ кг/м²) без нарушения здоровья, которые не имели в анамнезе травм, хирургических операций и другой патологии скелетно-мышечной и нервной системы, а также не являлись профессиональными спортсменами. Кинетические и кинематические характеристики шага исследовались при помощи оптоэлектронной системы для анализа движений Elite (BTS Engineering S.p.A., Италия). Траектории двадцати отражающих маркеров регистрировались шестью инфракрасными камерами с частотой 100 Гц. Отражающие маркеры были прикреплены к коже обследуемых в анатомических пунктах в соответствии с биомеханической моделью (Davis и др., 1991) [7]. Видеозапись в двух плоскостях (фронтальной и сагиттальной) осуществлялась двумя видеокамерами Axis 201A (Швеция) одновременно с другими данными. Силы реакции опоры (GRF) были измерены одновременно с помощью двух динамометрических платформ (Kistler 9286A, Швейцария), встроенных в подиум длиной 5,33 м. Пространственно-временные и GRF-показатели были вычислены, и видеоданные синхронизированы с помощью программного обеспечения (Elite Clinic, BTS Engineering S.p.A., Италия). Программно-аппаратной системой со встроенными средствами анализа движения автоматически формировалась компьютерная база данных характеристик движения, с предварительным внесением антропометрических показателей.

Кинематика элементов опорно-двигательной системы

В результате измерений были получены пространственно-временные параметры ходьбы [8, 9]: скорость, ритм, фазы шага в момент опоры и переноса нижней конечности, кинетические и кинематические параметры сгибания и разгибания тазобедренного, коленного и голеностопного суставов, а также моментные и силовые характеристики движения.

Антрапометрические параметры, измеренные в ходе исследований для четырех обследуемых (B, M, P, A), представлены в табл. 1. При этом параметр константности, как показано ниже, является интегральным показателем.

Наименование параметра	Обследуемые			
	B	M	P	A
Возраст, лет	28	22	28	26
Вес, кг	70,5	56,1	73,45	58,4
Рост, см	169,9	157	172,3	168,8
Длина нижних конечностей, см	102	87,5	98,5	100
Длина бедра, см	51,5	44,5	53,5	51,3
Длина голени до пола, см	50,5	42,5	45	48,7
Длина голени до лодыжки, см	43	37,5	40	42
Длина стопы, см	24,7	23,6	25,5	26,6
Ширина стопы, см	9,5	9,6	10,7	10,5
Ширина задней части стопы, см	7,2	6,2	6,7	6,4
Размер таза, мм	90	80	80	80
Параметр константности	0,5878	0,7159	0,3994	0,7095

Таблица 1. Антропометрические данные обследуемых B, M, P, A

Анализировались показатели при ходьбе в обычном темпе (свободно выбранная скорость ходьбы) по 10-метровой дорожке, включая 5-метровую платформу, расположенную в центре зоны регистрации инфракрасных и видеокамер системы. В данном исследовании кинематические параметры сгибания и разгибания в тазобедренном и коленном суставе на основе средних данных пяти тестов в обычном темпе каждого исследуемого были взяты для построения модели ходьбы [10–12].

Для формирования математической модели движения нижней конечности рассмотрена упрощенная кинематическая схема четырехзвенного механизма с одной степенью свободы (рис. 1).

