

УДК 681.51

## РОБАСТНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ ДВУХРОТОРНОГО МНОГОКАНАЛЬНОГО ОБЪЕКТА

К.А. Зименко<sup>a</sup>, А.С. Кремлев<sup>a</sup>, А.Е. Поляков<sup>a,b</sup>, Д.В. Ефимов<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

<sup>b</sup> Государственный институт исследований в информатике и автоматике, Лилль, 59650, Франция

Адрес для переписки: [kostyazimenko@gmail.com](mailto:kostyazimenko@gmail.com)

### Информация о статье

Поступила в редакцию 04.03.18, принята к печати 10.04.18

doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-3-392-398

Язык статьи – русский

**Ссылка для цитирования:** Зименко К.А., Кремлев А.С., Поляков А.Е., Ефимов Д.В. Робастная стабилизация двухроторного многоканального объекта // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2018. Т. 18. № 3. С. 392–398. doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-3-392-398

### Аннотация

Рассмотрена проблема робастной стабилизации многомерной системы на примере управления двухроторным мехатронным стендом Twin Rotor MIMO System, где нелинейная динамика и параметрические неопределенности были рассмотрены как возмущающие воздействия. Предложенный закон управления состоит из двух составляющих: линейная составляющая гомогенизирует замкнутую систему с заданной степенью однородности; однородная составляющая стабилизирует систему асимптотически или финитно в зависимости от степени однородности. Ввиду однородности замкнутой системы при отсутствии возмущающих воздействий синтезированный закон управления обеспечивает устойчивость замкнутой системы по входу–состоянию. В отличие других работ, при синтезе управления двухроторным стендом представленный подход не требует проведения декомпозиции системы и (или) рассмотрения влияния перекрестных связей в виде возмущающих воздействий. Для подтверждения эффективности представленных результатов была проведена экспериментальная апробация на мехатронном стенде.

### Ключевые слова

мехатронный стенд, робастное управление, многоканальные системы, однородные системы

### Благодарности

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект №17-19-01422) в Университете ИТМО.

## ROBUST STABILIZATION OF TWIN-ROTOR MIMO PLANT

К.А. Zimenko<sup>a</sup>, А.С. Kremlev<sup>a</sup>, А.Е. Polyakov<sup>a,b</sup>, D.V. Efimov<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

<sup>b</sup> Institut national de recherche en informatique et en automatique, Lille, 59650, France

Corresponding author: [kostyazimenko@gmail.com](mailto:kostyazimenko@gmail.com)

### Article info

Received 04.03.18, accepted 10.04.18

doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-3-392-398

Article in Russian

**For citation:** Zimenko K.A., Kremlev A.S., Polyakov A.E., Efimov D.V. Robust stabilization of twin-rotor MIMO plant. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2018, vol. 18, no. 3, pp. 392–398 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-3-392-398

### Abstract

The problem of MIMO system robust stabilization is considered for the twin rotor MIMO system mechanical plant, where nonlinear dynamics and parametric uncertainties were considered as disturbances. The proposed control law consists of two components: the linear component homogenizes a closed-loop system with a chosen degree of homogeneity; the homogeneous component stabilizes the system asymptotically or in finite time depending on the degree of homogeneity. Due to homogeneity properties of the closed-loop system in the absence of disturbances, the synthesized control law ensures input-to-state stability of the closed-loop system. In comparison with other works, presented approach of control synthesis for twin rotor plant does not require the decomposition of the system and/or consideration of the cross-link effects as disturbances. To confirm the effectiveness of the presented results, an experimental approbation was carried out on the mechatronic plant.

### Keywords

mechatronic plant, robust control, MIMO systems, homogeneous systems

### Acknowledgements

This work is supported by the Russian Science Foundation under grant No.17-19-01422 in ITMO University.

### Введение

В практике управления зачастую возникает необходимость создания алгоритмов стабилизации для объектов со сложным математическим описанием, которое включает нелинейности системы, сигнальные и параметрические неопределенности. К таким системам, например, относится двухроторный многоканальный мехатронный стенд Twin Rotor MIMO System (TRMS) [1].

