

УДК 538.9

ДИСКРЕТНЫЕ ВОЛНЫ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ И ДИССИПАТИВНЫЕ СОЛИТОНЫ В КОГЕРЕНТНО ВОЗБУЖДАЕМЫХ НАНОСТРУКТУРАХ И МЕТАМАТЕРИАЛАХ

Н.Н. Розанов, Н.В. Высотина, А.Н. Шацев, А.С. Десятников, И.В. Шадривов, Р.Е. Носков, Ю.С. Кившарь



Розанов Николай Николаевич, член-корреспондент Российской академии наук, доктор физико-математических наук, профессор, начальник отдела ФГУП «НПК «ГОИ им. С.И. Вавилова», заведующий кафедрой Оптики лазеров СПбНИУ ИТМО. Лауреат премии им. Д.С. Рождественского РАН (2007). Область научных интересов – физическая и нелинейная оптика, лазерная физика, физика солитонов.



Высотина Нина Вениаминовна, научный сотрудник ФГУП «НПК «ГОИ им. С.И. Вавилова». Область научных интересов – вычислительная математика, численное моделирование.



Шацев Анатолий Натанович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник ФГУП «НПК «ГОИ им. С.И. Вавилова». Область научных интересов – нелинейная оптика, лазерная физика, физика солитонов.



Десятников Антон Сергеевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Австралийского национального университета.



Шадривов Илья Владимирович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Австралийского национального университета, стипендиат Королевы Елизаветы II.



Носков Роман Евгеньевич, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики. Область научных интересов – оптика наноструктурированных композитных сред на основе металлических наночастиц, левые среды, электромагнитная невидимость.



Кившарь Юрий Семенович, академик Австралийской академии наук, профессор, руководитель отдела, ведущий ученый, научный руководитель лаборатории Австралийского национального университета, обладатель мегагранта Министерства образования и науки Российской Федерации.

Проведен сравнительный анализ локализованных структур – волн переключения и диссипативных солитонов – в трех дискретных нелинейных системах, резонансно возбуждаемых когерентным поддерживающим излучением: цепочке молекул, цепочке металлических наночастиц и решетке разомкнутых кольцевых резонаторов.

Ключевые слова: диссипативные солитоны, дискретные солитоны, волны переключения.

Введение

Диссипативные солитоны, представляющие локализованные за счет баланса притока и оттока энергии структуры волн, к настоящему времени более полно изучены в таких широкоапертурных оптических системах, как нелинейные интерферометры с когерентным поддерживающим излучением и лазеры с насыщающимся поглощением [1]. В этих континуальных системах продемонстрированы одномер-

ные и двумерные пространственные солитоны и предложены их приложения для обработки информации. Однако размеры этих солитонов составляют не менее 10 мкм, что не делает такие системы конкурентно-способными по сравнению с традиционной электроникой. Кроме того, в подобных системах сложно формировать трехмерные, в особенности топологические солитоны.

Указанные ограничения могут быть преодолены при использовании периодических наноструктур и метаматериалов, которые представляют собой набор слабо связанных нелинейных элементов, возбуждаемых внешним когерентным излучением [2–4] (рис. 1). В этой статье мы рассмотрим три родственные системы, в которых могут быть сформированы дискретные диссипативные структуры.

Модель 1 – это цепочка молекул с трехуровневой схемой электронных переходов. Внешнее излучение резонансно возбуждает молекулы, под его действием молекулы излучают, подобно диполям, и это излучение частично перехватывается соседними молекулами (диполь-дипольное взаимодействие молекул). К настоящему времени в расчетах продемонстрированы солитоны с размерами в несколько нанометров и возможность управлять их положением в цепочке и движением с помощью наклонного падения внешнего излучения [1, 5]. Перспективны для реализации таких систем J -агрегаты цианиновых красителей, обладающие коллективным (экситонным) механизмом их резонансного возбуждения лазерным излучением. В то же время еще предстоит разработка более полной теории этих принципиально квантовых объектов с выходом за рамки одночастичного приближения и учетом межмолекулярных корреляций.

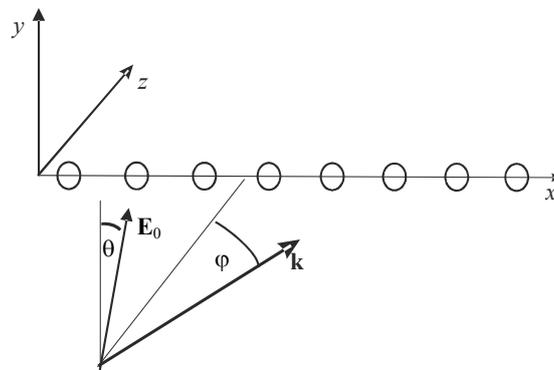


Рис. 1. Одномерная дискретная система. Цепочка нелинейных элементов, изображенных кружками, расположена вдоль оси x . \mathbf{E}_0 – вектор напряженности электрического поля поддерживающего излучения; волновой вектор \mathbf{k} падающей волны лежит в плоскости xz ; ϕ – угол между волновым вектором \mathbf{k} и осью x ; θ – угол поворота вектора поляризации поля относительно оси y

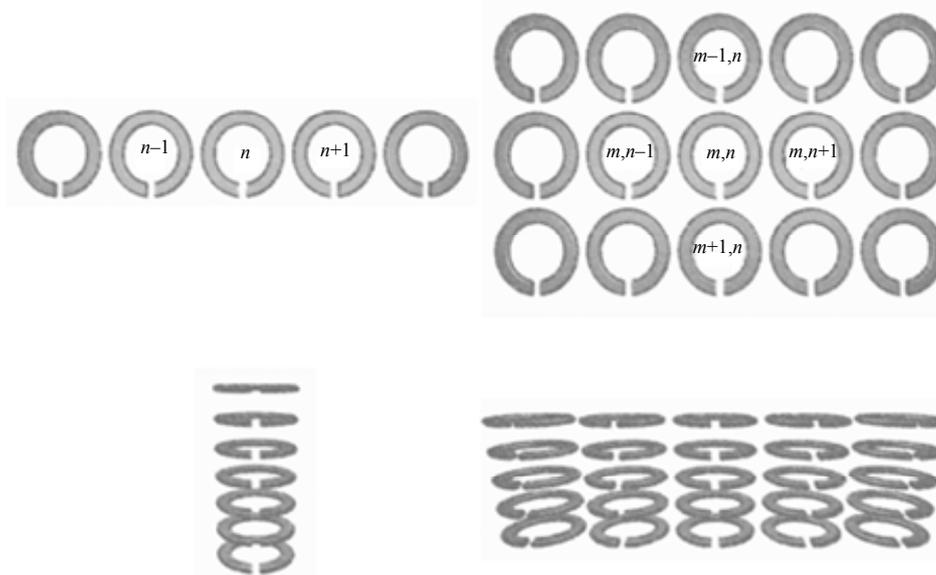


Рис. 2. Цепочки (слева) и двумерные решетки (справа) разомкнутых кольцевых резонаторов с различной ориентацией

Модель 2 близка к предыдущей, но в ней молекулы заменяются металлическими наночастицами, погруженными в диэлектрик [6, 7]. В отличие от молекулярных J -агрегатов с фиксированным направлением дипольного момента, наночастицы обладают изотропным откликом, так что здесь добавляется поляризационная степень свободы, и солитоны становятся в общем случае векторными. К настоящему времени в литературе для моделей 1 и 2 изучены только одномерные системы, и рассмотрение хотя бы двумерных

схем представляет важную задачу дальнейших исследований. В то же время в модели 3 – цепочке или решетке возбуждаемых когерентным излучением разомкнутых кольцевых резонаторов (рис. 2) с нелинейными элементами, помещенными в разъемы [8–16] – возможна реализация дискретных диссипативных солитонов любой геометрической размерности. В моделях 1 и 2 аналогичен вид связи элементов (диполь-дипольное взаимодействие), но различается вид нелинейности. Последний совпадает (кубическая нелинейность) для моделей 2 и 3. Ниже мы проанализируем общие и специфические свойства солитонов в трех указанных моделях, уделяя большее внимание менее изученным в литературе вариантам – модели 2 для одномерной геометрии и модели 3 для двумерной и трехмерной геометрии.