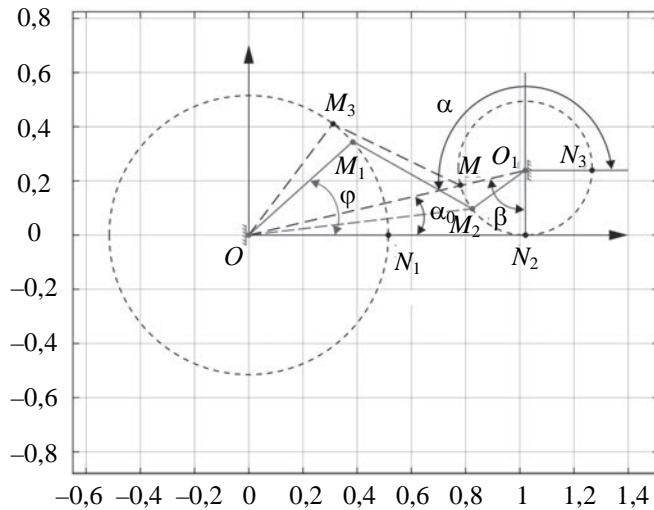


Рис. 1. Кинематическая схема четырехзвенного механизма

На представленной кинематической схеме введены следующие обозначения: $OM_3 = OM_1 = l_1$ – длина бедра; $O_1M = O_1M_2 = r$ – длина ступни; $M_3M = M_1M_2 = l_2$ – длина голени; L – суммарная длина голени и бедра; φ – угол поворота бедра; α_0 – фиксированный угол кинематической системы; $\beta = \pi/2 - \alpha_0$; α – угол поворота ступни; x_1y_1 – координаты точки M_1 (текущие координаты); x_2y_2 – координаты точки M_2 (текущие координаты).

Фиксированные углы кинематической системы определяют, с одной стороны, гониометрические параметры, с другой стороны – предельные конфигурации системы перед завершением фазы движения отталкивания переднего отдела стопы или фазы контакта «носок-земля».

Рассмотрим уравнения связей системы.

Связь 1.

$Pg = r \sin(\alpha)$ – проекция вращающегося отрезка O_1M_2 на горизонтальную ось;

$Pv = r \cos(\alpha)$ – проекция вращающегося отрезка O_1M_2 на вертикальную ось.

Отсюда следуют вычисленные значения координат точки M_2 .

$$x_2 = L - Pg; y_2 = r - Pv; \quad (1)$$

$$Pg^2 + Pv^2 = r^2 \rightarrow (Pg^2 + Pv^2 - r^2 = 0).$$

Связь 2.

Координаты точки M_1 :

$$x_1 = l_1 \cos(\varphi); y_1 = l_1 \sin(\varphi); \quad (2)$$

$$x_1^2 + y_1^2 = l_1^2 \rightarrow (x_1^2 + y_1^2 - l_1^2 = 0).$$

Связь 3.

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = l_2^2 \rightarrow ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 - l_2^2 = 0). \quad (3)$$

Из уравнений связей (1)–(3) следует:

$$(Lx_2 + ry_2) - (x_1x_2 + y_1y_2) = R, \quad (4)$$

где $R = (l_2^2 - l_1^2 + L^2)/2$.

Есть еще две связи: $z_1 = 0$; $z_2 = 0$. Таким образом, для пяти условий связи и двух точек механической (биомеханической) системы получаем систему с одной степенью свободы.

Уравнение (4) является базовым для вычисления параметра k .

$$\varphi = k\alpha; k = \varphi^*/\beta; \beta = \pi/2 - \alpha_0.$$

Параметр k характеризует константность отрезка OO_1 от опорной точки носка O_1 до поворотной точки бедра O и константность отрезков $M_3M = M_1M_2 = N_1N_2 = l_2$. В итоге именно этот параметр, как и полагается в системе с одной степенью свободы, позволил связать углы поворота ϕ и α линейной зависимостью $\phi = k\alpha$ (отсчет для α производится против часовой стрелки по дуге N_3M_2). Здесь $k = \phi^*/\beta$, где ϕ^* соответствует дуге N_1M_3 с координатами $x_{l_0} = 0,3458$; $y_{l_0} = 0,3611$, в то время как координаты точки M принимают значение $x_{2_0} = 0,8039$; $y_{2_0} = 0,1608$ (даные соответствуют испытуемому В).

Алгоритм вычисления параметра k :

1. вычисляются координаты точки $M(x_{2_0}, y_{2_0})$;
2. строится функция $F = (x_{2_0} - l_1 \cos(\phi))^2 + (y_{2_0} - l_1 \sin(\phi))^2$;
3. находится значение l_2^2 , и по нему определяется значение ϕ^* ;
4. находится значение параметра $k = \phi^*/\beta$.

На рис. 2 представлены схемы четырехзвенников, соответствующие антропометрическим данным испытуемых. Здесь же приведены значения вычисленных коэффициентов константности k .

