

doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-5-1016-1024

УДК 629.7.036.5

## Численная методика расчета тяги сопла широкодиапазонного ракетного двигателя

Алёна Андреевна Киришина<sup>1</sup>✉, Артём Алексеевич Левихин<sup>2</sup>,  
Антон Юрьевич Киришин<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация

<sup>1</sup> kirshina\_aa@voenmeh.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-7564-6672>

<sup>2</sup> levikhin\_aa@voenmeh.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8231-2179>

<sup>3</sup> kirshin\_ainu@voenmeh.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8917-8195>

### Аннотация

**Предмет исследования.** Разработана численная методика расчета тяги сопла широкодиапазонного ракетного двигателя. Данный тип двигателя оснащен кольцевым соплом с плоским центральным телом и предназначен для работы в верхних слоях атмосферы и в вакууме. Сопло формирует струю, сходящуюся к оси симметрии, за счет которой образуется более компактный факел рабочего тела. Сопла подобного типа имеют важные конструктивные преимущества, по сравнению с обычными соплами внешнего расширения. Они компактнее и проще с точки зрения охлаждения, но имеют повышенные потери в донной области из-за наличия плоского днища у центрального тела. Следовательно, конструкция подобных двигателей нуждается в параметрической оптимизации. В настоящее время для двигателей, оснащенных кольцевым соплом с плоским центральным телом, отсутствуют валидированные методики, которые бы позволяли производить параметрическую оптимизацию. Характеристики струи, потери удельного импульса и величина тяги у данного типа сопла зависят от трех основных параметров: площади донной области центрального тела, площади критического сечения и угла разворота внутренней кромки сопла к оси симметрии. Течение газа в донной области сопровождается сложными ударно-волновыми процессами, требующими большого времени для численных расчетов. Для оптимизации конструкции сопла необходима простая инженерная методика расчета тяги сопла по основным его параметрам. **Метод.** Расчет тяги сопла построен на основании интегрального распределения сил давления по его поверхности, полученного путем выполнения численных расчетов в широком диапазоне внешнего давления. Решены осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса, замкнутые SST-модификацией  $k-\omega$  модели турбулентности. На основании результатов численного моделирования определены расчетные коэффициенты для одномерных инженерных зависимостей, позволяющих вычислить скорость и давление в произвольном сечении камеры сгорания и сопла двигателя. **Основные результаты.** Разработана простая инженерная методика расчета тяги сопла камеры широкодиапазонного ракетного двигателя. Методика верифицирована путем сравнения с результатами численного эксперимента. **Практическая значимость.** Решена проблема параметрической оптимизации камер сгорания ракетного двигателя, способной работать в широком диапазоне высот, что представляет интерес для космической отрасли. Разработанная методика расчета позволяет провести в широком диапазоне анализ влияния соотношения геометрических размеров, режимных параметров на тягу камеры сгорания и сопла широкодиапазонного ракетного двигателя, оценить величину тяги на различных высотах работы двигателя.

### Ключевые слова

широкодиапазонный ракетный двигатель, тяга, сопло, численное моделирование

### Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в ходе реализации проекта «Создание опережающего научно-технического задела в области разработки передовых технологий малых газотурбинных, ракетных и комбинированных двигателей сверхлегких ракет-носителей, малых космических аппаратов и беспилотных воздушных судов, обеспечивающих

приоритетные позиции российских компаний на формируемых глобальных рынках будущего», № FZWF-2020-0015.

**Ссылка для цитирования:** Киршина А.А., Левихин А.А., Киршин А.Ю. Численная методика расчета тяги сопла широкодиапазонного ракетного двигателя // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2022. Т. 22, № 5. С. 1016–1024. doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-5-1016-1024

## Numerical method for calculating the nozzle thrust of a wide-range rocket engine

Alyona A. Kirshina<sup>1</sup>✉, Artyom A. Levikhin<sup>2</sup>, Anton Yu. Kirshin<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Baltic State Technical University “VOENMEH”, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation

<sup>1</sup> kirshina\_aa@voenmeh.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-7564-6672>

<sup>2</sup> levikhin\_aa@voenmeh.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8231-2179>

<sup>3</sup> kirshin\_ayu@voenmeh.ru, <https://orcid.org/0000-0001-8917-8195>

### Abstract

A numerical method for calculating the thrust of a wide-range rocket engine nozzle has been developed. This type of engine is equipped with an annular nozzle with a flat central body and is designed to operate in the upper atmosphere and in vacuum. The nozzle forms a jet converging to the axis of symmetry due to which a more compact torch of the working fluid is formed. Nozzles of this type have important design advantages over conventional external expansion nozzles. They are more compact, simpler in terms of cooling, but they have increased losses in the bottom region due to the presence of a flat bottom near the central body. Therefore, the design of such engines needs parametric optimization. Currently, for engines equipped with an annular nozzle with a flat central body, there are no validated methods that would allow parametric optimization. The characteristics of the jet, the loss of specific impulse, and the magnitude of thrust for a given type of nozzle depend on three main parameters: the area of the bottom region of the central body, the area of the throat section, and the angle of rotation of the inner edge of the nozzle to the axis of symmetry. The gas flow in the bottom region is accompanied by complex shock-wave processes that require a lot of time for numerical calculations. To optimize the design of the nozzle, it is required a simple engineering method to calculate the thrust of the nozzle according to its main parameters. The calculation of the nozzle thrust is based on the integral distribution of pressure forces over its surface obtained by performing numerical calculations in a wide range of external pressure. The Reynolds-averaged Navier-Stokes equations closed by the SST-modification of the  $k-\omega$  turbulence model are solved. Based on the results of numerical simulation, the calculated coefficients for one-dimensional engineering dependencies are determined; they make it possible to calculate the speed and pressure in a random section of the combustion chamber and engine nozzle. A simple engineering method for calculating the thrust of the chamber nozzle of a wide-range rocket engine has been developed. The technique is verified by comparison with the results of a numerical experiment. The problem of parametric optimization of the rocket engine combustion chamber, capable to operate in a wide range of altitudes, was solved, and it is of interest to the space industry. The developed method of calculation makes it possible to carry out a wide range analysis of the influence of the ratio of geometric dimensions, regime parameters on the thrust of the combustion chamber and nozzles of a wide-range rocket engine, and to estimate the thrust value at different engine operating heights.