В данной работе рассматривается проблема робастной стабилизации в заданном положении стенда TRMS. Математическая модель стенда TRMS была представлена в виде линейной многоканальной системы, где нелинейная динамика и параметрические неопределенности были рассмотрены как возмущающие воздействия. Для стабилизации данного объекта управления был использован метод, основанный на гомогенизации по обратной связи (т.е. синтезе обратной связи, которая делает систему однородной заданной степени) и синтезе закона управления для линейных многоканальных систем, который обеспечивает асимптотическую или финитную сходимость в зависимости от степени однородности замкнутой системы [2].

Отметим, что, помимо стабилизации, приведение замкнутой системы к классу однородных обуславливает ряд робастных свойств (например, устойчивость по входу–состоянию [3], свойства робастности при наличии запаздывания [4–6] и т.д.). Более того, в отличие от существующих решений, используемый метод не требует специального вида системной матрицы и (или) блочной декомпозиции линейных многоканальных систем, которая в некоторых случаях может сопровождаться значительными вычислительными ошибками. В отличие от работ по управлению стендом TRMS [1, 7, 8], полученный результат не требует представления модели в виде двух независимых подсистем и рассмотрения влияния перекрестных связей как возмущающих воздействий. Для подтверждения эффективности представленных результатов была проведена успешная экспериментальная апробация на мехатронном стенде.

**Используемые обозначения:**  $R_+ = \{x \in R : x > 0\}$ , где  $R$  – множество вещественных чисел;  $\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}}$ ,  $\mathbf{x} \in R^n$  обозначает норму в пространстве  $R^n$ ; положительная (отрицательная) определенность (полуопределенность) симметрической матрицы  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T \in R^{n \times n}$  обозначена через  $\mathbf{P} > 0$  ( $\mathbf{P} < 0$ ,  $\mathbf{P} \geq 0$ ,  $\mathbf{P} \leq 0$ );  $diag\{\lambda_i\}_{i=1}^n$  обозначает диагональную матрицу с элементами  $\lambda_i$  на главной диагонали.

### Предварительные сведения

**Обобщенная однородность.** Тип однородности, касающийся линейных преобразований, называется обобщенной однородностью ( $\mathbf{d}$ -однородность).

**Определение 1 [9].** Векторное поле  $f : R^n \rightarrow R^n$  (функция  $g : R^n \rightarrow R$ ) называется  $\mathbf{d}$ -однородным степени  $\nu \in R$ , если

$$\begin{aligned} f(\mathbf{d}(s)\mathbf{x}) &= e^{\nu s} \mathbf{d}(s) f(\mathbf{x}), \quad \forall \mathbf{x} \in R^n \setminus \{0\}, \quad \forall s \in R \\ (g(\mathbf{d}(s)\mathbf{x})) &= e^{\nu s} g(\mathbf{x}), \quad \forall \mathbf{x} \in R^n \setminus \{0\}, \quad \forall s \in R \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\mathbf{d}(s) = e^{\mathbf{G}_d s} = \sum_{i=0}^{+\infty} \frac{s^i \mathbf{G}_d^i}{i!}$  – оператор растяжения,  $s \in R$ ,  $\mathbf{G}_d \in R^{n \times n}$  – генератор растяжения.

Устойчивые однородные системы обладают рядом робастных свойств, как, например, устойчивость по входу – состоянию (см., например, [3–6]).

Отметим, что  $r$ -однородность (см., например, [10–12]) соответствует определению 1 при  $\mathbf{d}_2(s) = diag\{e^{r_i s}\}_{i=1}^n, s \in R, r_i > 0$  с генератором  $\mathbf{G}_{d_2} = diag\{r_i\}_{i=1}^n$ .