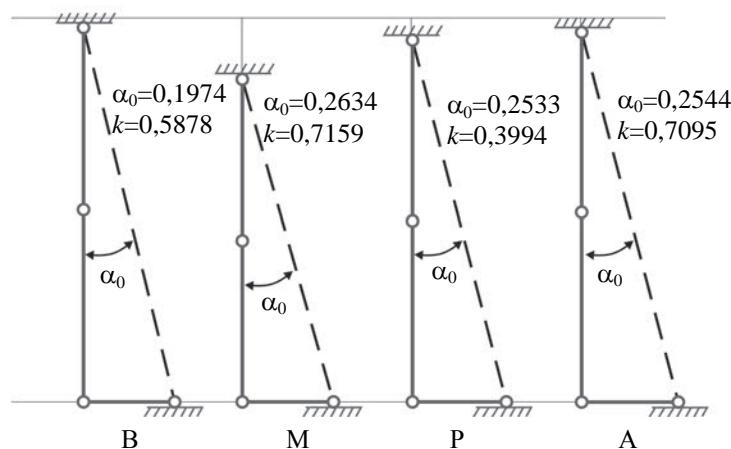


Рис. 2. Схемы четырехзвенников, соответствующие антропометрическим данным

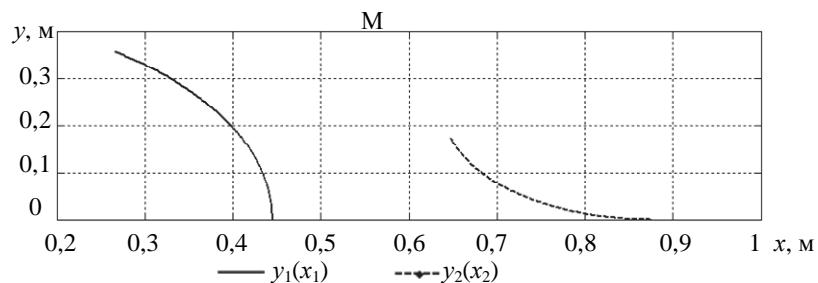
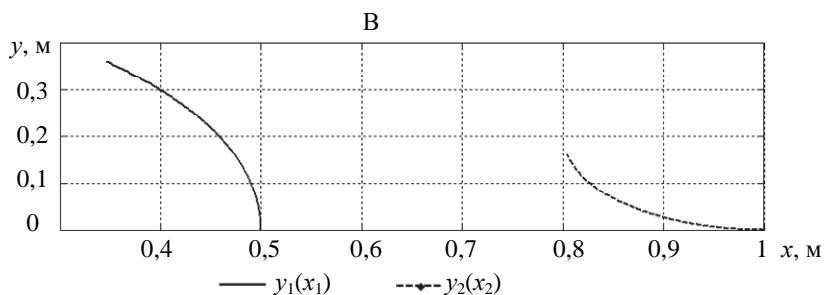


Рис. 3. Сравнительные траектории движения колена и лодыжки для исследуемых В и М

На рис. 3 приведены сравнительные траектории движения колена и лодыжки для испытуемых В и М. Следует отметить, что параметр константности дает возможность использования при моделировании опосредованного упругого сопротивления и демпфирования между стопой и бедром в виде $c^*(\phi - k\phi) = c^*\phi(1-k)$ и $n^*(d\phi/dt - kd\phi/dt) = n^*d\phi/dt(1-k)$. А голень при этом выступает в роли носителя и упругого сопротивления, и элемента демпфирования.

Динамика движения нижней конечности

На рис. 4 представлены модельные кинематические схемы с одной степенью свободы (рис. 4, а) и с двумя степенями свободы (рис. 4, б).

