

doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-208-213

УДК 681.51.015

Управление по выходу для класса нелинейных систем на основе динамической линеаризации

Антон Александрович Пыркин¹✉, Минь Шон Та², Куанг Кыонг Нгуен³,
Антон Кириллович Голубев⁴

^{1,2,3,4} Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация

¹ pyrkin@itmo.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>

² sonta1805@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0000-9204-696X>

³ quanguonghvhq.cd@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0002-2773-3813>

⁴ akgolubev@itmo.ru, <https://orcid.org/0009-0008-6951-2799>

Аннотация

Введение. Рассмотрена динамическая система, где фактическое воздействие представляет собой произведение прикладываемого управления на выходную переменную линейной динамической системы, движимой тем же прикладываемым управлением. **Метод.** Сущность предлагаемого метода состоит в динамической линеаризации нелинейного оператора по управлению, позволяющая сформировать управляющее воздействие так, чтобы фактическое воздействие на систему соответствовало желаемому. В частном случае этот подход соответствует векторному (поле-ориентированному) управлению. **Основные результаты.** Показано, что динамическая линеаризация на основе метода внутренней модели позволяет декомпозировать нелинейную систему на каскад двух подсистем. Предложенный регулятор состоит из двух последовательно соединенных блоков, где первый блок решает задачу регулирования с помощью наблюдателя Люенбергера, а второй блок компенсирует нелинейный динамический оператор. Для демонстрации эффективности предложенного подхода приведен пример численного моделирования нейтрально устойчивого объекта и адаптивного закона управления по выходу. **Обсуждение.** На практике этот метод может быть востребован в задачах управления двигателями переменного тока и многосвязными роботами-манипуляторами.

Ключевые слова

управление по выходу, нелинейные системы, динамическая линеаризация, оценивание параметров.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № 075-11-2023-015 от 10.02.2023, «Создание высокотехнологичного серийного производства энергоэффективных синхронных электродвигателей со встроенным интеллектуальным датчиком положения и функциями самодиагностики для робототехники и цифровых систем автоматизации».

Ссылка для цитирования: Пыркин А.А., Та М.Ш., Нгуен К.К., Голубев А.К. Управление по выходу для класса нелинейных систем на основе динамической линеаризации // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24, № 2. С. 208–213. doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-208-213

Output control for a class of nonlinear systems based on dynamic linearization

Anton A. Pyrkin¹✉, Minh Son Ta², Quang Cuong Nguyen³, Anton K. Golubev⁴

^{1,2,3,4} ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation

¹ pyrkin@itmo.ru✉, <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>

² sonta1805@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0000-9204-696X>

³ quanguonghvhq.cd@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0002-2773-3813>

⁴ akgolubev@itmo.ru, <https://orcid.org/0009-0008-6951-2799>

© Пыркин А.А., Та М.Ш., Нгуен К.К., Голубев А.К., 2024

Abstract

A dynamic system is considered where the regulating impact is the product of the control signal on the output variable of a linear dynamic system driven by the same applied control. The essence of the proposed method consists in the dynamic linearization of a nonlinear control operator, which makes it possible to guarantee a desired regulating impact. In a particular case, this approach corresponds to vector (field-oriented) control. It is shown that dynamic linearization based on the internal model method makes it possible to decompose a nonlinear system into a cascade of two subsystems. The proposed regulator consists of two blocks connected in series where the first block solves the problem of regulation with the Luenberger observer, and the second block compensates for a nonlinear dynamic operator. To demonstrate the effectiveness of the proposed approach, an example of numerical modeling of a neutrally stable plant with an output adaptive control is given. In practice, this method may be in demand in the tasks of controlling induction and synchronous motors and multi-link robotic manipulators.

Keywords

output control, nonlinear systems, dynamic linearization, parameter estimation

Acknowledgements

The work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, Agreement No. 075-11-2023-015, 10.02.2023, “Creation of high-tech serial production of energy-efficient synchronous electric motors with integrated intelligent position sensor and self-diagnosis functions for robotics and digital automation systems”.