Как и в случае  $r$ -однородности, частным случаем  $\mathbf{d}$ -однородной функции является однородная норма – непрерывная положительно определенная  $\mathbf{d}$ -однородная функция степени 1. Обозначим каноническую однородную норму  $\|\cdot\|_{\mathbf{d}} : R^n \rightarrow R_+$  как  $\|\mathbf{x}\|_{\mathbf{d}} = e^{s_x}$ , где  $s_x \in R$  такое, что  $\|\mathbf{d}(-s_x)\mathbf{x}\| = 1$ . Отметим, что  $\|\mathbf{d}(s)\mathbf{x}\|_{\mathbf{d}} = e^s \|\mathbf{x}\|_{\mathbf{d}}$  и

$$\|\mathbf{d}(-\ln \|\mathbf{x}\|_{\mathbf{d}})\mathbf{x}\| = 1. \quad (2)$$

**Робастная стабилизация многоканального линейного объекта с использованием гомогенизации.** Рассмотрим систему

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \tilde{\mathbf{d}}(t, \mathbf{x}(t)), \quad (3)$$

где  $\mathbf{x}$  – вектор состояния;  $\mathbf{u}$  – вектор управляющих воздействий;  $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$ ;  $\mathbf{B} \in R^{n \times m}$  (пара  $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$  управляема,  $m \leq n$ ) – матрицы системы и входа соответственно;  $\tilde{\mathbf{d}} : R \times R^n \rightarrow R^n$  включает в себя нелинейности системы, параметрические неопределенности системы и возмущающие воздействия. Предполагается, что

вектор состояния  $\mathbf{x}$  измерим. Чтобы рассмотреть случай разрывной функции  $\tilde{\mathbf{d}}$ , может быть применена теория Филиппова [13].

**Теорема 1 [2].** Пусть  $\nu \geq -1$  и:

- система матричных уравнений и неравенств

$$\begin{cases} (\mathbf{A} + \mathbf{BK}_0)\mathbf{X} + \mathbf{X}(\mathbf{A} + \mathbf{BK}_0)^T + \mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{y}^T\mathbf{B}^T + \alpha\mathbf{X} + \mathbf{R} \leq 0, \\ (\mathbf{A} + \mathbf{BK}_0)\mathbf{L} - \mathbf{L}(\mathbf{A} + \mathbf{BK}_0) = (\mathbf{A} + \mathbf{BK}_0), \\ (\mathbf{L} - \gamma\mathbf{I}_n)\mathbf{B} = 0, \\ \mathbf{X} > 0, \end{cases} \quad (4)$$

разрешима, где матрица  $\mathbf{K}_0 \in R^{m \times n}$  такова, что матрица  $\mathbf{A} + \mathbf{BK}_0$  нильпотентна,  $\mathbf{R}, \mathbf{L}, \mathbf{X} \in R^{n \times n}$ ,  $\mathbf{R} > 0$ ,  $\mathbf{y} \in R^{m \times n}$ ,  $\alpha \in R_+$ ,  $\gamma \in R$ ;

- закон управления выбран в виде

$$u(\mathbf{x}) = \mathbf{K}_0\mathbf{x} + \|\mathbf{x}\|_d^{v(1+\gamma)+\varepsilon} \mathbf{Kd}(-\ln\|\mathbf{x}\|_d)\mathbf{x}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{K} = \mathbf{yP}$ ,  $\mathbf{P} = \mathbf{X}^{-1}$  и  $\varepsilon \in R_+$  выбран так, что

$$\begin{cases} \nu\mathbf{L} + \nu\mathbf{L}^T + 2\varepsilon\mathbf{I}_n > 0, \\ \eta\mathbf{X} \geq \nu\mathbf{LX} + \nu\mathbf{XL}^T + 2\varepsilon\mathbf{X} > 0 \end{cases} \quad (6)$$

для некоторого  $\eta \in R_+$ ;

- функция  $\tilde{\mathbf{d}}$  удовлетворяет неравенству

$$\tilde{\mathbf{d}}^T \mathbf{d}^T (-\ln\|\mathbf{x}\|_d) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{d} (-\ln\|\mathbf{x}\|_d) \tilde{\mathbf{d}} \leq \zeta \alpha \|\mathbf{x}\|_d^{2\nu}, \quad (7)$$

где  $\zeta \in (0, 1)$ ;

тогда замкнутая система (3), (5) асимптотически (при  $\nu > 0$ ) / экспоненциально (при  $\nu = 0$ ) / финитно (при  $0 > \nu \geq -1$ ) устойчива.

Отметим, что в данном случае закон управления (5) состоит из двух составляющих: линейная составляющая  $\mathbf{K}_0\mathbf{x}$  гомогенизирует замкнутую систему с заданной степенью однородности; однородная составляющая  $\|\mathbf{x}\|_d^{v(1+\gamma)+\varepsilon} \mathbf{Kd}(-\ln\|\mathbf{x}\|_d)\mathbf{x}$  стабилизирует систему асимптотически или финитно в зависимости от степени однородности.