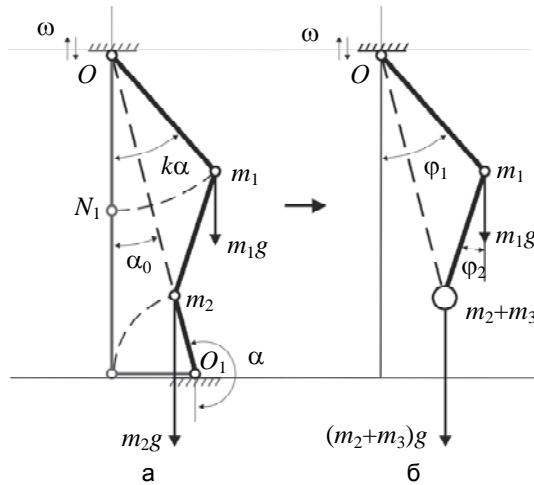


Рис. 4. Кинематическая схема: с одной степенью свободы (а); с двумя степенями свободы (б)

Анализ кинематики опорной фазы на носок стопы позволяет получить начальные условия для исследования движения [13–15] в фазе переноса ноги с носка на пятку. Динамика движения в случае (рис. 4, а) описывается уравнением

$$\ddot{\alpha} - \frac{m_1 l_1 k \sin(k\alpha) a \omega \cos \omega t}{J} + \frac{g}{J} [m_1 l_1 \cos(k\alpha + \alpha) + m_2 r \sin \alpha] = 0,$$

где $J = m_1 l_1^2 k^2 + m_2 r^2$ – приведенный момент инерции; a – амплитуда наклонов тазобедренного сустава; m_1 – масса бедренной части (ON_1); m_2 – масса голени (N_1N_2); m_3 – масса стопы (N_2O_1); ω – частота колебаний тазобедренного сустава; g – ускорение свободного падения.

На рис. 5 представлены фазовые портреты угол–угловая скорость с учетом упругого сопротивления $c^*(\varphi - k\dot{\varphi}) = c^*\varphi(1-k)$, а на рис. 6 – с учетом, кроме того, вязкого сопротивления $n^*(d\varphi/dt - kd\dot{\varphi}/dt) = n^*d\dot{\varphi}/dt(1-k)$.

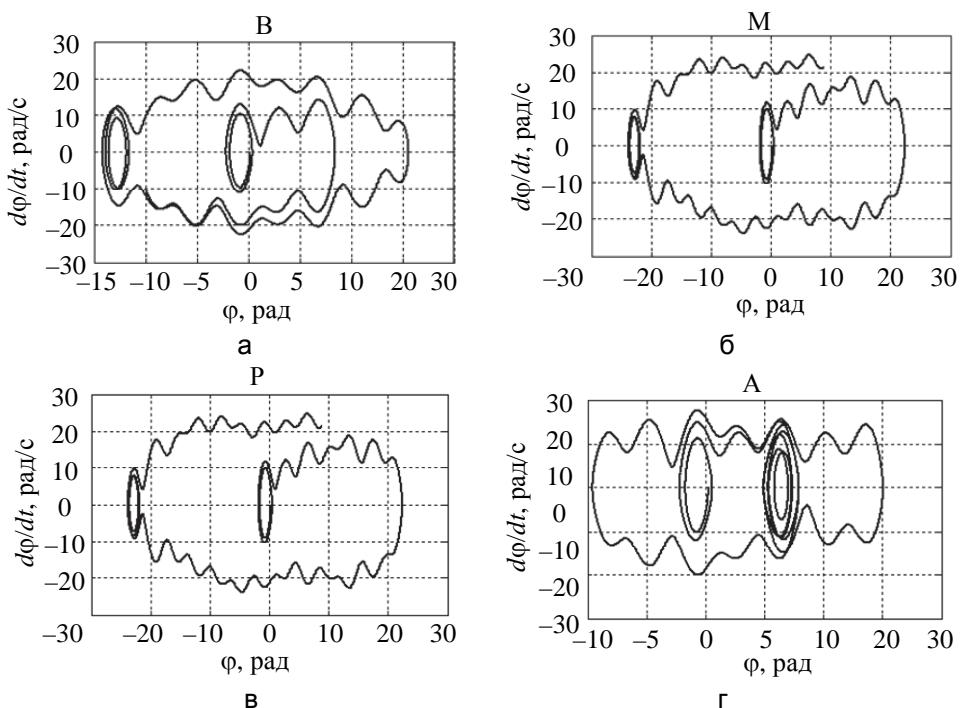


Рис. 5. Фазовые портреты угол–угловая скорость с учетом упругого сопротивления обследуемых: В (а); М (б); Р (в); А (г)