Управляющие уравнения

Модель 1. *J*-агрегат моделируется линейной цепочкой N трехуровневых молекул, взаимодействующих между собой через электромагнитное поле. Два нижних уровня формируют оптический переход, частота которого близка к лазерной частоте. Третий молекулярный уровень служит для описания аннигиляции двух возбуждений на соседних молекулах: одно из возбуждений дезактивируется, а другое переходит на третий уровень с последующей релаксацией либо обратно на второй, либо на первый уровень. В результате соответственно либо одно, либо оба возбуждения исчезают из системы. Частота перехода из основного состояния (1) в третье (3) предполагается приблизительно равной удвоенной частоте перехода $1 \rightarrow 2$. Расстояние между молекулами d много меньше длины волны излучения. Частота лазерного излучения ω_0 , поляризация излучения линейная.

В подходе одночастичной матрицы плотности управляющие уравнения для элементов матрицы плотности ρ_{ik} , $i, k = 1, 2, \dots, N$, в приближении медленно меняющихся амплитуд имеют вид (см. [1, 5] и приведенные там ссылки)

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{11}^{(k)} &= \frac{1}{4} \sum_{l=1}^N (\gamma_{lk} + i\Delta_{lk}) R_l R_k^* - i \frac{\Omega}{4} R_k^* + c.c. + \alpha_s \rho_{22}^{(k)} [\rho_{22}^{(k-1)} + \rho_{22}^{(k+1)}] + \Gamma_{31} \rho_{33}^{(k)} + \Gamma_{21} \rho_{22}^{(k)} + \Gamma_{\parallel} \rho_{22}^{(k)}, \\ \dot{\rho}_{22}^{(k)} &= -\frac{1}{4} \sum_{l=1}^N (\gamma_{lk} + i\Delta_{lk}) R_l R_k^* + i \frac{\Omega}{4} R_k^* + c.c. - 2\alpha_s \rho_{22}^{(k)} [\rho_{22}^{(k-1)} + \rho_{22}^{(k+1)}] + \Gamma_{32} \rho_{33}^{(k)} - \Gamma_{21} \rho_{22}^{(k)} - \Gamma_{\parallel} \rho_{22}^{(k)}, \\ \dot{\rho}_{33}^{(k)} &= \alpha_s \rho_{22}^{(k)} [\rho_{22}^{(k-1)} + \rho_{22}^{(k+1)}] - (\Gamma_{31} + \Gamma_{32}) \rho_{33}^{(k)}, \\ \dot{R}_k &= -(\Gamma_{\perp} + i\Delta_0) R_k + \sum_{l=1}^N (\gamma_{lk} + i\Delta_{lk}) R_l [\rho_{22}^{(k)} - \rho_{11}^{(k)}] - i\Omega [\rho_{22}^{(k)} - \rho_{11}^{(k)}] + \alpha_s R_k [\rho_{22}^{(k-1)} + \rho_{22}^{(k+1)}]. \end{aligned}$$

Точка в левых частях уравнений означает временную производную; $c.c.$ – знак комплексного сопряжения; Δ_0 – значение частотной расстройки для молекул в цепочке; $R_k = 2\rho_{21}^{(k)} \exp(i\omega_0 t)$. Матрицы γ_{lk} и Δ_{lk} ($l \neq k$) описывают запаздывающее диполь-дипольное взаимодействие молекул в агрегате:

$$\begin{aligned} \gamma_{lk} &= \frac{\mu^2}{\hbar d^3} \left\{ \left[k_0 d \frac{\cos(k_0 d |l-k|)}{|l-k|^2} - \frac{\sin(k_0 d |l-k|)}{|l-k|^3} \right] \times (1 - 3 \cos^2 \theta) + (k_0 d)^2 \frac{\sin(k_0 d |l-k|)}{|l-k|} \sin^2 \theta \right\}, \quad l \neq k, \\ \Delta_{lk} &= \frac{\mu^2}{\hbar d^3} \left\{ \left[\frac{\cos(k_0 d |l-k|)}{|l-k|^3} + k_0 d \frac{\sin(k_0 d |l-k|)}{|l-k|^2} \right] \times (1 - 3 \cos^2 \theta) - (k_0 d)^2 \frac{\cos(k_0 d |l-k|)}{|l-k|} \sin^2 \theta \right\}, \quad l \neq k, \quad (1) \\ \gamma_{ll} &= 0, \quad \Delta_{ll} = 0. \end{aligned}$$

Волновое число $k_0 = \omega_0/c$, где c – скорость света в вакууме. Величина $\Omega = (\mu/\hbar)E_i$ – частота Раби, пропорциональная комплексной амплитуде поля, так что вещественная напряженность электрического поля в падающей волне

$$\tilde{E} = \text{Re}[E_i(t) \exp(-i\omega_0 t)].$$

Другими параметрами задачи являются матричный элемент дипольного момента перехода μ , угол между дипольным моментом и осью цепочки θ , релаксационные постоянные γ и Γ , параметр экситон-экситонной аннигиляции α_s . Принятый подход оправдан, если уровень возбуждения молекул слабый:

$1 - \rho_{11}^{(k)} \ll 1$ (диагональные элементы матрицы плотности пропорциональны населенностям соответствующих уровней).

В линейных агрегатах взаимодействие с излучением молекул у краев цепочки существенно отличается от случая молекул в середине цепочки, главным образом, из-за эффекта двухэкситонной аннигиляции (параметр α_s). В типичных условиях эффекты краев захватывают несколько десятков молекул, поэтому для средней части достаточно длинной цепочки от краевых эффектов можно отвлечься. Чтобы исключить их в расчетах, можно представить, что цепочка замкнута в кольцо (периодические граничные условия). Хотя молекулярные агрегаты с кольцевой геометрией и известны, молекулы в них неодинаково взаимодействуют с излучением с линейной поляризацией (частота Раби пропорциональна косинусу угла

между направлениями дипольного момента молекулы и поляризации излучения). Поэтому для обеспечения одинаковых условий для различных молекул пришлось бы перейти к их взаимодействию с излучением, обладающим, например, круговой поляризацией.

В модели 2 управляющие уравнения имеют вид [6, 7]

$$\begin{aligned} -i \frac{dP_n^\perp}{d\tau} + (-i\gamma + \Omega + |P_n|^2) P_n^\perp + \sum_{m \neq n} G_{n,m}^\perp P_m^\perp &= E_n^\perp, \\ -i \frac{dP_n^\parallel}{d\tau} + (-i\gamma + \Omega + |P_n|^2) P_n^\parallel + \sum_{m \neq n} G_{n,m}^\parallel P_m^\parallel &= E_n^\parallel, \end{aligned} \quad (2)$$

где $|P_n|^2 = |P_n^\perp|^2 + |P_n^\parallel|^2$, верхние индексы указывают составляющие векторов отклика шаров (**P**) и поддерживающего излучения (**E**) по отношению к оси цепочки (рис. 1), параметры γ , Ω , k_0 и d имеют тот же смысл, что и в модели 1, а коэффициенты связи элементов аналогичны (1):

$$\begin{aligned} G_{n,m}^\perp &= \frac{\eta}{2} \left((k_0 d)^2 - \frac{ik_0 d}{|n-m|} - \frac{1}{|n-m|^2} \right) \frac{\exp(-ik_0 d |n-m|)}{|n-m|}, \\ G_{n,m}^\parallel &= \eta \left(\frac{ik_0 d}{|n-m|} + \frac{1}{|n-m|^2} \right) \frac{\exp(-ik_0 d |n-m|)}{|n-m|}. \end{aligned}$$

Параметр η определяется отношением диаметра шаров и шага решетки, а также диэлектрической проницаемостью шаров и матрицы-диэлектрика [6, 7].