### Математическая модель мехатронного стенда

Мехатронный стенд TRMS (рис. 1) представляет собой модель вертолета с двумя степенями свободы и с двухканальным входом. Объект управления содержит два двигателя постоянного тока для управления по углам рысканья и тангажа. Входным воздействием объекта управления является напряжение, подаваемое на двигатели в интервале  $[-2,5 \text{ В}; +2,5 \text{ В}]$ .

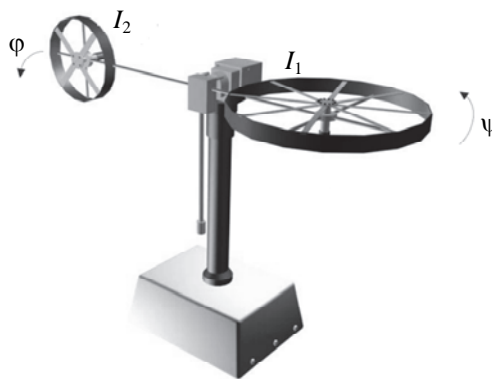


Рис. 1. Двухроторный мехатронный стенд Twin Rotor MIMO System

Динамика объекта управления в вертикальной плоскости имеет следующий вид [1]:

$$I_1 \ddot{\psi} = M_1 - M_{FG} - M_{Bw} - M_G, \quad (8)$$

где  $\psi$  – угол тангажа;  $I_1$  – момент инерции;  $M_1$  – момент, создаваемый двигателем;  $M_{FG}$  – момент силы тяжести;  $M_{Bw}$  – момент сил трения;  $M_G$  – гироскопический момент. Моменты, действующие в вертикальной плоскости, описываются уравнениями

$$\begin{cases} M_{FG} = M_{g1} \sin \psi - M_{g2} \cos \psi, \\ M_G = K_{gy} M_1 \dot{\phi} \cos \psi, \\ M_{B\psi} = B_{1\psi} \dot{\psi} + B_{2\psi} \text{sign}(\dot{\psi}), \\ M_1 = a_1 \tau_1^2 + b_1 \tau_1. \end{cases} \quad (9)$$

Динамика объекта управления в горизонтальной плоскости имеет вид [1]

$$I_2 \ddot{\phi} = M_2 - M_{B\phi} - M_R, \quad (10)$$

где  $\phi$  – угол рысканья;  $I_2$  – момент инерции;  $M_2$  – момент, создаваемый хвостовым двигателем;  $M_{B\phi}$  – момент сил трения;  $M_R$  – момент, создаваемый перекрестными связями. Силы, действующие в горизонтальной плоскости, описываются уравнениями

$$\begin{cases} M_R = (k_c (T_0 s + 1) / (T_p s + 1)) \tau_1, \\ M_{B\phi} = B_{1\phi} \omega + B_{2\phi} \text{sign}(\omega_\phi), \\ M_2 = a_2 \tau_2^2 + b_2 \tau_2. \end{cases} \quad (11)$$

Динамика двигателей постоянного тока аппроксимирована передаточными функциями первого порядка:

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{k_1}{T_{11}s + T_{10}} u_1, \\ \tau_2 = \frac{k_2}{T_{21}s + T_{20}} u_2, \end{cases} \quad (12)$$

где  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – моменты сил на валу вертикального и горизонтального двигателей;  $u_1$  и  $u_2$  – соответствующие управляющие воздействия. Значения всех параметров модели приведены в [1].