### Keywords

wide-range rocket engine, thrust, nozzle, numerical simulation

### Acknowledgements

This work was financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation during the implementation of the project “Creating a leading scientific and technical reserve in the development of advanced technologies for small gas turbine, rocket and combined engines of ultra-light launch vehicles, small spacecraft and unmanned aerial vehicles that provide priority positions for Russian companies in emerging global markets of the future”, No. FZWF-2020-0015.

**For citation:** Kirshina A.A., Levikhin A.A., Kirshin A.Yu. Numerical method for calculating the nozzle thrust of a wide-range rocket engine. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2022, vol. 22, no. 5, pp. 1016–1024 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2022-22-5-1016-1024

### Введение

Совершенствование реактивных двигателей неразрывно связано с поиском путей более эффективного преобразования химической энергии топлива в кинетическую энергию струи, в том числе за счет вовлечения запасов массы и энергии из окружающей среды, а также обеспечения расчетного режима работы сопла в широком диапазоне высот. Один из способов совершенствования ракетных двигателей — применение перспективных схем сопел, таких как сопло с внешним расширением (штыревое, aerospoke) [1], с внешним рас-

ширением и управляемой подачей/отбором продуктов сгорания в донную область (штыревое аэродинамическое), тарельчатые, щелевые сопла и другие [2].

Сопла с внешним расширением обладают свойством саморегулирования за счет наличия свободной внешней границы. Это позволяет исключить работу двигателя на режиме перерасширения рабочего тела при полете космической ракеты-носителя в нижних слоях атмосферы, особенно это актуально для перспективных одноступенчатых средств выведения [3]. Часто используют многокамерную схему, когда множество малоразмерных камер сгорания расположены по периметру про-

филированного центрального тела. Такая компоновка упрощает решение задачи управления вектором тяги путем небольшого дросселирования отдельных камер сгорания [4]. Несмотря на известные достоинства сопел типа аероспике они не нашли широкого применения. Центральное тело полной длины имеет проблемы с охлаждением и весит больше, чем обычное сопло Лаваля, поэтому часто его стремятся укоротить. В результате образуется донная область за плоским срезом, в которой могут протекать сложные газодинамические процессы, сопровождающиеся низкочастотными колебаниями [5, 6]. Методики численного моделирования подобных отрывных течений очень требовательны к машинным ресурсам [7] и требуют тщательной настройки моделей турбулентности [8].

Поскольку сопло типа аероспике наряду с достоинствами имеет и очевидные недостатки, существует потребность в оптимизации их конструкции в каждом отдельном случае. Применение для этого методик вычислительного эксперимента чрезвычайно трудоемко и требует выполнения большого количества вычислений [9]. Как следствие, имеется потребность в разработке простых инженерных методик, которые бы обеспечивали качественно верное предсказание тяги и удельного импульса сопел типа аероспике при изменении внутренних и внешних параметров.

Задача настоящей работы — исследование кольцевого сопла с плоским центральным телом, которое напоминает по схеме известное сопло Тарасова–Левина с резонаторным усилителем тяги [10], но отличается принципом работы<sup>1</sup>. Вместо профилированного центрального тела сопло имеет плоский срез, а настройка режимов течения и оптимальных параметров осуществляется варьированием трех параметров: площади кольцевого критического сечения, площади донной области центрального тела и угла разворота внутренней кромки сопла к оси симметрии. По сравнению с соплом аероспике, имеющим центральное тело полной длины, кольцевое сопло с плоским центральным телом имеет повышенные потери полного давления в струе за счет образования отрывного циркуляционного течения в донной области. Этот недостаток компенсируется важными конструктивными преимуществами. Такое сопло компактнее, легче, чем аероспике, не имеет проблем с охлаждением, формирует компактную струю, за счет того, что на его кромках поток развернут к оси. В результате понятно, что оптимизация геометрии кольцевого сопла с плоским центральным телом даже более важна, чем для аероспике. Цель работы — разработка простой инженерной методики, которая позволит вычислять значения скорости и давления в любом сечении двигателя и сопла по одномерным зависимостям.

<sup>1</sup> Завершен проект по разработке ШРД по схеме «Тарасов–Левина» с соплом внешнего расширения и резонаторным усилителем тяги [Электронный ресурс]. URL: <http://nti-aeronet.ru/blog/2019/09/06/zavershen-proekt-po-razrabotke-shrd-po-sheme-tarasova-levina-s-soplom-vneshnego-rasshirenija-i-rezonatomnym-usilitelem-tjagi/> (дата обращения: 12.07.2022).

## Определение основных размеров профиля камеры широкодиапазонного ракетного двигателя

Введем следующие обозначения:  $k$  — камера сгорания;  $kk$  — начальное сечение сужающейся части внешней обечайки;  $v_x$  — входное сечение;  $*$  — критическое сечение;  $\min$  — минимальное сечение;  $out$  — докритическая часть внешнего контура сопла;  $a$  — выходное сечение;  $in_{ct1}$  — входное сечение центрального тела;  $in_{ct2}$  — начальное сечение участка с постоянной площадью кольцевого зазора, образованного внешней обечайкой и центральным телом;  $ct$  — центральное тело.

Все размерные физические величины представлены в системе СИ.

Профиль геометрии камеры широкодиапазонного ракетного двигателя показан на рис. 1.

Для формирования облика камеры широкодиапазонного ракетного двигателя введем допущение о равенстве площадей минимального сечения  $f_{\min}$  и критического сечения. Определим минимальное сечение сопла:

$$f_{\min} = \pi D_a h_*,$$

где  $D_a$  — диаметр выходного сечения сопла.

Зазор между внешней обечайкой и центральным телом  $F_{vx} - F_{ct}$  (рис. 1) должен соответствовать условию:

$$\frac{F_{vx} - F_{ct}}{f_{\min}} = 1,1.$$

Данное условие справедливо при следующих размерных ограничениях:

$$D_{ct} \geq 1,1 D_a, D_{vx} - D_{ct} \geq h_*, D_{vx} \leq h_*, \quad (1)$$

где  $D_k$  — диаметр камеры сгорания, который определяется по рекомендациям, представленным в работе [2].