Управляющие уравнения для модели 3 формулируются для медленно меняющихся амплитуд электрического тока или намагниченности отдельных резонаторов [8]:

$$i \frac{d\psi_n}{dt} - (2\Omega - i\gamma + \alpha |\psi_n|^2) \psi_n - \Sigma = \kappa C_n.$$

Здесь время t нормировано на период собственных колебаний изолированного резонатора, Ω – отстройка собственной частоты колебаний от частоты когерентного поддерживающего излучения, нормированная на собственную частоту, γ – затухание резонатора с той же нормировкой, $\alpha = \pm 1$ – знак коэффициента керровской нелинейности. Коэффициент κ определяет силу связи ближайших резонаторов, и

$$\begin{aligned} C_n &= 2[\psi(n_x, n_y, n_z - 1) + \psi(n_x, n_y, n_z + 1)] - [\psi(n_x - 1, n_y, n_z) + \psi(n_x + 1, n_y, n_z)] - \\ &\quad - [\psi(n_x, n_y - 1, n_z) + \psi(n_x, n_y + 1, n_z)], \quad \psi_n = \psi(n_x, n_y, n_z). \end{aligned}$$

Целочисленные индексы n_x, n_y, n_z определяют положение резонатора в решетке. Управляющие уравнения для каждой модели дополняются начальными условиями, роль которых особо важна в условиях бистабильности или тристабильности (см. ниже).

Одномерные локализованные структуры (модель 2)

Квазиоднородные распределения. Для идеальной цепочки бесконечной длины с одинаковым стационарным состоянием всех элементов (пространственно-однородные стационарные состояния) из (2) при $P_n = P_0$ и нулевых производных получаем алгебраическое уравнение 5-й степени:

$$\begin{aligned} |P_0|^2 \left\{ \left(|P_0|^2 + \Omega + \operatorname{Re} \sum_{i=1}^{\infty} A_i^\perp \right)^2 + \left(\gamma - \operatorname{Im} \sum_{i=1}^{\infty} A_i^\perp \right)^2 \right\} \left\{ \left(|P_0|^2 + \Omega + \operatorname{Re} \sum_{i=1}^{\infty} A_i^\parallel \right)^2 + \left(\gamma - \operatorname{Im} \sum_{i=1}^{\infty} A_i^\parallel \right)^2 \right\} = \\ = |E_0|^2 \left[(\cos \theta)^2 \left\{ \left(|P_0|^2 + \Omega + \operatorname{Re} \sum_{i=1}^{\infty} A_i^\parallel \right)^2 + \left(\gamma - \operatorname{Im} \sum_{i=1}^{\infty} A_i^\parallel \right)^2 \right\} + \right. \\ \left. + (\sin \theta)^2 \left\{ \left(|P_0|^2 + \Omega + \operatorname{Re} \sum_{i=1}^{\infty} A_i^\perp \right)^2 + \left(\gamma - \operatorname{Im} \sum_{i=1}^{\infty} A_i^\perp \right)^2 \right\} \right], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_j^\perp &= \eta \left(-j^{-3} - ik_0 d j^{-2} + (k_0 d)^2 j^{-1} \right) \exp(-ik_0 d j), \\ A_j^\parallel &= 2\eta \left(j^{-3} + ik_0 d j^{-2} \right) \exp(-ik_0 d j). \end{aligned}$$

При $\theta = 0, \pi/2$ степень полинома снижается до третьей, тогда одному и тому же значению интенсивности поддерживающего излучения могут отвечать три значения отклика. С учетом заведомой неустойчивости промежуточного значения это означает бистабильность (рис. 3, а). Этот вариант характерен

также для скалярных моделей 1 и 3, тогда как тристабильность становится возможной для векторной модели 2 (рис. 3, б).

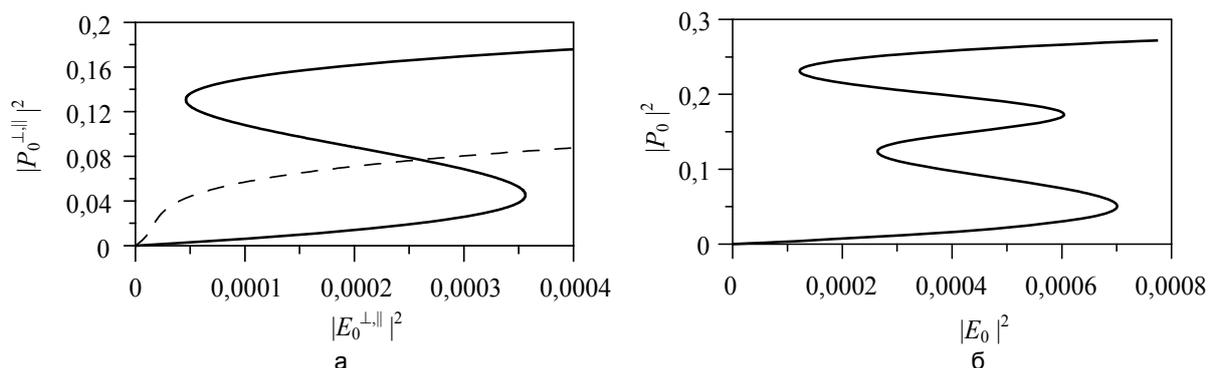


Рис. 3. Зависимость поперечной и продольной поляризации $|P_0^\perp|^2, |P_0^\parallel|^2$ от интенсивности внешнего поля

$I = |E_0^\perp|^2, |E_0^\parallel|^2$ для бесконечной цепочки; перпендикулярная поляризация падающей волны ($\theta = 0$) – сплошная кривая, параллельная поляризация ($\theta = \pi/2$) – пунктирная кривая, $\Omega = -0,1$ (а).

Зависимость $|P_0|^2$ от $|E_0|^2$ при $\Omega = -0,2, \theta = 0,2\pi$ для бесконечной цепочки (б). Устойчивость для конечной цепочки проверялась численно. Верхняя ветвь устойчива целиком, нижняя ветвь устойчива при интенсивностях падающей волны от 0 до $\sim 0,0004$, остальные ветви неустойчивы (расчет при $N = 100$)