For citation: Pyrkin A.A., Ta M.S., Nguyen Q.C., Golubev A.K. Output control for a class of nonlinear systems based on dynamic linearization. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2024, vol. 24, no. 2, pp. 208–213 (in Russian). doi: 10.17586/2226-1494-2024-24-2-208-213

Введение

В современной теории управления давно стало правилом формулировать задачи управления «по выходу», что означает наличие информации только о регулируемой переменной. Динамическая модель, связывающая входное воздействие и выходную переменную, может иметь достаточно сложный вид. С развитием теоретических методов такие модели все время уточняются, описывая наблюдаемые эффекты в практических приложениях. На сегодняшний день известны решения весьма сложных задач, где предполагается параметрическая неопределенность модели [1–3], нестационарный характер параметров [4–6], наличие нелинейных операторов, возмущения и запаздывание [7–10].

В настоящей работе рассматривается класс систем, где управление воздействует на объект через нелинейный динамический оператор. На практике такие задачи встречаются в электроприводе, робототехнике, гидродинамике, аэродинамике, и в каждом отдельном приложении известны некоторые частные подходы [11]. Синтез регулятора в общем виде является нетривиальной задачей, особенно в классе регуляторов по выходу.

Рассматривается динамическая система, где фактическое воздействие представляет собой произведение прикладываемого на выходную переменную линейной динамической системы, движимой тем же прикладываемым управлением. В частном случае так выглядит электромагнитный момент в двигателях переменного тока [12]. Например, данный подход соответствует векторному (поле-ориентированному) управлению [13]. В настоящей работе предпринята попытка обобщения известных результатов на более общую постановку задачи. Размерность и относительная степень динамического оператора могут быть произвольными, начальные условия оператора не известны, измеряется только выходная регулируемая переменная.

Постановка задачи

Рассмотрим объект управления с одним управляющим входом u и одним регулируемым выходом y

$$y^{(k)}(t) = \theta(t, u)u(t). \tag{1}$$

Переменная $\theta(t, u) = \theta(t)$, которая может интерпретироваться как переменный параметр, является выходом динамической системы

$$\dot{\theta}(t) = \mathbf{h}^T \xi(t), \quad \dot{\xi}(t) = \mathbf{\Gamma} \xi(t) + \mathbf{G}u(t), \tag{2}$$

с тем же управляющим входом u , вектором переменных состояния $\xi \in \mathbf{R}^n$, известными матрицами \mathbf{h} , $\mathbf{\Gamma}$, \mathbf{G} соответствующих размерностей и неизвестными начальными условиями $\xi(0)$.

По измерениям выходной переменной $y(t)$ требуется синтезировать закон управления $u(t)$, обеспечивающий выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - y^*(t)) = 0, \tag{3}$$

для некоторого задающего воздействия $y^*(t)$, описываемого генератором

$$\dot{y}^*(t) = \mathbf{h}^* \xi^*(t), \quad \dot{\xi}^*(t) = \mathbf{\Gamma}^* \xi^*(t),$$

с известными параметрами и начальными условиями $\xi^*(0) \in \mathbf{R}^m$.

Допущение 1. Тройка матриц $(\mathbf{h}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{G})$ является полностью управляемой и наблюдаемой.

Допущение 2. Матрица $\mathbf{\Gamma}$ не имеет собственных чисел с положительной вещественной частью и собственных чисел на мнимой оси кратности больше единицы.

Допущение 3. Матрицы $\mathbf{\Gamma}$ и $\mathbf{\Gamma}^*$ не имеют общих собственных чисел на мнимой оси комплексной плоскости.

Синтез линеаризующего закона управления

На первом шаге допустим, что измерению доступны переменные состояния $\xi(t)$. Далее представим базовый закон управления, обеспечивающий точную линеаризацию модели (1).

Лемма. Закон управления вида

$$u(t) = \mathbf{h}^T \xi_d v(t) + \mathbf{K}_1^T \xi, \quad (4)$$

$$\dot{\xi}_d(t) = [(\mathbf{\Gamma} + \mathbf{GK}_1^T) + \mathbf{Gh}^T v(t)] \xi_d(t), \quad (5)$$

$$v(t) = (\mathbf{h}^T \xi_d)^{-2} (\tau(t) - (\mathbf{h}^T \xi_d)(\mathbf{K}_1^T \xi_d)), \quad (6)$$

где вектор \mathbf{K}_1 выбирается из условия гурвицевости матрицы $\mathbf{\Gamma} + \mathbf{GK}_1^T$; начальные условия $\xi_d(0) \in \mathbf{R}^n$ генератора (5) выбираются из условия $\mathbf{h}^T \xi_d(t) \neq 0$; $v(t)$ — линеаризующее воздействие, приводит систему (1) к виду

$$y^{(k)}(t) = \tau(t) + \varepsilon(t), \quad (7)$$

с новым управляющим воздействием $\tau(t)$ и экспоненциально затухающим членом $\varepsilon(t)$.