При условии выполнения ограничений (1) введем следующие обозначения (рис. 1, b):

$$F_{out1} = F_{vx} - F_{ct}, F_{ct2} = F_a, F_{out2} = F_{ct} - F_a \text{ и } F_{ct1} = F_{out2}.$$

## Вывод расчетно-аналитических зависимостей тяги камеры широкодиапазонного ракетного двигателя

Вывод формулы тяги широкодиапазонного ракетного двигателя с кольцевым соплом с плоским центральным телом основан на определении тяги — равнодействующих сил, действующих на внутренние и внешние стенки камеры, за исключением сил аэродинамического сопротивления:

$$P = \int_S p \cos(\widehat{nx}) dS, \quad (2)$$

где  $p$  — давление;  $n$  — нормаль к поверхности;  $x$  — ось камеры;  $S$  — полная (внутренняя и внешняя) поверхность камеры.

Применим формулу (2). Для этого разделим камеру на две составляющие: внешняя обечайка и центральное тело. Для каждой составляющей найдем равнодействующие сил. Для внешней обечайки — равнодействующая сил, приложенных к смесительной головке камеры сгорания, к сужающейся части и выходному сечению

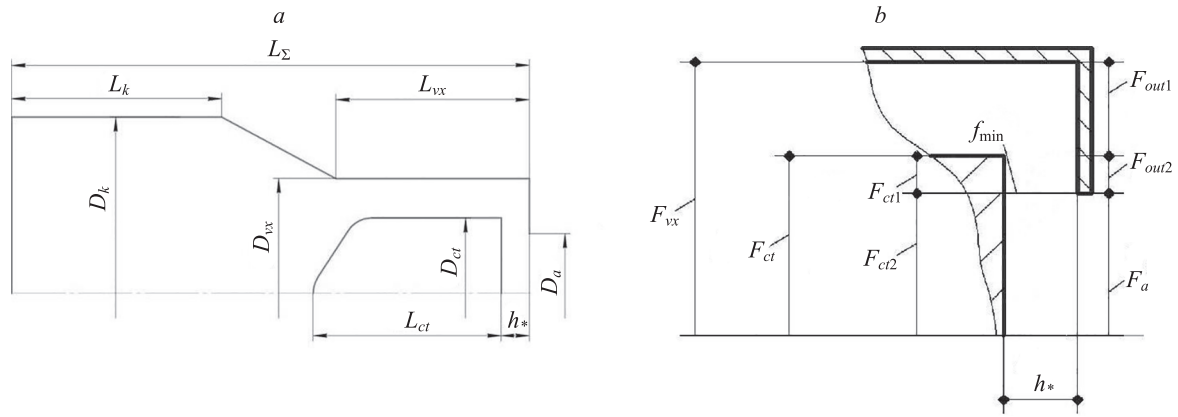


Рис. 1. Схема определения профиля камеры: основные размеры камеры (а); выходное сечение сопла (b).

$h^*$  — щелевой зазор;  $D_i$  — диаметр соответствующего сечения;  $L_i$  — длина соответствующего сечения;  $F_i$  — площадь соответствующего сечения;  $f_{min}$  — площадь минимального сечения;  $F_{out1}, F_{out2}$  — площади стенок выходного сечения сопла;  $F_{ct1}, F_{ct2}$  — площади стенок центрального тела

Fig. 1. Chamber profile definition scheme: the main chamber sizes (a), exit section of nozzle (b) ( $h^*$  — the corresponding section diameter,  $L_i$  — the corresponding section length,  $F_i$  — area of the corresponding section,  $f_{min}$  — minimum section area,  $F_{out1}, F_{out2}$  — wall areas of the nozzle outlet section,  $F_{ct1}, F_{ct2}$  — wall areas of the central body)

сопла. Для центрального тела рассчитаем равнодействующую сил, действующую на входное и выходное сечения центрального тела. На рис. 2 представлена расчетная схема, на которой показано распределение сил, действующих на стенки камеры.

Вычислим интеграл (2), при этом разделим тягу на составляющие, которые совпадают по направлению с вектором скорости истечения (ось  $X$ ) и принимаются положительными, а в случае несовпадения — отрицательными:

$$-P = -P_1 + P_2 + P_3 + P_4 - P_5,$$

где равнодействующие сил, приложенные к:  $P_1$  — смесительной головке камеры сгорания (сечение  $k$ );  $P_2$  — суживающейся части камеры сгорания ( $kk-vx$ ),  $P_3$  — докритической и критической частям внешнего контура сопла ( $out$ );  $P_4, P_5$  — сечениям центрального тела ( $in\_ct1-in\_ct2, ct$ ).

Составляющие силы тяги на соответствующих участках могут быть представлены зависимостями:

— сечение  $k$ :

$$P_1 = (p_k - p_n)F_k + m_\Sigma W_k; \quad (3)$$

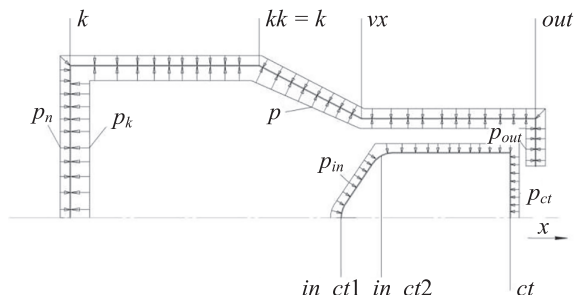


Рис. 2. Расчетная схема ( $k, kk, vx, out, in\_ct1, in\_ct2, ct$  — сечения,  $p_i$  — давление в соответствующих сечениях)

Fig. 2. Calculation scheme ( $k, kk, vx, out, in\_ct1, in\_ct2, ct$  — section,  $p_i$  — pressure in the corresponding sections)

— сечение  $kk-vx$ :

$$P_2 = p_k F_k - p_{vx} F_{vx} + m_\Sigma (W_k - W_{vx}) - p_n (F_k - F_{vx}); \quad (4)$$

— сечение  $out$ :

$$P_3 = (p_{out} - p_n)F_{out} + m_\Sigma W_{out}; \quad (5)$$

— сечение  $in\_ct1-in\_ct2$ :

$$P_4 = p_{in\_ct2} F_{in\_ct2} - p_{in\_ct1} F_{in\_ct1} + m_\Sigma (W_{in\_ct2} - W_{in\_ct1}); \quad (6)$$

— сечение  $ct$ :

$$P_5 = p_{ct} F_{ct} + m_\Sigma W_{ct} + p_n F_a, \quad (7)$$

где  $F_i$  — площадь поверхности, на которую действует давление  $p_i$  и скорость  $W_i$  в соответствующем сечении;  $m_\Sigma$  — суммарный массовый расход;  $F_a$  — площадь выходного сечения сопла;  $p_n$  — давление окружающей среды.