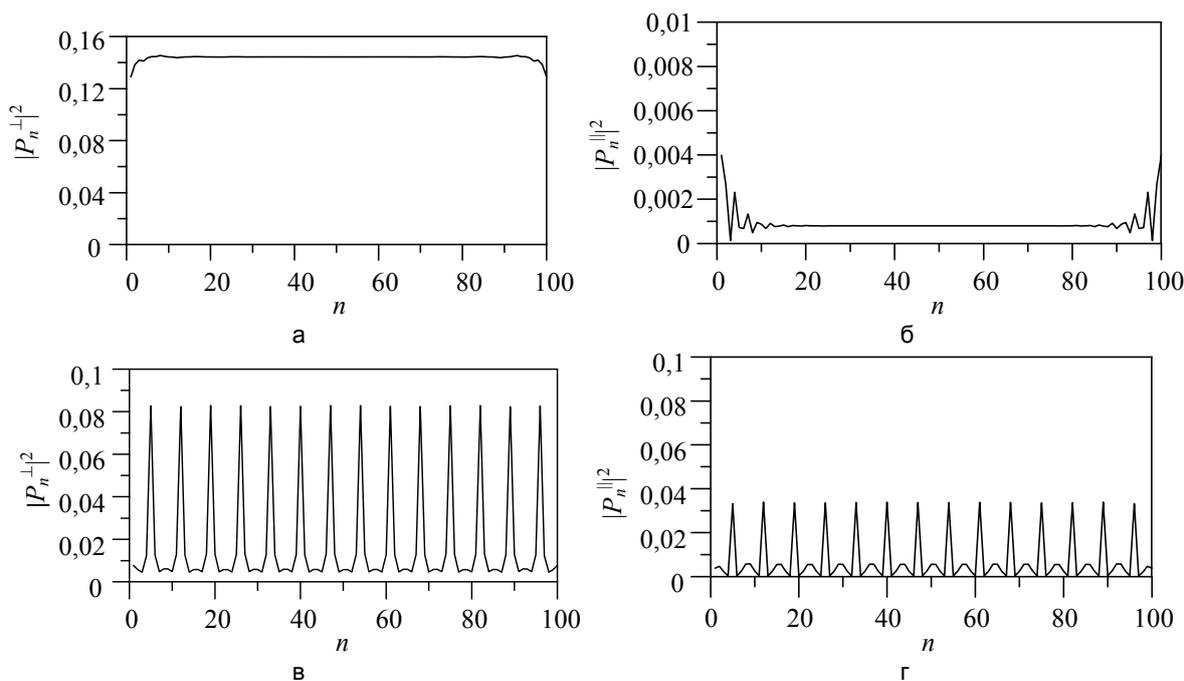


Рис. 4. Интенсивность перпендикулярной (а, в) и параллельной (б, г) составляющих отклика при $|E_0|^2 = 0,000088$ и $\theta = 0,12\pi$. Для (в, г) начальные условия нулевые, для (а, б) ненулевые

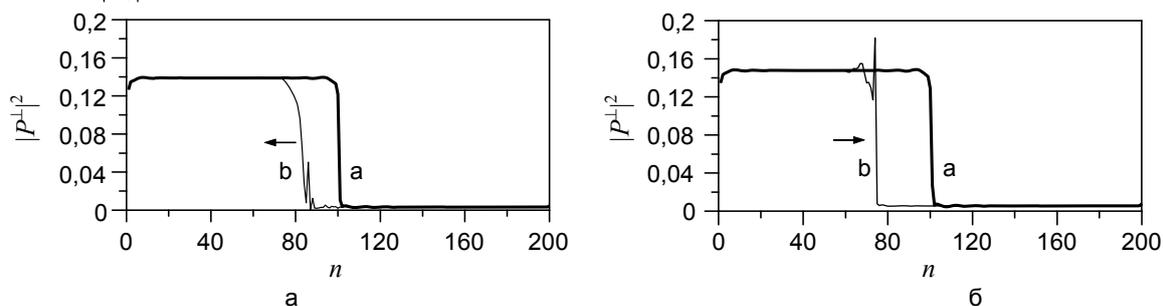


Рис. 5. Профили неподвижной (а) и движущейся (б) волны переключения. $I = 0,55 \times 10^{-4}$, скорость $V < 0$ (область 2 рис. 7) (а); $I = 0,88 \times 10^{-4}, V > 0$ (область 5 рис. 7) (б).

Для цепочки конечной длины вследствие краевых эффектов однородные распределения заменяются на неоднородные. При этом следует говорить уже о пространственной бистабильности (бистабильности пространственных структур, устанавливающихся при различных начальных условиях) [1]. Еще одно важное условие реализации режима состоит в требовании его устойчивости относительно малых возмущений. Для бесконечной цепочки линейный анализ устойчивости стационарных однородных распределений выполняется стандартным образом [6, 7], в других случаях обычно необходимы численные расчеты. В результате развития неустойчивости в цепочке формируются и устанавливаются квазипериодические структуры. Интересной особенностью, известной и для континуальных систем [1], является возможность установления при одних и тех же параметрах системы, но при различных начальных условиях, либо квазиоднородной (рис. 4, а, б), либо квазипериодической (рис. 4, в, г) структуры.

Волны переключения в скалярной системе. Как и в континуальных системах, внутри интервала бистабильности квазиоднородных распределений существуют волны переключения (ВП) (другие названия – доменные стенки и кинки). При удалении от фронта волны переключения в одну или другую сторону распределение асимптотически приближается к одному из возможных квазиоднородных распределений, различающихся по разные стороны от фронта. Фронт волны может быть неподвижным (неподвижная волна переключения, рис. 5, кривая а, или движущимся (движущаяся волна переключения, рис. 5, кривая б). Если для континуальных систем скорость волны переключения обращается в нуль при одном («максвелловском») значении интенсивности поддерживающего излучения [1], то в дискретных системах это происходит на целом интервале интенсивности. Общей особенностью дискретных волн переключения служит то, что форма фронта и скорость движущейся волны меняются со временем квазипериодически (рис. 6). В связи с этим имеет смысл говорить о средней скорости таких волн.

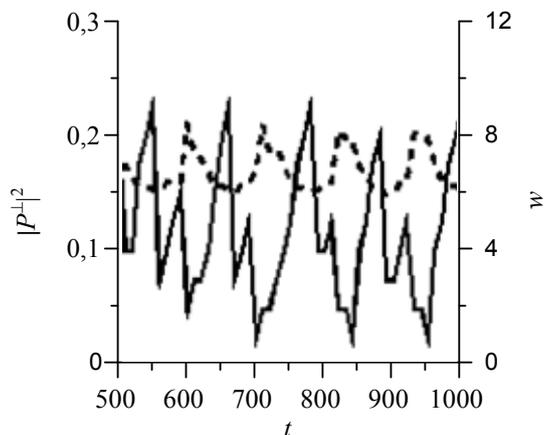


Рис. 6. Временное изменение максимальной интенсивности отклика на фронте (штриховая кривая, левая шкала) и ширины фронта w (сплошная кривая, правая шкала, в единицах расстояния между элементами) движущейся волны переключения в условиях рис. 5, б (кривая б, $I = 0,88 \times 10^{-4}$). Ширина фронта w определялась как длина промежутка, на котором интенсивность волны спадает от максимального значения не менее чем в 100 раз

При изменении интенсивности поддерживающего излучения скорость волны переключения меняется, в том числе по знаку. При этом мы считаем скорость V положительной, если со временем при передвижении фронта увеличивается число элементов с большей амплитудой отклика (рис. 5, б, в отличие от рис. 5, а, где $V < 0$). Зависимость скорости волны переключения V от интенсивности падающего излучения I приведена на рис. 7. Для удобства диапазон изменения I разделен на 6 областей. Хотя в области 1 ($0,0381 \times 10^{-4} < I < 0,46 \times 10^{-4}$) и имеется бистабильность однородных состояний бесконечной цепочки, по видимому, область притяжения верхнего квазиоднородного состояния столь узка, что практически оно неустойчиво (из-за неизбежных в расчете возмущений). При этом исходное ступенчатое распределение быстро сваливается в нижнее квазиоднородное состояние, так что волны переключения отсутствуют. В области 2 ($0,46 \times 10^{-4} < I < 0,56 \times 10^{-4}$) существует как неподвижная, так и отрицательная ($V < 0$) волны переключения (рис. 5, а). В области 3 ($0,56 \times 10^{-4} < I < 0,836 \times 10^{-4}$) существует только неподвижная волна переключения. В области 4 ($0,836 \times 10^{-4} < I < 0,9216 \times 10^{-4}$) существует как неподвижная, так и движущаяся с положительной скоростью ($V > 0$) волна переключения (рис. 5, б). При $I > 0,9216 \times 10^{-4}$ происходит скачкообразный переход из режима с $V = 0$ в режим с $V > 0$. В области 5 ($0,9216 \times 10^{-4} < I < 2,045 \times 10^{-4}$) существуют только волны переключения с положительной скоростью. Заметим, что приблизительно при $I > 1,4 \times 10^{-4}$ уже трудно получить одиночную волну переключения, так как из-за краевых эффектов неизбежно порождается встречная волна.