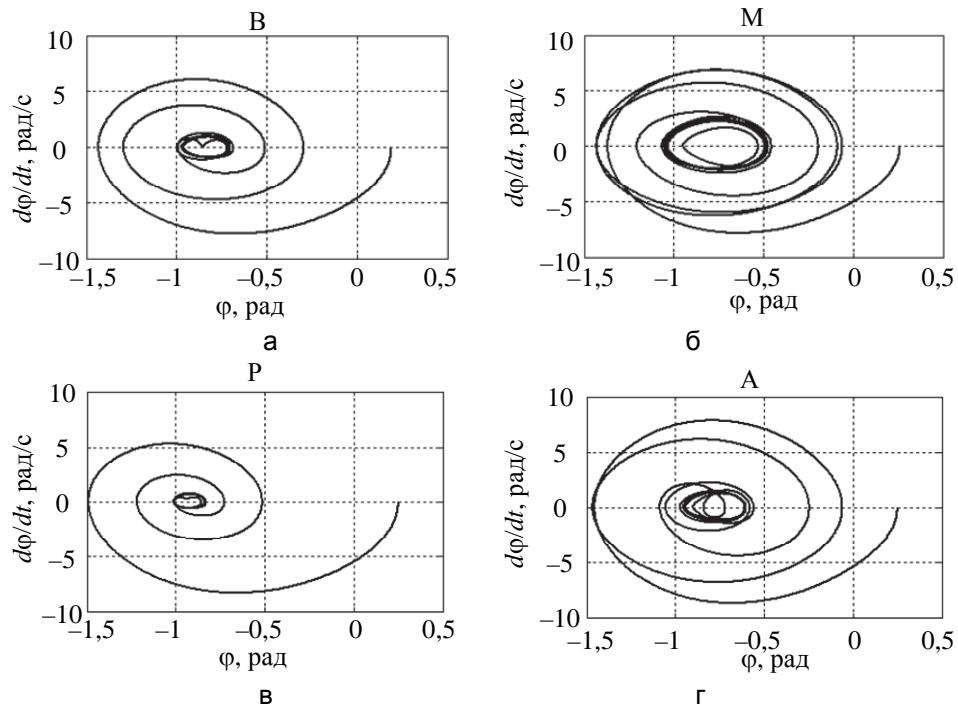


Рис. 6. Фазовые портреты угол–угловая скорость с учетом вязкого сопротивления обследуемых:
B (а); M (б); P (в); A (г)

Для анализа кинематики в начале фазы переноса стопы [13–15] будем рассматривать систему с двумя степенями свободы – двойной маятник (рис. 4, б), уравнения движения которого записываются так:

$$\begin{cases} (m_1 + m_2)l_1^2\ddot{\varphi}_1 + m_2l_1l_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\ddot{\varphi}_2 + m_2l_1l_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)(\dot{\varphi}_2)^2 = -(m_1 + m_2)gl_1 \sin(\varphi_1) - c_1\varphi_1 - c_2(\varphi_1 - \varphi_2), \\ m_2l_2^2\ddot{\varphi}_2 + m_2l_1l_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\ddot{\varphi}_1 - m_2l_1l_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)(\dot{\varphi}_1)^2 = -m_2gl_2 \sin(\varphi_2) - c_2(\varphi_2 - \varphi_1). \end{cases}$$

Начальные условия определяются конфигурацией OM_3MO_1 :

$$\varphi_1(0) = \varphi^*; \varphi_2(0) = \text{угол наклона } M_3M; \dot{\varphi}_1(0) = \omega(G); \dot{\varphi}_2(0) = \omega(M); \varphi^* = 0,53; \varphi_2(0) = -0,41;$$

$$\omega(G) = \Omega_1 = 6,97;$$

$$\omega(M) = \Omega_2 = 15,7.$$
(5)
(6)

Угол наклона голени определяется на основе уравнения прямой, проходящей через предельные, с точки зрения кинематики движения, точки M_3 и M :

$$\varphi_2(0) = \arctg((y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)).$$

В формулах (5) и (6) – это доминирующие частоты (табл. 2): G – сгибания/разгибания тазобедренного сустава (Hip Flex-Extension); M – сгибания/разгибания коленного сустава (Knee Flex-Extension); R – тыльного и подошвенного сгибания в голеностопном суставе (Ankle Dorsi-Plantarflexion). Параметры c_1, c_2 – коэффициенты жесткости тазобедренной частей в точке O и в точке сопряжения M_1 .