Разделим площади выходного сечения обечайки  $F_{out}$  и центрального тела  $F_{ct}$  на составляющие  $F_{out1}, F_{out2}, F_{ct1}, F_{ct2}$  (рис. 1, b). Разбиение площади  $F_{ct}$  на составляющие позволяет произвести оценку влияния внешней среды на величину давления, воздействующего на площадь центрального тела  $F_{ct1}$  и на скорость потока в данном сечении.

С учетом разбиения площади на участки уравнения (5), (7) принимают вид:

$$P_3 = p_{out1} F_{out1} + p_{out2} F_{out2} + m_\Sigma (W_{out1} + W_{out2}) - p_n F_{out}; \quad (8)$$

$$P_5 = p_{ct1} F_{ct1} + p_{ct2} F_{ct2} + m_\Sigma (W_{ct1} + W_{ct2}) + p_n F_a. \quad (9)$$

Значение параметров потока  $p, W$ , действующих на центральное тело и на внешнюю обечайку в  $i$ -ом



сечении, оценивается через численное моделирование потока.

### Численное моделирование потока

Решим двумерную задачу в стационарной осесимметричной постановке в расчетном пакете программ ANSYS Fluent. В рамках математической модели применим осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса для идеального газа. Система уравнений дополнена SST (Shear Stress Transport — модель переноса сдвиговых напряжений) — модификацией  $k-\omega$  модели турбулентности [3, 4, 7]. Модель турбулентности  $k-\omega$  SST показала хорошую сходимость с результатами экспериментов [4, 11, 12].

Для связи давления и скорости используем алгоритм Coupled. Для аппроксимации по давлению применим уравнения второго порядка. Для аппроксимации по плотности, скорости, турбулентно-кинетической энергии, удельной скорости диссипации и энергии используем схему третьего порядка MUSCL.

Для проведения расчета построим тетраэдрическую неструктурированную сетку. Размеры двумерных ячеек сетки: минимальная сторона —  $1,66 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>, максимальная сторона —  $1,36 \cdot 10^{-2}$  м<sup>2</sup>. Количество расчетных ячеек — 760 359 и узлов — 383 897. Для повышения качества расчета пограничного слоя сетка сгущается к внутренним стенкам камеры. Высота первого слоя —  $1,7 \cdot 10^{-6}$  м, скорость роста — 1,2. Количество слоев — 10. Размер сеточных элементов у стенки обеспечивает  $y^+ \approx 1$ , где  $y^+$  это безразмерное расстояние от первого узла сетки до стенки [11].

При расчете используем следующие типы граничных условий: «Symmetry» для боковых стенок сектора; «Wall» без скольжения потока для стенок камеры; «Inlet mass flow» с заданием массового расхода, статического давления, температуры торможения и с интенсивностью турбулентности 5 % для торца камеры сгорания. «Pressure outlet» с заданием полного давления и температуры окружающей среды для торцов выходной области с интенсивностью турбулентности 5 %.

Выполним расчет для экспериментальной точки, при этом: суммарный массовый расход равен 0,268 кг/с, избыточное давление в камере сгорания — 810 600 Па, температура потока — 1086 К [13].

На выходе из расчетной области установим статическое давление и температуру, соответствующую параметрам атмосферы в наземных условиях и на высоте 100 000 м над уровнем моря. Получено изменение параметров от 101 325 Па/288,15 К до 0,0319 Па/196 К<sup>1</sup>.

Проведем валидацию численного метода расчета на примере геометрии стендового сопла де Лавалья<sup>2</sup> [13], при помощи сравнения результатов расчета тяги

в программной среде с результатами расчета тяги по аналитическим зависимостям [2]:

$$P = P_{\text{расч}} + F_a(p_a - p_n),$$

$$P_{\text{расч}} = \dot{m}_\Sigma \sqrt{2n/(n-1)RT_k \left[ 1 - (p_a/p_k)^{\frac{n-1}{n}} \right]},$$

где  $p_k$  и  $p_a$  — давления в камере сгорания и на срезе сопла;  $n$  — показатель процесса;  $R$  — газовая постоянная в камере;  $T_k$  — температура в камере сгорания.

Расчетный режим работы сопла де Лавалья осуществим при давлении  $p_a = p_n = 50\,000$  Па. Расчет тяги на нерасчетном режиме проведем при значении давления окружающей среды  $p_n = 101\,325$  Па.

Результат сравнения значений тяги в программной среде и по аналитическим зависимостям (табл. 1) показал сходимость значений. Таким образом, расчет численным моделированием может считаться достоверным и применимым для моделирования процессов в камере широкодиапазонного ракетного двигателя.

### Результаты моделирования

В результате численного моделирования камеры широкодиапазонного ракетного двигателя получены эпюры распределения скорости и статического давления. На рис. 3 показано качественное распределение искомых параметров на расчетном режиме работы сопла.

Численное распределение искомых параметров построим графически, как распределение относительных параметров скорости  $\bar{W}$  и давления  $\bar{p}$  по координатам профиля развертки центрального тела и внешней обечайки  $\bar{X}$ :

$$\bar{W} = W_i/W_*,$$

$$\bar{p} = p_i/p_k,$$

$$\bar{X} = X_i/X_{\text{max}},$$

где  $W_i$  и  $p_i$  — значения скорости и давления в  $i$ -ом сечении;  $X_{\text{max}}$  — длина профиля;  $p_k$  — давление в камере сгорания;  $W_*$  — критическое значение скорости, которое вычислим по формуле:

$$W_* = \sqrt{\frac{2n}{n+1}RT}, \quad (9)$$

где  $n$  — показатель процесса;  $R$  — газовая постоянная в камере;  $T$  — температура в камере сгорания.