### Синтез алгоритма управления и результаты экспериментальной апробации

Перепишем математическую модель (8)–(12) в форме (3), где  $\mathbf{x} = (\psi \quad \dot{\psi} \quad \tau_1 \quad \phi \quad \dot{\phi} \quad \tau_2 \quad M_R)^T$  – вектор состояния, а матрицы  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  и вектор  $\tilde{\mathbf{d}}$  представлены в следующем виде:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{B_{1\psi}}{I_1} & \frac{b_1}{I_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{T_{10}}{T_{11}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{B_{1\phi}}{I_2} & \frac{b_2}{I_2} & -\frac{1}{I_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{T_{20}}{T_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{k_c(T_0 T_{10} + T_{11})}{T_p T_{11}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_p} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_1}{T_{11}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_2}{T_{21}} \\ \frac{k_c T_0 k_1}{T_p T_{11}} & 0 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{d}}(t, \mathbf{x}(t)) = \begin{pmatrix} 0 \\ a_1 x_3^2 - M_g \sin x_1 - B_{2\psi} \text{sign} x_2 - K_{gy} (a_1 x_3^2 + b_1 x_3) x_5 \cos x_1 \\ 0 \\ 0 \\ a_2 x_6^2 - B_{2\phi} \text{sign} x_5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Параметры регулятора вида (5) были получены на основе решения систем линейных матричных уравнений и неравенств (4), (6) с использованием программного пакета YALMIP при  $\nu = -0,8$ ,  $\alpha = 0,3$ ,  $\eta = 122,3486$ ,  $\mathbf{R} = 0,3\mathbf{I}_7$ ,  $\gamma = 1,3241$  и  $\varepsilon = 47,8346$ :

$$\mathbf{K}_0 = \begin{pmatrix} 0 & -0,0011 & -1,6742 & 0 & 0 & 0 & -0,5309 \\ 0 & 0,0448 & 17,8688 & 0 & 6,9441 & -7,4997 & 82,0430 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0,0152 & 0,0454 & 0,0245 & -0,0009 & 0,0011 & -0,0072 & 0,0599 \\ 0,0454 & 0,2266 & 0,1284 & -0,0144 & -0,0001 & -0,0360 & 0,3319 \\ 0,0245 & 0,1284 & 0,0814 & -0,0090 & -0,0002 & -0,0212 & 0,2069 \\ -0,0009 & -0,0144 & -0,0090 & 0,0115 & 0,0048 & 0,0037 & -0,0338 \\ 0,0011 & -0,0001 & -0,0002 & 0,0048 & 0,0082 & 0,0012 & -0,0108 \\ -0,0072 & -0,0360 & -0,0212 & 0,0037 & 0,0012 & 0,0101 & -0,0598 \\ 0,0599 & 0,3319 & 0,2069 & -0,0338 & -0,0108 & -0,0598 & 0,6162 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} -61 & -210,5 & -151,1 & -50,7 & -70,2 & 4,9 & 134,9 \\ 156,9 & 786,4 & 479,8 & -85,8 & -27 & -228,4 & 1403,3 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G}_a = \begin{pmatrix} 49,1650 & -1,9235 & -1,6296 & 0,0002 & 0 & 0 & -4,6560 \\ -0,0011 & 48,5347 & 0,8148 & 0,0001 & 0,0002 & 0 & 2,3279 \\ -0,0001 & 0,0504 & 46,5260 & 0 & -0,0006 & 0,0007 & -0,7123 \\ -12,0893 & 29,5523 & 25,0367 & 48,3691 & 0 & 0 & 71,5335 \\ 0 & -14,6969 & -12,5184 & -0,0010 & 47,5691 & 0 & -35,7668 \\ 0,0018 & -17,0045 & -9,1444 & -0,0013 & 0,8789 & 46,7753 & -26,1268 \\ 0,0002 & -0,0866 & 0,3015 & 0 & -0,0009 & 0,0006 & 47,6367 \end{pmatrix}.$$

Можно заметить, что неравенство (7) выполняется для  $\|\mathbf{x}\|_a \geq \varrho$ , где  $\varrho \in R_+$  (т.е. множество  $\{\mathbf{x} \in R^n : \|\mathbf{x}\|_a \leq \varrho\}$  является положительно инвариантным). Более того, так как при  $\tilde{\mathbf{d}} \equiv 0$  в соответствии с (1) система является однородной с отрицательной степенью, то представленный закон управления обеспечивает устойчивость по входу–состоянию [3].

Для реализации полученного закона управления необходимо вычислять значение канонической однородной нормы  $\|\mathbf{x}\|_a$ , которая определена в неявном виде (2). Чтобы найти  $\|\mathbf{x}\|_a$  в режиме реального времени, в данной работе использовался метод бисекции аналогично тому, как в работе [14] данный метод был использован для поиска неявно определенной функции Ляпунова.