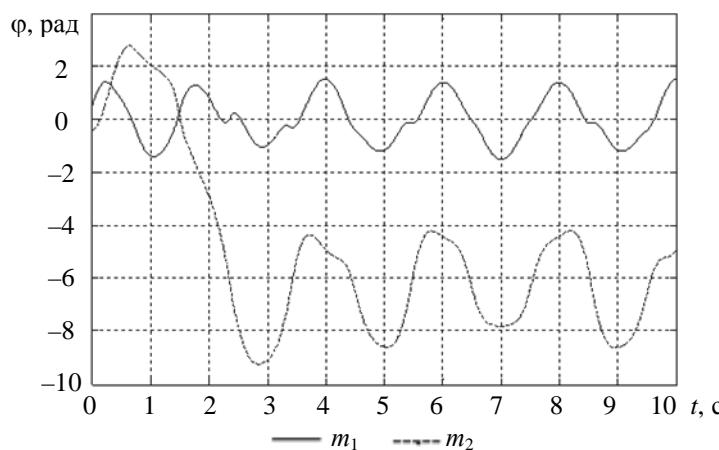
На рис. 7 представлены закономерности движения масс бедра и суммарной массы голени и стопы в фазе переноса. В табл. 3 представлены используемые при расчетах параметры опорно-двигательной системы для всех испытуемых.

Имя обследуемого	G Hip Flex-Extension	M Knee Flex-Extension	R Ankle Dorsi-Plantarfl
B	$\Omega_1 = 6,97 \text{ Гц}, A = 21,5$	$\Omega_2 = 15,7 \text{ Гц}$	$\Omega_3 = 11,4 \text{ Гц}$
M	$\Omega_1 = 7,85 \text{ Гц}, A = 27,5$	$\Omega_2 = 12,56 \text{ Гц}$	$\Omega_3 = 12,83 \text{ Гц}$
P	$\Omega_1 = 7,3 \text{ Гц}, A = 18,5$	$\Omega_2 = 15,3 \text{ Гц}$	$\Omega_3 = 14,9 \text{ Гц}$
A	$\Omega_1 = 7,22 \text{ Гц}, A = 20$	$\Omega_2 = 13,08 \text{ Гц}$	$\Omega_3 = 11,62 \text{ Гц}$

Таблица 2. Частотные и амплитудные характеристики движения основных суставов.

Ω_1 – частота колебаний в тазобедренном суставе, Ω_2 – частота колебаний в коленном суставе,

Ω_3 – частота колебаний в голеностопном суставе, A – амплитуда колебаний в тазобедренном суставе
в отношении к a – амплитуде наклонов тазобедренного сустава

Рис. 7. Закономерности колебательных движений приведенных масс m_1, m_2

Обозначение параметра	Имя обследуемого			
	В	М	Р	А
$l_1, \text{ м}$	0,5	0,44	0,53	0,51
$r, \text{ м}$	0,24	0,24	0,25	0,26
$a, \text{ см}$	21,5	27,5	18,5	20
$\omega, \text{ Гц}$	7	7,8	7,3	7
$m_1, \text{ кг}$	30	30	33	31
$m_2, \text{ кг}$	20	20	23	20
k	0,58	0,72	0,4	0,7
$g, \text{ м/с}^2$	9,8	9,8	9,8	9,8
$c, \text{ с}^{-2}$	2	2	2	2
$n, \text{ с}^{-1}$	6	6	6	6

Таблица 3. Параметры опорно-двигательной системы для всех обследуемых.
а – амплитуда колебаний наклонов в тазобедренном суставе, ω – частота колебаний в тазобедренном суставе, c – коэффициент упругого сопротивления, n – коэффициент вязкого сопротивления

Заключение

Построены модели фазы отталкивания с опорой на передний отдел стопы (фаза контакта «носок-земля») и фазы переноса конечности с учетом данных, полученных при экспериментальных исследованиях ходьбы. Результаты математического моделирования позволяют сделать вывод об исключительной роли параметра константности, с помощью которого оценивается вклад в движение упруго-демпферных составляющих голени. Важную роль играют экспериментальные данные по доминирующим частотам фаз движений. Разработанная методика моделирования не только позволяет исследовать динамику ходьбы, но и является составляющей частотного анализа процесса ходьбы.