Все эти области 1–5 находятся внутри области пространственной бистабильности квазиоднородных состояний. Однако и вне этой области, но внутри области бистабильности для бесконечной цепочки, имеются метастабильные волны переключения. Дело в том, что дестабилизирующее действие краевых

эффектов происходит не мгновенно, и если время их развития превышает время распространения фронта по конечной цепочке, то неустойчивость будет существенно подавлена. Поэтому при $2,045 \times 10^{-4} < I < 2,9 \times 10^{-4}$ (область б) имеются метастабильные волны переключения с положительной скоростью. Наконец, при $I > 2,9 \times 10^{-4}$ даже метастабильных (со значительным временем жизни) волн переключения нет, переход на исходной ступеньке из нижнего состояния в верхнее происходит практически сразу, скачком.

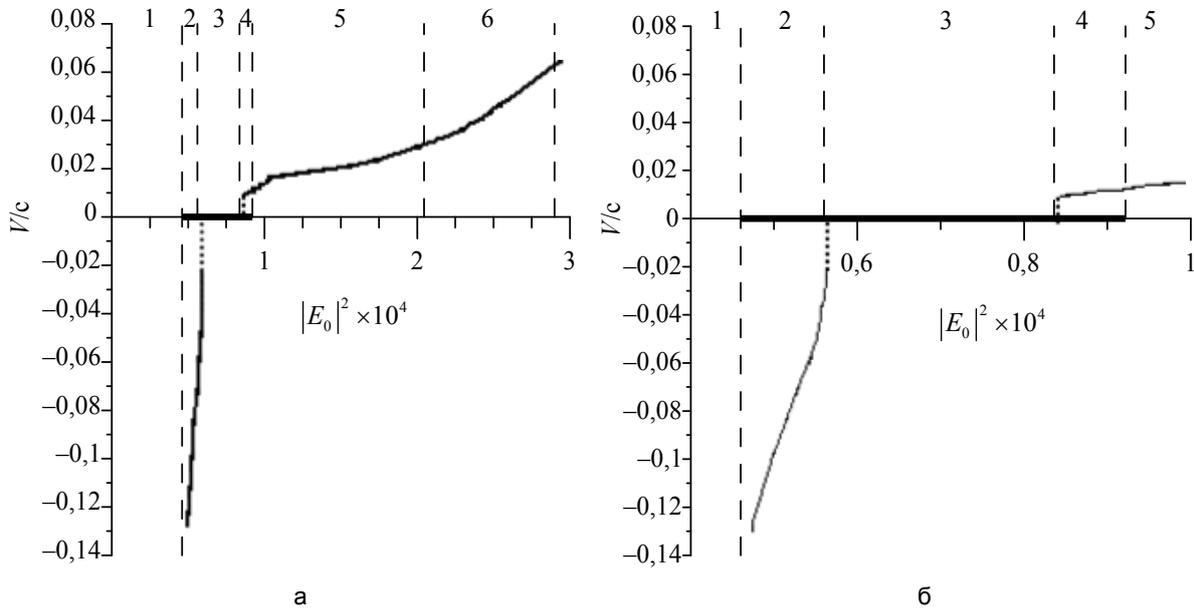


Рис. 7. Зависимость скорости волны переключения V/c от интенсивности поддерживающего излучения $I = |E_0|^2$ (а). То же, укрупненно (б)

Векторные волны переключения ($\theta \neq 0$). Если внешнее излучение содержит обе поляризационные компоненты, то, как указывалось выше, возникают следующие особенности. Во-первых, в соответствии с рис. 3, б, может иметь место мультистабильность (тристабильность) квазиоднородных состояний, из-за чего возможны новые типы волны переключения и, как результат их столкновения, новые типы солитонов. Во-вторых, развитие модуляционной неустойчивости некоторых из квазиоднородных состояний может при нелинейном ограничении приводить к бистабильности между квазиоднородным и пространственно промодулированным состоянием и соответственно к волнам переключения между такими состояниями. В этом разделе мы ограничимся изучением только второй возможности, выбирая параметры так, чтобы они отвечали бистабильности квазиоднородных распределений.

При $\theta = 0,12\pi$ и $|E_0|^2 = 0,0001$ квазиоднородное состояние на верхней ветви устойчиво, а на нижней – модуляционно неустойчиво, со временем оно превращается в стационарное пространственно промодулированное состояние. Как показывает рис. 8, исходное ступенчатое распределение возбуждает волну переключения, фронт которой со временем надвигается на промодулированное состояние. Для цепочки конечной длины фронт останавливается на некотором расстоянии от края цепочки.

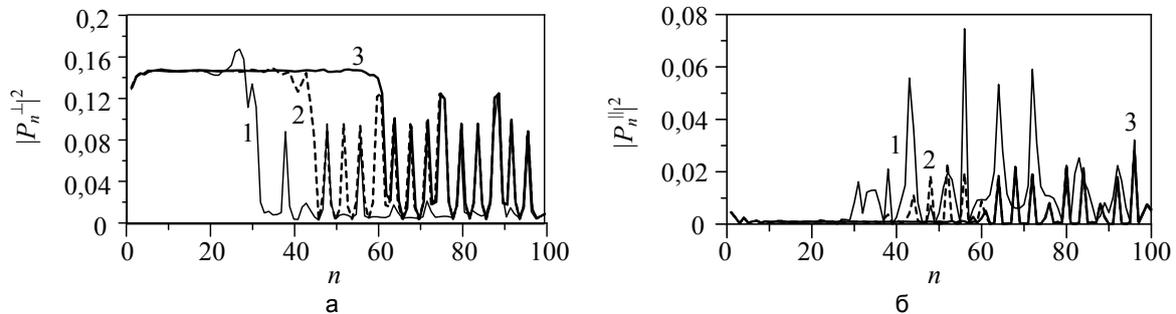


Рис. 8. Интенсивность перпендикулярной (а) и параллельной (б) составляющей поля при $\theta = 0,12\pi$ и $|E_0|^2 = 0,0001$. Исходное распределение – ступенчатое. Кривые 1, 2, 3 – соответственно распределения полей в моменты времени $t = 500, 2000$ и 3500 (установившаяся структура)

При меньшем значении интенсивности $|E_0|^2 = 0,000088$ и $\theta = 0,12\pi$ фронт между квазиоднородным и промодулированным состояниями неподвижен даже вдали от краев цепочки. Устанавливается стационарное распределение (рис. 9), т.е. ступенька практически сразу останавливается.

Наконец, при $|E_0|^2 = 0,0001$ и $\theta = 0,1\pi$ и ниже, и верхнее квазиоднородные состояния устойчивы. В этом случае волны переключения – того же типа, как в скалярном случае ($\theta = 0$). Движение фронта ВП не останавливается краевыми эффектами (рис. 10).