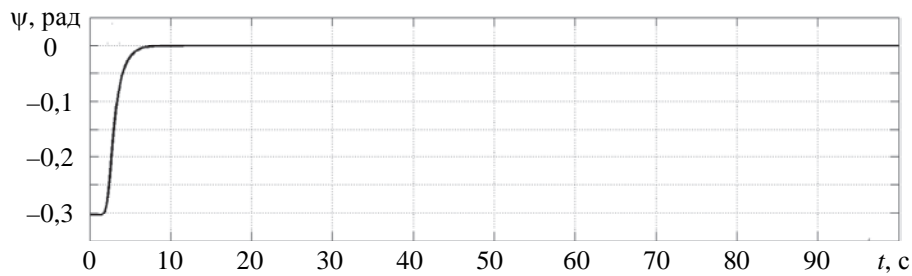


Рис. 2. Угол тангажа  $\psi$

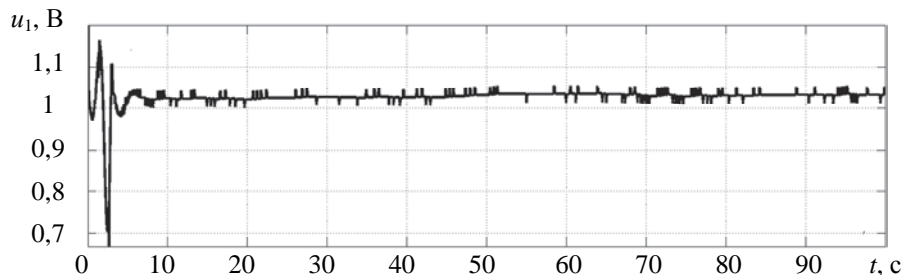
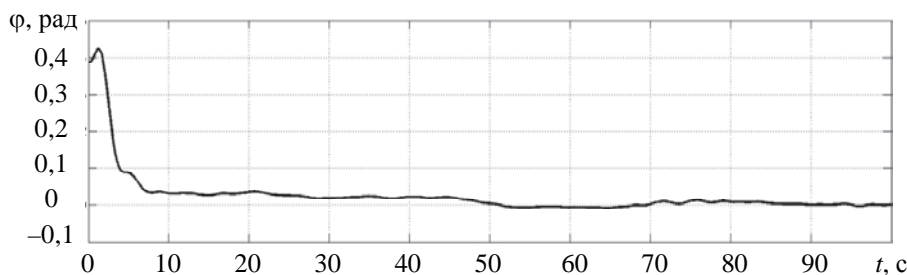
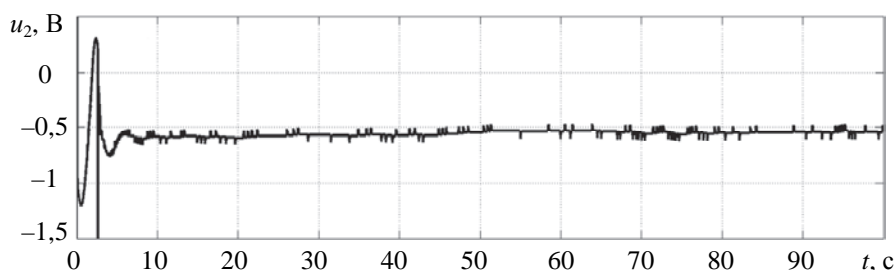


Рис. 3. Управляющее воздействие ( $u_1$ ), подаваемое на вертикальный двигатель

Рис. 4. Угол рысканья  $\varphi$ Рис. 5. Управляющее воздействие ( $u_2$ ), подаваемое на горизонтальный двигатель

Результаты эксперимента, проведенного на мехатронном стенде, представлены на рис. 2–5. Изменяемые сигналы  $\psi$ ,  $\varphi$  были пропущены через низкочастотные фильтры. Эксперимент был выполнен при шаге дискретизации  $h = 10^{-3}$  с. Пики управляющего сигнала в стационарном режиме обусловлены квантованием измерений сигналов. Отметим, что, в отличие от работ [1, 7, 8, 14], при синтезе управления мехатронным стендом представленный подход не требует проведения декомпозиции системы и (или) рассмотрения влияния перекрестных связей в виде возмущающих воздействий.