Литература

1. Haken H., Kelso J.A.S., Bunz H. A theoretical model of phase transitions in human hand movements // Biological Cybernetics. 1985. V. 51. N 5. P. 347–356. doi: 10.1007/BF00336922
2. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Шиманский-Гайер Л. Динамическое и статистическое описание колебательных систем. М.-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2005. 156 с.
3. DeLisa J.A. Gait Analysis in the Science of Rehabilitation. US Department of Veterans Affairs, 1998. 134 p.
4. Gapeyeva H., Ereline J., Haviko T., Aibast H., Martson A., Paasuke M. Gait characteristics and muscle strength in total knee arthroplasty patients with patellofemoral pain syndrome before and six months after surgery // Acta Kinesiologiae Universitatis Tartuensis. 2011. V. 17. P. 37–52. doi: 10.12697/akut.2011.17.03
5. Prakash C., Gupta K., Mittal A., Kumar R., Laxmi V. Passive marker based optical system for gait kinematics for lower extremity // Procedia Computer Science. 2015. V. 45. P. 176–185. doi: 10.1016/j.procs.2015.03.116
6. Cimolin V., Cau N., Galli M., Santovito C., Grugni G.,

References

1. Haken H., Kelso J.A.S., Bunz H. A theoretical model of phase transitions in human hand movements. *Biological Cybernetics*, 1985, vol. 51, no. 5, pp. 347–356. doi: 10.1007/BF00336922
2. Anishchenko V.S., Vadivasova T.E., Shimanskii-Gaier L. *Dynamical and Statistical Description of Oscillatory Systems*. Moscow-Izhevsk, Regulyarnaya i Khaoticheskaya Dinamika Publ., 2005, 156 p.
3. DeLisa J.A. *Gait Analysis in the Science of Rehabilitation*. US Department of Veterans Affairs, 1998, 134 p.
4. Gapeyeva H., Ereline J., Haviko T., Aibast H., Martson A., Paasuke M. Gait characteristics and muscle strength in total knee arthroplasty patients with patellofemoral pain syndrome before and six months after surgery. *Acta Kinesiologiae Universitatis Tartuensis*, 2011, vol. 17, pp. 37–52. doi: 10.12697/akut.2011.17.03
5. Prakash C., Gupta K., Mittal A., Kumar R., Laxmi V. Passive marker based optical system for gait kinematics for lower extremity. *Procedia Computer Science*, 2015, vol. 45, pp. 176–185. doi: 10.1016/j.procs.2015.03.116
6. Cimolin V., Cau N., Galli M., Santovito C., Grugni G.,