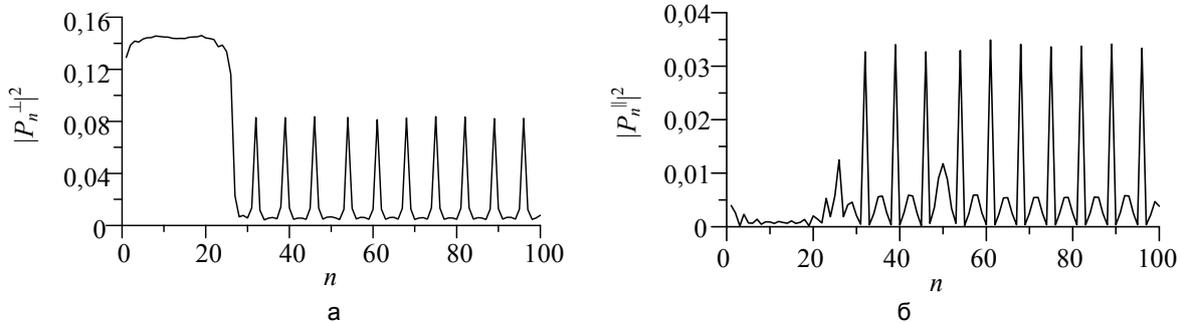


Рис. 9. Интенсивность перпендикулярной (а) и параллельной (б) составляющей отклика при $|E_0|^2 = 0,000088$ и $\theta = 0,12\pi$

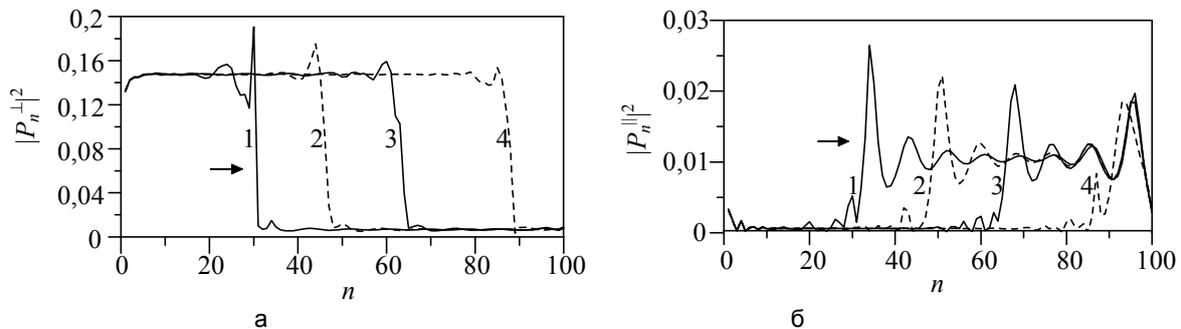


Рис. 10. Движущаяся волна переключения в условиях классической бистабильности для перпендикулярной (а) и параллельной (б) составляющей отклика. Кривые 1, 2, 3, 4 – соответственно распределения полей в моменты времени $t = 500, 2500, 4500, 7000$; $|E_0|^2 = 0,0001$, $\theta = 0,1\pi$

Скалярные дискретные диссипативные солитоны (модель 2, $\theta = 0$)

Важным сценарием формирования диссипативных солитонов служит столкновение волн переключения. Поскольку в рассматриваемой системе возможны такие волны различных типов, то число сценариев увеличивается.

Столкновение волн переключения с нулевой и положительной скоростью ($I = 0,88 \cdot 10^{-4}$, область 4 рис. 7). На рис. 11, а, справа движется волна навстречу неподвижной волне в левой половине цепочки.

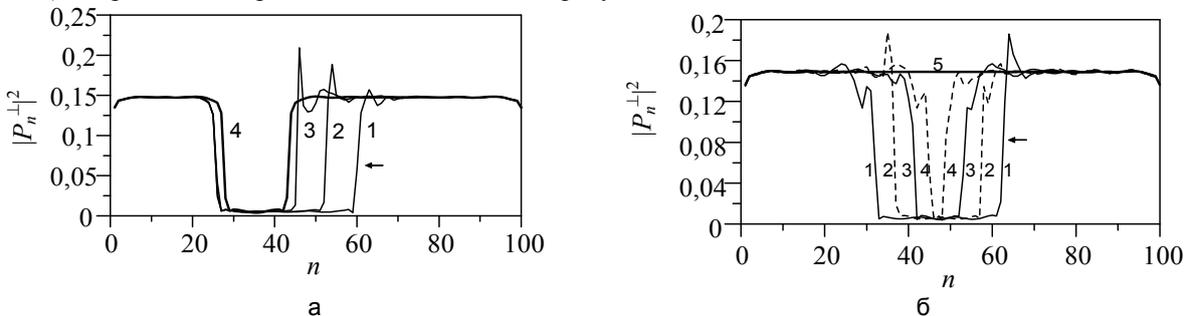


Рис. 11. Динамика столкновения волн переключения. Кривые 1, 2, 3, 4 – соответственно распределения интенсивности отклика в моменты времени $t = 1000, 2000, 3000$ и 4000 , $I = 0,88 \cdot 10^{-4}$ (а), кривые 1, 2, 3, 4, 5 – соответственно распределения интенсивности отклика в моменты времени $t = 1000, 1500, 2000, 2500$ и 5000 , $I = 0,95 \cdot 10^{-4}$ (б)

Движущаяся справа волна останавливается с образованием темного солитона, включающего 15 элементов. Левая «неподвижная» волна в самом конце столкновения сдвигается и останавливается. Ана-

логичные, но более узкие темные солитоны формируются при больших интенсивностях I , вплоть до $I = 0,94 \cdot 10^{-4}$, когда устанавливается солитон с шириной, отвечающей 6 элементам. Но уже при $I = 0,95 \cdot 10^{-4}$ сталкивающиеся волны переключения не останавливаются, а аннигилируют, результирующее поле стационарно и имеет квазиоднородное распределение (кривая 5 на рис. 11, б).

Столкновение волн переключения с нулевой и отрицательной скоростью (область 2 рис. 7). Аналогично предыдущему сценарию, в результате взаимодействия двух волн переключения образуются солитоны, но теперь они светлые. На рис. 12, а, приведены профили результирующих стационарных распределений поля для различных значений интенсивности поддерживающего излучения I . Самый узкий солитон, соответствующий $I = 0,5510 \times 10^{-4}$, имеет ширину 2 элемента. Динамика формирования таких солитонов показана на рис. 11, б. Аннигиляцию волн переключения с нулевой и отрицательной скоростью иллюстрирует рис. 13.

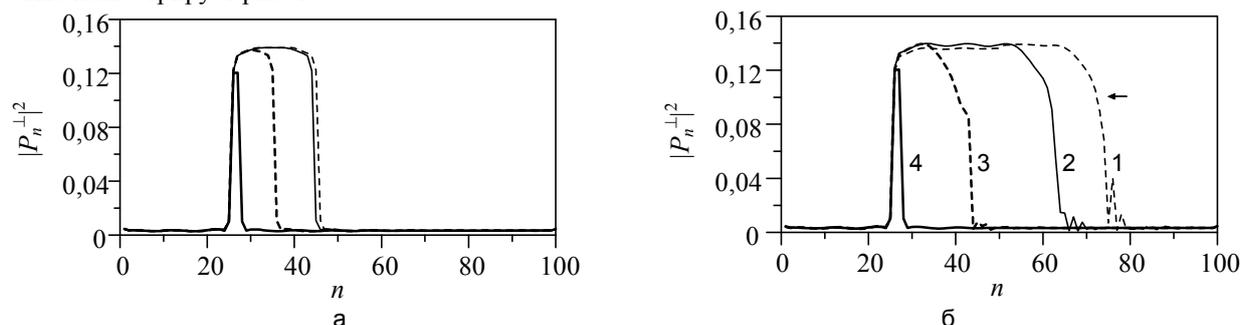


Рис. 12. Установившиеся солитоны при различных значениях интенсивности: пунктирная, сплошная, пунктирная жирная, сплошная жирная кривые соответствуют значениям

$|E_0^\perp|^2 \times 10^4 = 0,555; 0,552; 0,5513; 0,5510$ (а); динамика образования солитона с шириной $w = 2$ при столкновении волны переключения, движущейся налево (кривые 1–4 отвечают моментам времени $t = 0, 500, 1500, 3000$) с неподвижной волной переключения; $I = 0,0000551$ (б).