Полученное распределение показано на рис. 4.

Таблица 1. Сравнение тяги сопла де Лавалья  
Table 1. De Laval nozzle thrust comparison

Условие истечения, Па	Значение тяги, Н	
	Результат численного эксперимента	Результат расчета по аналитическим зависимостям
$p_n = 101\,325$	268	267
$p_n = p_a = 50\,000$	307	306

<sup>1</sup> ГОСТ 4401–81 Атмосфера стандартная. Параметры. Введен 01.07.82. М.: Изд-во стандартов, 1981. 181 с.

<sup>2</sup> Завершен проект по разработке ШРД по схеме «Тарасова-Левина» с соплом внешнего расширения и резонаторным усилителем тяги [Электронный ресурс]. URL: <http://nti-aeronet.ru/blog/2019/09/06/zavershen-proekt-po-razrabotke-shrd-po-sHEME-tarasova-levina-s-soplom-vneshnego-rasshirenija-i-rezonatornym-usilitelem-tjagi/> (дата обращения: 12.07.2022).

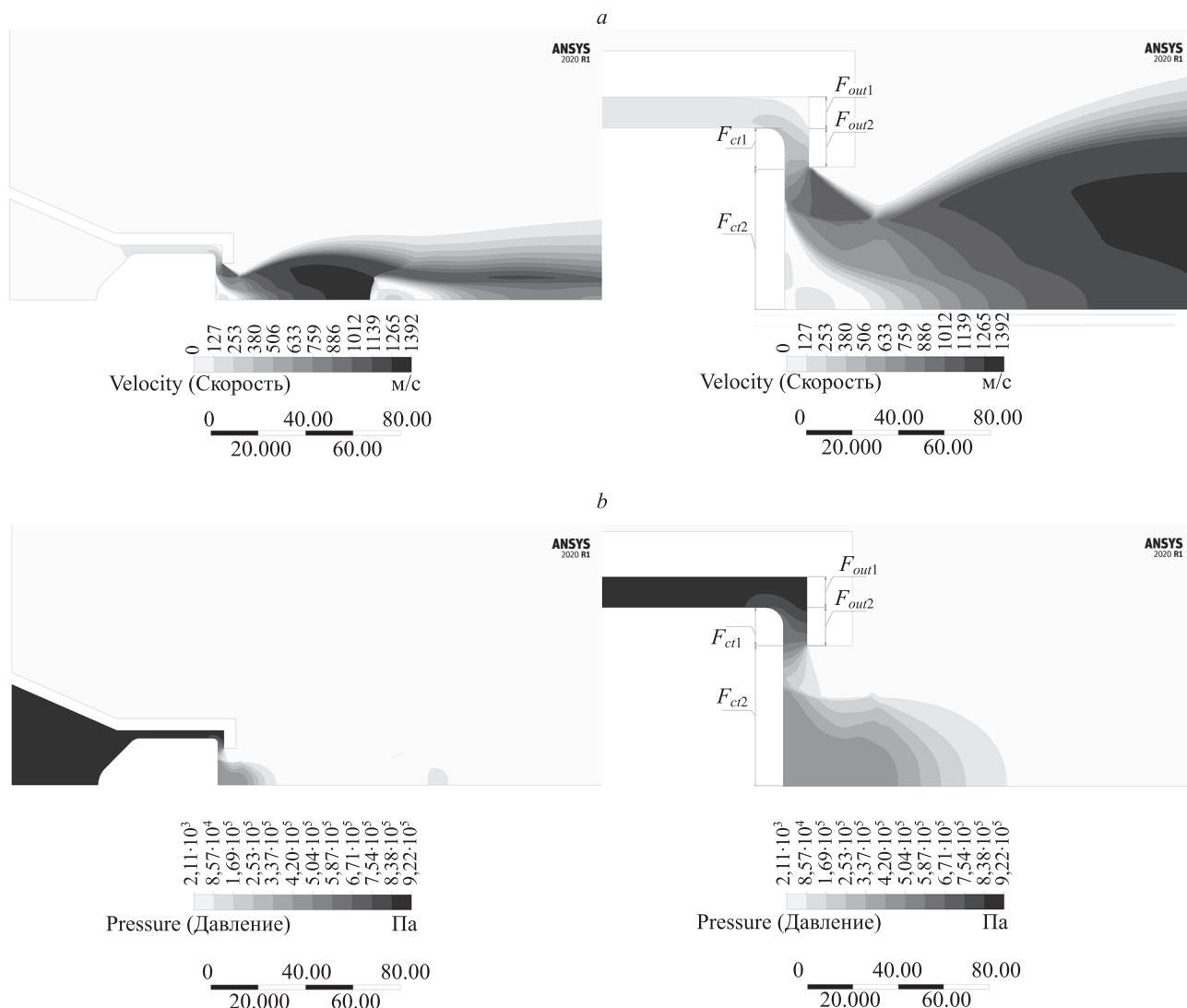


Рис. 3. Распределение скорости течения (а) и статического давления рабочего тела (b) по соплу (давление окружающей среды  $p_n = 50\,000\text{ Па}$ )

Fig. 3. Distribution of the flow velocity (a) and the static pressure of the fuel component (b) through the nozzle (environment pressure  $p_n = 50\,000\text{ Pa}$ )

**Внедрение результатов моделирования в методику расчета**

Полученное распределение относительных параметров легло в основу определения скорости и давления:  $P_{out1}, P_{out2}, W_{out1}, W_{out2}, P_{ct1}, P_{ct2}, W_{ct1}, W_{ct2}$  для сечений, представленных в уравнениях (3)–(9). Значения определяются методом численного интегрирования искомых параметров по сечению.