- Capodaglio P. Gait initiation and termination strategies in patients with prader-willi syndrome // Journal of Neuro Engineering and Rehabilitation. 2017. V. 14. N 1. Art. 44. doi:10.1186/s12984-017-0257-7
7. Davis R.B., Ounpuu S., Tyburski D., Gage J.R. A gait analysis data collection and reduction technique // Human Movement Science. 1991. V. 10. N 5. P. 575–587. doi: 10.1016/0167-9457(91)90046-Z
 8. Pers M. The dynamics of human gait // European Journal of Physics. 2005. V. 26. N 3. P. 525–534. doi: 10.1088/0143-0807/26/3/017
 9. Vaughan C.L., Davis B.L., O'Connor J.C. Dynamics of Human Gait. Illinois, Human Kinetics Publ., 1992. 152 p.
 10. Cappozzo A. Gait analysis methodology // Human Movement Science. 1984. V. 3. N 1-2. P. 27–50. doi: 10.1016/0167-9457(84)90004-6
 11. Allard P. Three-Dimensional Analysis of Human Movement. Illinois, Human Kinetics Publ., 1995.
 12. Winter D.A. Biomechanics and Motor Control of Human Movement. 2nd ed. NY, John Wiley & Sons, 1990. 277 p.
 13. Anderson F.C., Pandy M.G. Static and dynamic optimization solutions for gait practically equivalent // Journal of Biomechanics. 2001. V. 34. N 2. P. 153–161. doi: 10.1016/S0021-9290(00)00155-X
 14. Camomilla V., Cereatti A., Vannozi G., Cappozzo A. An optimized protocol for hip joint centre determination using the functional method // Journal of Biomechanics. 2006. V. 39. N 6. P. 1096–1106. doi: 10.1016/j.jbiomech.2005.02.008
 15. Bell A.L., Pedersen D.R., Brand R.A. A comparison of the accuracy of several hip center location prediction methods // Journal of Biomechanics. 1990. V. 23. N 6. P. 617–621. doi: 10.1016/0021-9290(90)90054-7
 7. Davis R.B., Ounpuu S., Tyburski D., Gage J.R. A gait analysis data collection and reduction technique. *Human Movement Science*, 1991, vol. 10, no. 5, pp. 575–587. doi: 10.1016/0167-9457(91)90046-Z
 8. Pers M. The dynamics of human gait. *European Journal of Physics*, 2005, vol. 26, no. 3, pp. 525–534. doi: 10.1088/0143-0807/26/3/017
 9. Vaughan C.L., Davis B.L., O'Connor J.C. *Dynamics of Human Gait*. Illinois, Human Kinetics Publ., 1992, 152 p.
 10. Cappozzo A. Gait analysis methodology. *Human Movement Science*, 1984, vol. 3, no. 1-2, pp. 27–50. doi: 10.1016/0167-9457(84)90004-6
 11. Allard P. *Three-Dimensional Analysis of Human Movement*. Illinois, Human Kinetics Publ., 1995.
 12. Winter D.A. *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*. 2nd ed. NY, John Wiley & Sons, 1990, 277 p.
 13. Anderson F.C., Pandy M.G. Static and dynamic optimization solutions for gait practically equivalent. *Journal of Biomechanics*, 2001, vol. 34, no. 2, pp. 153–161. doi: 10.1016/S0021-9290(00)00155-X
 14. Camomilla V., Cereatti A., Vannozi G., Cappozzo A. An optimized protocol for hip joint centre determination using the functional method. *Journal of Biomechanics*, 2006, vol. 39, no. 6, pp. 1096–1106. doi: 10.1016/j.jbiomech.2005.02.008
 15. Bell A.L., Pedersen D.R., Brand R.A. A comparison of the accuracy of several hip center location prediction methods. *Journal of Biomechanics*, 1990, vol. 23, no. 6, pp. 617–621. doi: 10.1016/0021-9290(90)90054-7

Авторы

Мусалимов Виктор Михайлович – доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, musvm@yandex.ru

Паасуке Мати – доктор философии, профессор, профессор, Тартуский университет, Тарту, 50090, Эстония, mati.paasuke@ut.ee

Гапеева Елена – доктор медицины, доктор философии, научный сотрудник, Тартуский университет, Тарту, 50090, Эстония, helena.gapeyeva@ut.ee

Эрелинэ Яан – доктор философии, лектор, Тартуский университет, Тарту, 50090, Эстония, jaan.ereline@ut.ee

Ерофеев Михаил Александрович – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, mr.mikhail-erofeev@yandex.ru

Authors

Victor M. Musalimov – D.Sc., Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, musvm@yandex.ru

Mati Paasuke – PhD, Professor, Professor, University of Tartu, Tartu, 50090, Estonia, mati.paasuke@ut.ee

Helena Gapeyeva – M.D., PhD, Research Fellow, University of Tartu, Tartu, 50090, Estonia, helena.gapeyeva@ut.ee

Jaan Ereliné – PhD, Lecturer, University of Tartu, Tartu, 50090, Estonia, jaan.ereline@ut.ee

Mikhail A. Erofeev – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, mr.mikhail-erofeev@yandex.ru