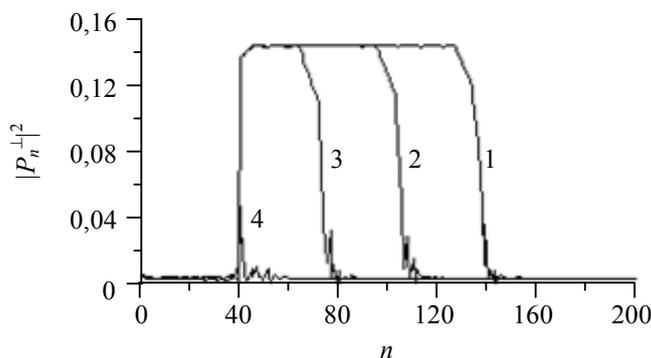


Рис. 13. Левый фронт практически неподвижен, а правый фронт движется налево (кривые 1–4 соответствуют моментам $t = 200, 1600, 2800, 4000$), где сталкивается с неподвижным фронтом, и фронты схлопываются; $I = |E_0^\perp|^2 = 0,5476 \times 10^{-4}$

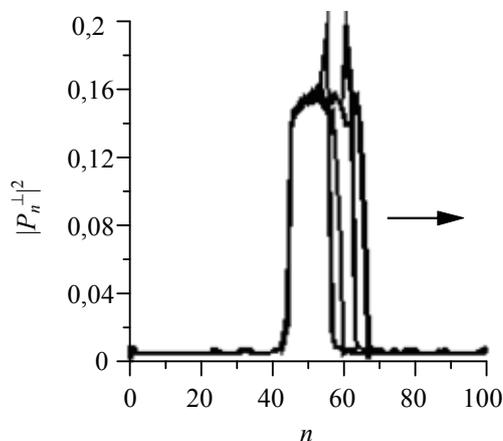


Рис. 14. Одностороннее расширение области возбуждения цепочки между фронтами неподвижной ВП (слева) и ВП, движущейся с положительной скоростью. Моменты (слева направо) $t = 500, 1000, 1500, 2000$; $I = |E_0^\perp|^2 = 0,8491 \times 10^{-4}$ (область 3 рис. 7)

Если фронт движущейся волны переключения не приближается к фронту неподвижной волны, а удаляется от него, и начальное расстояние между фронтами не слишком мало, то возникает расширяющаяся со временем область повышенного возбуждения (рис. 14). При значительном расстоянии между фронтами эти две волны переключения практически не взаимодействуют друг с другом (расширение в одну сторону).

Диссипативные солитоны могут формироваться и по другим сценариям, например, при подаче на цепочку дополнительного «записывающего» узкого пучка-импульса или нескольких пучков-импульсов. Примеры установившихся структур приведены на рис. 15. При выходе за границы области устойчивости, например, для модели 1, характерно появление пульсирующих солитонов. Рис. 16 демонстрирует, также для модели 1, возможность управляемого передвижения устойчивых солитонов по цепочке.

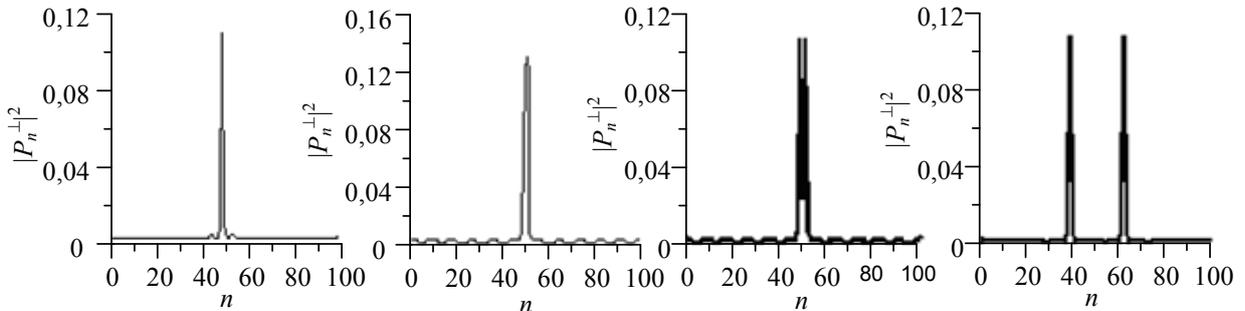


Рис. 15. Примеры узких светлых солитонов; $I = |E_0^\perp|^2 = 0,5329 \times 10^{-4}$ (область 1 рис. 7)

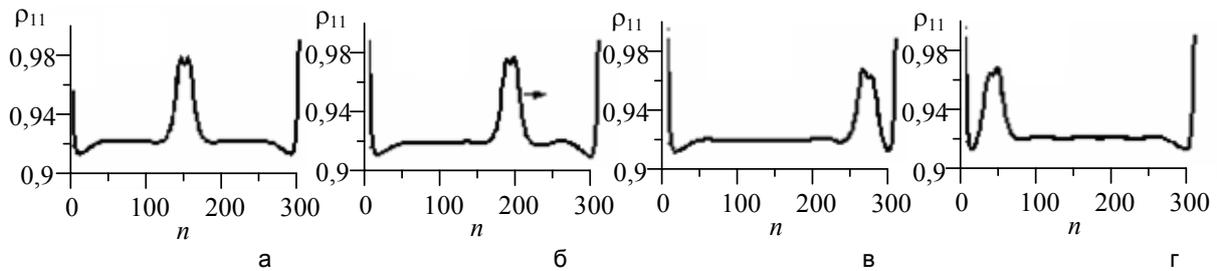


Рис. 16 (модель 1). Управление движением солитона при наклонном падении поддерживающего излучения. Профили населенности основного состояния молекул в цепочке в различные моменты времени t : $t = 0$, угол падения $\theta = 0$, солитон неподвижен (а); $t = 50$, угол падения $\theta = 0,1$, солитон движется направо (б); $t = 300$, угол падения $\theta = 0,1$, солитон останавливается у правого края цепочки (в); $t = 700$, угол падения $\theta = -0,1$, солитон движется налево и останавливается у левого края цепочки (г)

Двумерные локализованные структуры (модель 3)

Более удобна для анализа двумерных решеток схема разомкнутых кольцевых резонаторов (модель 3, рис. 2) В этом случае схема существенно анизотропна, так как взаимодействие резонаторов зависит от их относительной ориентации. При фиксированной ориентации устойчивыми оказываются только сравнительно узкие двумерные солитоны (рис. 17). Широкие же исходные структуры обычно распадаются на набор узких солитонов вследствие модуляционной неустойчивости.

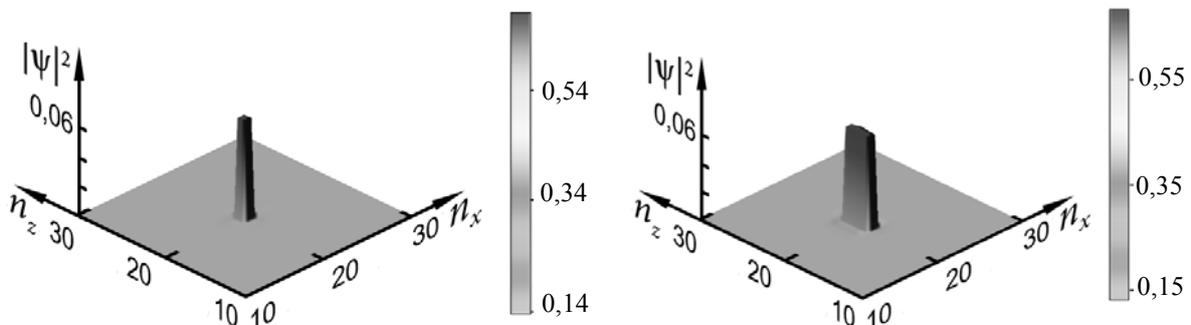


Рис. 17. Два примера двумерных солитонов в модели 3; шкала для намагниченности $|\psi|^2$ указана справа от рисунков, положение резонаторов задается целыми индексами n_x и n_z

Трехмерные локализованные структуры (модель 3)

Трехмерные структуры также проще анализировать в решетке разомкнутых кольцевых резонаторов (модель 3). Ограничимся здесь демонстрацией, по-видимому, наиболее яркого примера топологических – узловых – дискретных диссипативных солитонов (рис. 18). Условия отвечают бистабильности, когда каждый из слабо взаимодействующих элементов может находиться в основном или возбужденном состоянии. Темными шариками обозначены резонаторы в возбужденном состоянии. Такие шарики соединяются линией, если расстояние между ними не превышает шага решетки. Линия будет узловой, если она замкнута, не содержит самопересечений и не превращается в окружность при плавных деформациях. Представленные на рис. 18 примеры свидетельствуют о чрезвычайном разнообразии дискретных диссипативных солитонов, которое можно наблюдать в нелинейных магнитных метаматериалах.