Для удобства расчетов искомые параметры представлены через давление в камере сгорания и критическую скорость. Связь между искомыми параметрами и давлением в камере сгорания получим через коэффициенты, значения которых определим на основании распределения значений относительных параметров давления и скорости, в соответствии с рис. 4.

$$W_{out1} = cW_*, \tag{11}$$

$$W_{out2} = cW_*, \tag{12}$$

$$W_{ct1} = ggW_*, \tag{13}$$

$$W_{ct2} = gW_*, \tag{14}$$

$$P_{ct1} = ffp_k, \tag{15}$$

$$P_{ct2} = fp_k, \tag{16}$$

$$P_{out1} = bbp_k, \tag{17}$$

$$P_{out2} = bp_k. \tag{18}$$

Изменение значений коэффициентов (11)–(18) в зависимости от давления внешней среды в логарифмических координатах  $\lg(p_n)$  представлено на рис. 5. Отметим, что влияние на тягу оказывают параметры давления и скорости, соответствующие центральному телу, площади  $F_{ct2}$ , в диапазоне давления среды от 101 325 Па до 5000 Па.

Расчетные коэффициенты проверим на принадлежность к газодинамическим функциям. Определим приведенную скорость для случайной координаты  $\bar{X}$

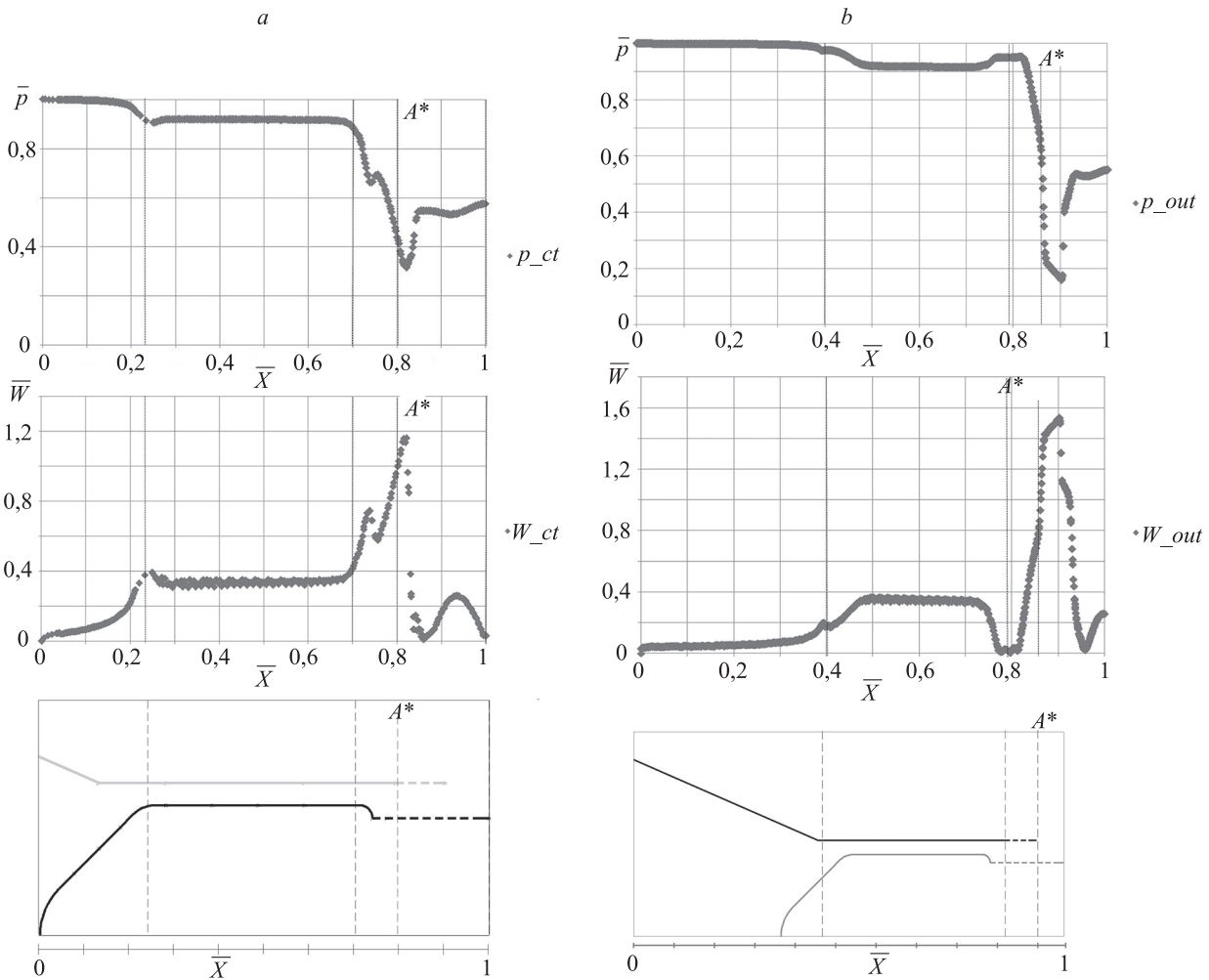


Рис. 4. Распределение значений относительных параметров давления  $\bar{p}$ , скорости  $\bar{W}$  от координаты  $\bar{X}$ : центральное тело (а), внешняя обечайка (б).

$A^*$  — критическое сечение сопла

Fig. 4. Distribution of values of pressure  $\bar{p}$  relative parameters, velocity  $\bar{W}$  vs. coordinate  $\bar{X}$ : (a) central body, (b) outer shell

дозвуковой зоны, закритической области и в критическом сечении:

$$\lambda_i = W_i/W_*$$

По приведенной скорости  $\lambda$  выполнен расчет функций приведенного давления  $\pi(\lambda_i)$  и произведено сравнение их значений с расчетными коэффициентами:  $ff$ ,  $f$ ,  $bb$ ,  $b$  из формул (15)–(18).

$$\pi(\lambda_i) = \frac{p_i}{p_k} = \left[ 1 - \frac{n-1}{n+1} \lambda_i^2 \right]^{\frac{n}{n-1}},$$

где  $W_*$  определена по формуле (10).

В результате проверки расчетных коэффициентов на принадлежность к газодинамическим функциям установлено, что они являются газодинамическими функциями для докритической и критической областей сопла. В закритической области (площадь  $F_{cr2}$ ) расчетные коэффициенты газодинамическими функциями не являются: значения давлений, полученные по расчетным коэффициентам и газодинамическим функциям, не совпадают. Данное утверждение может быть обоснова-

но формированием донной зоны, исследования которой представлены в [14].

### Верификация расчетно-аналитической методики

Верификация расчетно-аналитической методики проведена сравнением расчетных значений тяги со значениями, вычисленными в программной среде.