### Заключение

В работе рассмотрен алгоритм робастного управления многоканальными системами, основанный на гомогенизации по обратной связи (за счет линейной составляющей закона управления  $\mathbf{K}_0\mathbf{x}$  в (5)) и синтезе стабилизирующей однородной составляющей. Представленный закон управления позволяет обеспечить асимптотическую или финитную сходимость в зависимости от степени однородности замкнутой системы. Предложенный алгоритм применен для управления мехатронным стендом Twin Rotor MIMO System, где нелинейная динамика и параметрические неопределенности были рассмотрены как возмущения. Синтезированный закон управления обеспечивает устойчивость замкнутой системы по вход–состоянию.

### Литература

1. Twin Rotor MIMO System Control Experiments 33-949S. East Sussex, UK, Feedback Instruments, 2006.
2. Zimenko K., Polyakov A., Efimov D., Perruquetti W. Generalized feedback homogenization and stabilization of linear MIMO // Proc. 17<sup>th</sup> European Control Conference. 2017. (в печати)
3. Bernuau E., Polyakov A., Efimov D., Perruquetti W. Verification of ISS, iISS and IOSS properties applying weighted homogeneity // Systems and Control Letters. 2013. V. 62. N 12. P. 1159–1167. doi: 10.1016/j.sysconle.2013.09.004
4. Zimenko K., Efimov D., Polyakov A., Perruquetti W. A note on delay robustness for homogeneous systems with negative degree // Automatica. 2017. V. 79. P. 178–184. doi: 10.1016/j.automatica.2017.01.036
5. Livne M., Levant A. Accuracy of disturbed homogeneous sliding modes // Proc. 13<sup>th</sup> Int. Workshop on Variable Structure Systems. Nantes, France, 2014. doi: 10.1109/VSS.2014.6881148
6. Efimov D., Polyakov A., Perruquetti W., Richard J.-P. Weighted homogeneity for time-delay systems: finite-time and independent of delay stability // IEEE Transactions on Automatic Control. 2016. V. 61. N 1. P. 210–215. doi: 10.1109/TAC.2015.2427671

### References

1. Twin Rotor MIMO System Control Experiments 33-949S. East Sussex, UK, Feedback Instruments, 2006.
2. Zimenko K., Polyakov A., Efimov D., Perruquetti W. Generalized feedback homogenization and stabilization of linear MIMO. Proc. 17<sup>th</sup> European Control Conference, 2017. (accepted)
3. Bernuau E., Polyakov A., Efimov D., Perruquetti W. Verification of ISS, iISS and IOSS properties applying weighted homogeneity. Systems and Control Letters, 2013, vol. 62, no. 12, pp. 1159–1167. doi: 10.1016/j.sysconle.2013.09.004
4. Zimenko K., Efimov D., Polyakov A., Perruquetti W. A note on delay robustness for homogeneous systems with negative degree. Automatica, 2017, vol. 79, pp. 178–184. doi: 10.1016/j.automatica.2017.01.036
5. Livne M., Levant A. Accuracy of disturbed homogeneous sliding modes. Proc. 13<sup>th</sup> Int. Workshop on Variable Structure Systems. Nantes, France, 2014. doi: 10.1109/VSS.2014.6881148
6. Efimov D., Polyakov A., Perruquetti W., Richard J.-P. Weighted homogeneity for time-delay systems: finite-time and independent of delay stability. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, vol. 61, no. 1, pp. 210–215. doi: 10.1109/TAC.2015.2427671