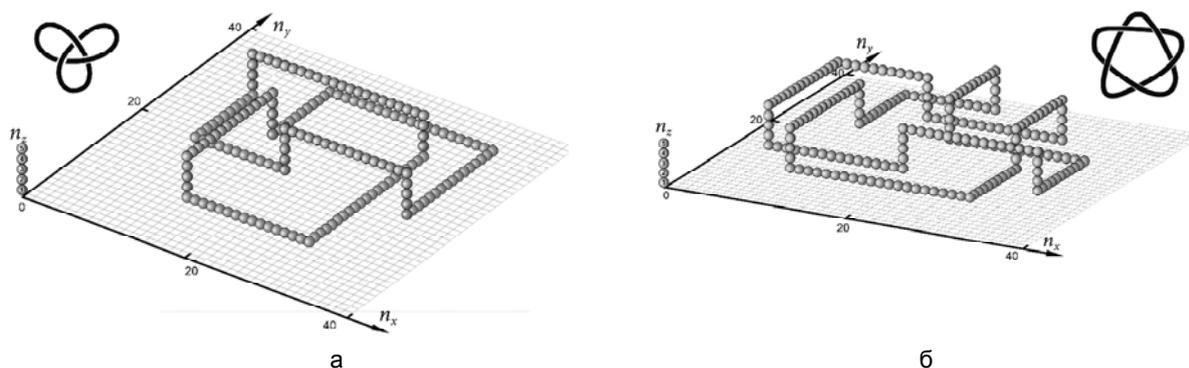


Рис. 18. Устойчивые узловые солитоны в модели 3: «трилистник» (а) и «звезда» (б). На врезках показаны проекции узловой линии на плоскость

Заключение

Три рассмотренных модели дискретных нелинейных диссипативных систем, резонансно раскачиваемых когерентным поддерживающим излучением, обладают качественно аналогичными свойствами, хотя и при резко различающихся масштабах (единицы нанометров для модели 1 и доли миллиметра для модели 3). Совместное рассмотрение этих моделей позволяет получить более полную картину формирования разнообразных структур. Если в модели 1 уже продемонстрирована возможность управления положением солитонов с помощью наклонного падения поддерживающего излучения, то в модели 2 привлекает появление дополнительной – поляризационной – степени свободы, а в модели 3 – сравнительная легкость формирования топологических трехмерных солитонов. Представляется, что экспериментально более просто реализовать формирование солитонов в модели 3, что послужит проверкой правильности общей картины и будет способствовать разработке новых подходов к обработке информации.

Работа поддержана грантами Министерства образования и науки Российской Федерации и НИУ ИТМО №411402.

Литература

1. Розанов Н.Н. Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто-. – М.: Наука, 2011. – 536 с.
2. Denz C., Flach S., Kivshar Yu.S., eds. Nonlinearities in Periodic Structures and Metamaterials. – Berlin: Springer-Verlag, 2010. – 202 p.
3. Носков Р.Е. Метаматериалы. От левосторонних сред к нелинейной плазмонике. – Lambert Academic Publishing, 2011. – 116 с.
4. Litchinitser N.M., Gabitov I.R., Maimistov A.I., Shalaev V.M. Linear and Nonlinear Metamaterials and Transformation Optics, in book «Tutorials in Metamaterials», Eds. M.A. Noginov and V.A. Podolskiy; series in Nano-Optics and Nanophotonics, Series Eds. S. Kawata and V.M. Shalaev. – CRC Press, Taylor & Francis Group, New York, NY, 2012. – P. 1–27.
5. Rosanov N.N., Fedorov S.V., Shatsev A.N., Vyssotina N.V. Dissipative molecular solitons // Eur. Phys. J. D. – 2010. – V. 59. – P. 3–12.
6. Noskov R.E., Belov P.A., and Kivshar Yu. S. Subwavelength modulational instability and plasmon oscillons in nanoparticle arrays // Phys. Rev. Lett. – 2012. – V. 108. – P. 093901.
7. Noskov R.E., Belov P.A., and Kivshar Yu.S. Subwavelength plasmonic kinks in arrays of metallic nanoparticles // Optics Express. – 2011. – V. 20. – P. 2733–2739.
8. Shadrivov I.V., Zharov A.A., Zharova N.A., Kivshar Yu.S. Nonlinear magnetoinductive waves and domain walls in composite metamaterials // Photonics and nanostructures – Fundamentals and Applications. – 2006. – V. 4. – P. 69–74.

9. Lazarides N., Eleftheriou M., Tsironis G.P. Discrete breathers in nonlinear magnetic metamaterials // Phys. Rev. Lett. – 2006. – V. 97. – P. 157406.
10. Eleftheriou M., Lazarides N., Tsironis G.P. Magnetoinductive breathers in metamaterials // Phys. Rev. E. – 2008. – V. 77. – P. 036608.
11. Lazarides N., Tsironis G.P., Kivshar Yu.S. Surface breathers in discrete magnetic metamaterials // Phys. Rev. E. – 2008. – V. 77. – P. 065601.
12. Molina M., Lazarides N., Tsironis G.P. Bulk and surface magnetoinductive breathers in binary metamaterials // Phys. Rev. E. – 2009. – V. 80. – P. 046605.
13. Cui W., Zhu Y., Li H., Liu S. Soliton excitation in a one-dimensional nonlinear diatomic chain of split-ring resonators // Phys. Rev. E. – 2010. – V. 81. – P. 016604.
14. Розанов Н.Н., Высотина Н. В., Шацев А.Н., Шадривов И.В., Кившарь Ю.С. Гистерезис волн переключения и диссипативные солитоны в нелинейных магнитных метаматериалах // Письма в ЖЭТФ. – 2011. – Т. 93. – С. 838–841.
15. Rosanov N.N., Vysotina N.V., Shatsev A.N., Shadrivov I.V., Powell D.A., Kivshar Yu.S. Discrete dissipative localized modes in nonlinear magnetic metamaterials // Optics Express. – 2011. – V. 19. – P. 26500–26505.
16. Rosanov N.N., Vysotina N.V., Shatsev A.N., Desyatnikov A.S., Kivshar Yu.S. Knotted solitons in nonlinear magnetic metamaterials // Phys. Rev. Lett. – 2012. – V. 108. – P. 133902.

<i>Розанов Николай Николаевич</i>	– НПК «ГОИ им. С.И. Вавилова», член-корр. РАН, доктор физ.-мат. наук, начальник отдела; НИУ ИТМО, зав. кафедрой, prosanov@yahoo.com
<i>Высотина Нина Вениаминовна</i>	– НПК «ГОИ им. С.И. Вавилова», научный сотрудник, nvyvys@yahoo.com
<i>Шацев Анатолий Натанович</i>	– НПК «ГОИ им. С.И. Вавилова», кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, anshat@yahoo.com
<i>Десятников Антон Сергеевич</i>	– Австралийский национальный университет, кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, asd124@physics.anu.edu.au
<i>Шадривов Илья Владимирович</i>	– Австралийский национальный университет, кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, ivs124@physics.anu.edu.au
<i>Носков Роман Евгеньевич</i>	– Санкт-Петербургский Национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, nanometa@gmail.com
<i>Кившарь Юрий Семенович</i>	– Австралийский национальный университет, академик Австралийской академии наук, профессор, yks@physics.anu.edu.au