Численный расчет тяги сопла в программном комплексе ANSYS FLUENT осуществлен методом численного интегрирования давления, распределенного по стенкам сопла (за исключением сил аэродинамического сопротивления). Полученное значение суммировано со значением давления, действующего на торец камеры сгорания.

Аналитический расчет тяги осуществлен по формулам (3), (4), (6), (8), (9), значения параметров давления и скорости площади  $F_{out}$  сечения  $out$  определены по формулам (11), (12), (17), (18), для площади  $F_{ct1}$  сечения  $ct$  — по формулам (13), (15), для площади  $F_{cr2}$  сечения  $ct$  — по формулам (14), (16).

Таблица 2. Сравнение тяги  
Table 2. Nozzle thrust comparison

Условия течения, Па		Значение тяги, Н	
$P_k$	$P_n$	Результат численного эксперимента	Результат расчета по аналитическим зависимостям
810 600	101 325	267	262
	50 000	280	280
	5000	308	307
	1000	311	310
	0,0319	312	311

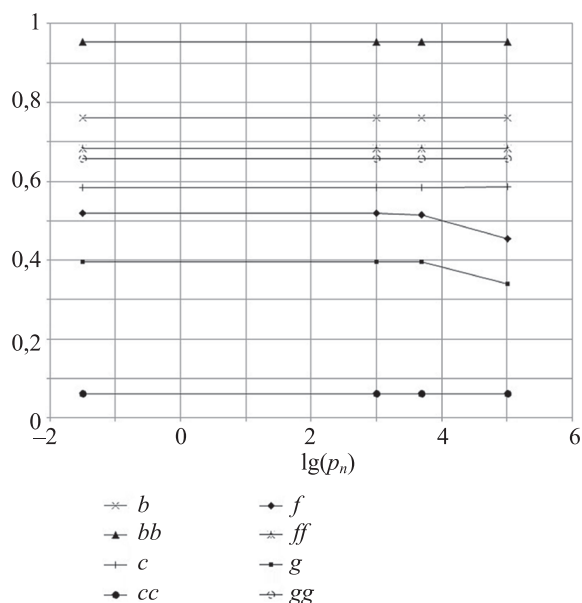


Рис. 5. Изменение коэффициентов давления и скорости от внешнего давления  $\lg(p_n)$

Fig. 5. Change in pressure and velocity coefficients vs. external pressure  $\lg(p_n)$

Сравнение значений тяги камеры, определенных численным моделированием и по предложенным аналитическим зависимостям представлено в табл. 2.

Отмечена сходимость результатов тяги в диапазоне давлений внешней среды от 50 000 Па до 0,0319 Па. В условиях работы сопла при высоких противодавлениях среды сходимость значений составляет 3 %.

### Заключение

Предложена простая инженерная методика, позволяющая вычислять по одномерным зависимостям давление и скорость в широкодиапазонном ракетном двигателе с кольцевым соплом с плоским центральным телом, которое предназначено для работы в верхних слоях атмосферы в широком диапазоне изменения внешнего давления. Методика содержит ряд эмпирических коэффициентов, которые получены в ходе вычислительного эксперимента. Сравнение с тестовыми расчетами, выполненными численным методом, показало, что разработанная инженерная методика позволяет получить результаты с погрешностью, не превышающей 3 %. Во внутреннем тракте двигателя методика выдает данные, близкие к результатам, полученным по газодинамическим функциям для изоэнтропического течения. В донной области из-за больших потерь полного давления отличие существенное. Для сопла с плоским центральным телом особое значение имеет возможность оптимизации его параметров для компенсации потерь в донной области. Наличие простых алгебраических зависимостей, предоставляемых разработанной инженерной методикой, позволяют включать их в эффективные оптимизационные алгоритмы.

### Литература

1. Ваулин С.Д., Хажиахметов К.И. Жидкостные ракетные двигатели с центральным телом: состояние и перспективы // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2021. № 10. С. 74–83. <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2021-10-74-83>
2. Добровольский М.В. Жидкостные ракетные двигатели. Основы проектирования: учебник / под ред. Д.А. Ягодникова. 4-е изд. М.: МГТУ им. Баумана, 2020. 472 с.
3. Кольцова Т.А. Численное моделирование течения в донной области многоразовой одноступенчатой ракеты-носителя в полете с учетом работающего двигателя внешнего расширения с центральным телом // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2019. № 5. С. 392–398.
4. Hakim K., Toufik H., Mouloudj Y. Study and simulation of the thrust vectoring in supersonic nozzles // Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences. 2022. V. 93. N 1. P. 13–24. <https://doi.org/10.37934/arfm.93.1.1324>

### References

1. Vaulin S.D., Khazhiakhmetov K.I. The state-of-the-art and prospects of aerospike engines. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2021, no. 10, pp. 74–83. (in Russian). <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2021-10-74-83>
2. Dobrovolskii M.V. *Liquid Rocket Engines*. Ed. by D.A. Iagodnikov. Moscow, BMSTU, 2020, 472 p. (in Russian)
3. Koltsova T.A. Numerical simulation of flow in the bottom of a reusable one-stage launch vehicle in flight with a running externally expanded cruise engine with a central body and gas intaken in the bottom. *Izvestiya Tula State University*, 2019, no. 5, pp. 392–398. (in Russian)
4. Hakim K., Toufik H., Mouloudj Y. Study and simulation of the thrust vectoring in supersonic nozzles. *Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences*, 2022, vol. 93, no. 1, pp. 13–24. <https://doi.org/10.37934/arfm.93.1.1324>
5. Bulat P.V., Zasukhin O.N., Upyrev V.V., Silnikov M.V., Chernyshov M.V. Base pressure oscillations and safety of load