7. Маргун А.А., Фуртат И.Б. Робастный алгоритм управления многосвязными системами с квантованным выходом // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 1. С. 31–38. doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-1-31-38
8. Margun A., Furtat I., Kremlev A. Robust control of twin rotor MIMO system with quantized output // IFAC-PapersOnLine. 2017. V. 50. N 1. P. 4849–4854. doi: 10.1016/j.ifacol.2017.08.973
9. Polyakov A. Sliding mode control design using canonical homogeneous norm // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2018. 20 p. (в печати) doi: 10.1002/rnc.4058
10. Zubov V.I. Методы А.М. Ляпунова и их применение. Л.: ЛГУ, 1957. 242 с.
11. Zubov V.I. О системах обыкновенных дифференциальных уравнений с обобщенно-однородными правыми частями // Известия вузов. Математика. 1958. № 1. С. 80–88.
12. Bacciotti A., Rosier L. Lyapunov Functions and Stability in Control Theory. Springer, 2005. 237 p. doi: 10.1007/b139028
13. Filippov A.F. Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides. Kluwer, Dordrecht, 1988. 304 p. doi: 10.1007/978-94-015-7793-9
14. Polyakov A., Efimov D., Perruquetti W. Robust stabilization of MIMO systems in finite/fixed time // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2015. V. 26. N 1. P. 1–19. doi: 10.1002/rnc.3297
- 10.1109/TAC.2015.2427671
7. Margun A.A., Furtat I.B. Robust control algorithm for multivariable plants with quantized output. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2017, vol. 17, no. 1, pp. 31–38. (in Russian) doi: 10.17586/2226-1494-2017-17-1-31-38
8. Margun A., Furtat I., Kremlev A. Robust control of twin rotor MIMO system with quantized output. *IFAC-PapersOnLine*, 2017, vol. 50, no. 1, pp. 4849–4854. doi: 10.1016/j.ifacol.2017.08.973
9. Polyakov A. Sliding mode control design using canonical homogeneous norm. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2018, 20 p. (in press) doi: 10.1002/rnc.4058
10. Zubov V.I. A.M. *Lyapunov Methods and Their Application*. Leningrad, LSU Publ., 1957, 242 p. (In Russian)
11. Zubov V.I. On systems of ordinary differential equations with generalized-homogeneous right-hand sides. *Izvestiya Vuzov. Matematika*, 1958, no. 1, pp. 80–88. (in Russian)
12. Bacciotti A., Rosier L. *Lyapunov Functions and Stability in Control Theory*. Springer, 2005, 237 p. doi: 10.1007/b139028
13. Filippov A.F. *Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides*. Kluwer, Dordrecht, 1988, 304 p. doi: 10.1007/978-94-015-7793-9
14. Polyakov A., Efimov D., Perruquetti W. Robust stabilization of MIMO systems in finite/fixed time. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2015, vol. 26, no. 1, pp. 1–19. doi: 10.1002/rnc.3297

#### Авторы

**Зименко Константин Александрович** – аспирант, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 55355650800, ORCID ID: 0000-0001-6220-7494, kostyazimenko@gmail.com

**Кремлев Артем Сергеевич** – кандидат технических наук, доцент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, Scopus ID: 8670923900, ORCID ID: 0000-0002-7024-3126, kremlev\_artem@mail.ru

**Поляков Андрей Евгеньевич** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация; исследователь, Государственный институт исследований в информатике и автоматике, Лилль, 59650, Франция, Scopus ID: 7201779543, ORCID ID: 0000-0002-5876-3495, andrey.polyakov@inria.fr

**Ефимов Денис Валентинович** – доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация; исследователь, Государственный институт исследований в информатике и автоматике, Лилль, 59650, Франция, Scopus ID: 8375851500, ORCID ID: 0000-0001-8847-5235, efde@mail.ru

#### Authors

**Konstantin A. Zimenko** – postgraduate, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 55355650800, ORCID ID: 0000-0001-6220-7494, kostyazimenko@gmail.com

**Artem S. Kremlev** – PhD, Associate Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, Scopus ID: 8670923900, ORCID ID: 0000-0002-7024-3126, kremlev\_artem@mail.ru

**Andrey E. Polyakov** – PhD, Senior researcher, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation; Researcher, Institut national de recherche en informatique et en automatique, Lille, 59650, France, Scopus ID: 7201779543, ORCID ID: 0000-0002-5876-3495, andrey.polyakov@inria.fr

**Denis V. Efimov** – D.Sc., Senior researcher, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation; Researcher, Institut national de recherche en informatique et en automatique, Lille, 59650, France, Scopus ID: 8375851500, ORCID ID: 0000-0001-8847-5235, efde@mail.ru