5. Bulat P.V., Zasukhin O.N., Upyrev V.V., Silnikov M.V., Chernyshov M.V. Base pressure oscillations and safety of load launching into orbit // *Acta Astronautica*. 2017. V. 135. P. 150–160. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.11.042>
6. Bulat P., Komar K., Prodan N., Volkov K. Oscillatory and transient flow modes in block nozzle arrangements with a base region // *Acta Astronautica*. 2022. V. 194. P. 532–543. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.11.022>
7. Sreerag V.N., Mohammad F., Nandan V., Pramod A., Subhajayan K.P., Jash S. Parametric study on a method to control flow separation in rocket nozzles // *Materials Today: Proceedings*. 2021. V. 46. N 19. P. 9950–9955. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.03.291>
8. Nair P.P., Suryan A., Kim H.D. Computational study on flow through truncated conical plug nozzle with base bleed // *Propulsion and Power Research*. 2019. V. 8. N 2. P. 108–120. <https://doi.org/10.1016/j.jprr.2019.02.001>
9. Balaji G., Navin Kumar B., Vijayarangam J., Vasudevan A., Pandiyarajan R. Numerical investigation of expansion Fan optimization of truncated annular aerospike nozzle // *Materials Today: Proceedings*. 2021. V. 46. N 9. P. 4283–4288. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.03.124>
10. Богданов В.И., Ханталин Д.С. Выходные устройства с резонаторами-усилителями тяги для реактивных двигателей // *Инженерно-физический журнал*. 2022. Т. 95. № 2. С. 448–458.
11. Chaudhuri A., Hadjadj A. Numerical investigations of transient nozzle flow separation // *Aerospace Science and Technology*. 2016. V. 53. P. 10–21. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.03.006>
12. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // *AIAA Journal*. 1994. V. 32. N 8. P. 1598–1605. <https://doi.org/10.2514/3.12149>
13. Киршина А.А., Галаджун А.А., Кравченко Д.Г. Расчётно-экспериментальное определение параметров стендовой трёхкомпонентной камеры жидкостного ракетного двигателя // Молодёжь и будущее авиации и космонавтики: аннотации конкурсных работ 11-го Всероссийского межотраслевого молодёжного конкурса научно-технических работ и проектов. М.: МАИ, 2019. С. 83–84. Донное давление: сборник научных статей Международного научного подразделения Университета ИТМО «Механика и энергетических систем» / ЦТТ «КУЛОН»; БГТУ «ВОЕНМЕХ»; Университет ИТМО; под редакцией П.П. Булата. Краснодар: Издательский дом — ЮГ, 2016. 196 с.
14. launching into orbit. *Acta Astronautica*, 2017, vol. 135, pp. 150–160. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.11.042>
6. Bulat P., Komar K., Prodan N., Volkov K. Oscillatory and transient flow modes in block nozzle arrangements with a base region. *Acta Astronautica*, 2022, vol. 194, pp. 532–543. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2021.11.022>
7. Sreerag V.N., Mohammad F., Nandan V., Pramod A., Subhajayan K.P., Jash S. Parametric study on a method to control flow separation in rocket nozzles. *Materials Today: Proceedings*, 2021, vol. 46, no. 19, pp. 9950–9955. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.03.291>
8. Nair P.P., Suryan A., Kim H.D. Computational study on flow through truncated conical plug nozzle with base bleed. *Propulsion and Power Research*, 2019, vol. 8, no. 2, pp. 108–120. <https://doi.org/10.1016/j.jprr.2019.02.001>
9. Balaji G., Navin Kumar B., Vijayarangam J., Vasudevan A., Pandiyarajan R. Numerical investigation of expansion Fan optimization of truncated annular aerospike nozzle. *Materials Today: Proceedings*, 2021, vol. 46, no. 9, pp. 4283–4288. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.03.124>
10. Bogdanov V.I., Khantalin D.S. Exit devices with resonators-thrust amplifiers for jet engines. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2022, vol. 95, no. 2, pp. 441–451. <https://doi.org/10.1007/s10891-022-02498-8>
11. Chaudhuri A., Hadjadj A. Numerical investigations of transient nozzle flow separation. *Aerospace Science and Technology*, 2016, vol. 53, pp. 10–21. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.03.006>
12. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 1994, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1605. <https://doi.org/10.2514/3.12149>
13. Kirshina A.A., Galadzhun A.A., Kravchenko D.G. Calculation and experimental determination of the bench three-component chamber parameters of a liquid rocket engine. *Youth and the future of aviation and astronautics: abstracts of competitive works of the 11<sup>th</sup> All-Russian Intersectoral Youth Competition of Scientific and Technical Works and Projects*. Moscow, MAI, 2019, pp. 83–84. (in Russian)
14. *Ground pressure*: collection of scientific articles of the International scientific division of ITMO University «Mechanics and power systems». Center of a transfer of technologies «KULON»; BG TU «MILITARY MECHANICAL INSTITUTE»; ITMO University; under P.V. Bulat's edition. Krasnodar, Publishing house – South, 2016, 196 p. (in Russian)

## Авторы

**Киршина Алёна Андреевна** — аспирант, старший преподаватель, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0001-7564-6672>, [kirshina\\_aa@voenmeh.ru](mailto:kirshina_aa@voenmeh.ru)

**Левихин Артём Алексеевич** — кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0001-8231-2179>, [levikhin\\_aa@voenmeh.ru](mailto:levikhin_aa@voenmeh.ru)

**Киршин Антон Юрьевич** — преподаватель, Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, Санкт-Петербург, 190005, Российская Федерация, <https://orcid.org/0000-0001-8917-8195>, [kirshin\\_aui@voenmeh.ru](mailto:kirshin_aui@voenmeh.ru)

Статья поступила в редакцию 07.07.2022  
Одобрена после рецензирования 02.08.2022  
Принята к печати 23.09.2022

## Authors

**Alyona A. Kirshina** — PhD Student, Senior Lecturer, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0001-7564-6672>, [kirshina\\_aa@voenmeh.ru](mailto:kirshina_aa@voenmeh.ru)

**Artyom A. Levikhin** — PhD, Head of Department, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0001-8231-2179>, [levikhin\\_aa@voenmeh.ru](mailto:levikhin_aa@voenmeh.ru)

**Anton Yu. Kirshin** — Lecturer, Baltic State Technical University “VOENMEH” named after D.F. Ustinov, Saint Petersburg, 190005, Russian Federation, <https://orcid.org/0000-0001-8917-8195>, [kirshin\\_aui@voenmeh.ru](mailto:kirshin_aui@voenmeh.ru)

Received 07.07.2022  
Approved after reviewing 02.08.2022  
Accepted 23.09.2022



Работа доступна по лицензии  
Creative Commons  
«Attribution-NonCommercial»