Доказательство леммы. Рассмотрим вектор невязки $\xi = \xi - \xi_d$, для производной которого получим

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= \dot{\xi}(t) - \dot{\xi}_d(t) = \mathbf{\Gamma} \xi(t) + \mathbf{G}[\mathbf{h}^T \xi_d v(t) + \mathbf{K}_1^T \xi] - \\ &- [\mathbf{Gh}^T v(t) + (\mathbf{\Gamma} + \mathbf{GK}_1^T)] \xi_d(t) = (\mathbf{\Gamma} + \mathbf{GK}_1^T) \xi(t). \end{aligned}$$

Выбор вектора \mathbf{K}_1 из условия гурвицевости матрицы $\mathbf{\Gamma} + \mathbf{GK}_1^T$ гарантирует экспоненциальную сходимость к нулю всех элементов вектора ξ .

Подставляя (4) и (6) в правую часть (1), получим

$$\begin{aligned} \theta(t)u(t) &= (\mathbf{h}^T \xi(t))(\mathbf{h}^T \xi_d v(t) + \mathbf{K}_1^T \xi) = \\ &= (\mathbf{h}^T \xi_d(t) + \mathbf{h}^T \xi(t))(\mathbf{h} v(t) + \mathbf{K}_1^T \xi_d(t) + \mathbf{K}_1^T \xi(t)) = \\ &= (\mathbf{h}^T \xi_d(t))^2 v(t) + (\mathbf{h}^T \xi_d(t))(\mathbf{K}_1^T \xi_d(t)) + \varepsilon(t) = \tau(t) + \varepsilon(t), \end{aligned}$$

с экспоненциально затухающей функцией времени $\varepsilon(t)$:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= (\mathbf{h}^T \xi_d(t))(\mathbf{K}_1^T \xi(t)) + (\mathbf{h}^T \xi(t))(\mathbf{h} v(t) + \mathbf{K}_1^T \xi_d(t) + \\ &+ \mathbf{K}_1^T \xi(t)) = \Delta(t)(\mathbf{K}_1^T \xi(t)) + (\mathbf{h}^T \xi(t))(\Delta(t)v(t) + \mathbf{K}_1^T \xi_d(t) + \\ &+ \mathbf{K}_1^T \xi(t)) = \xi^T(t) \mathbf{h}(\Delta(t)v(t) + \mathbf{K}_1^T \xi_d(t)) + f(\xi(t)), \end{aligned}$$

где $\Delta(t) = \mathbf{h}^T \xi_d(t)$; $f(\xi(t)) = \Delta(t) \mathbf{K}_1^T \xi(t) + (\mathbf{h}^T \xi(t))(\mathbf{K}_1^T \xi(t))$ — экспоненциально затухающий член. ■

Закон управления $\tau(t)$ может быть синтезирован на основе модели (7), который рассмотрен в следующем разделе.

Синтез стабилизирующего управления

Модель объекта управления (1) с законом управления (4)–(6) соответствует выражению (7) и может быть представлена в виде

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\tau(t) + \mathbf{B}\varepsilon(t), \quad y(t) = \mathbf{C}^T \mathbf{x}(t), \quad (8)$$

где вектор переменных состояния соответствует производным выходной переменной $\mathbf{x}(t) = \text{col}(y(t), \dot{y}(t),$

$$\dots, y^{(k-1)}(t)) \in \mathbf{R}^k, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{k-1} \\ 0 & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Нетрудно убедиться, что тройка матриц $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ является полностью управляемой и наблюдаемой, следовательно, существуют вектора \mathbf{K}_2 и \mathbf{L} такие, что матрицы $(\mathbf{A} + \mathbf{BK}_2^T)$ и $(\mathbf{A} + \mathbf{LC}^T)$ гурвицевы, причем с любым заданным ансамблем собственных чисел.

Утверждение. Закон управления вида

$$\tau(t) = \mathbf{K}_2^T (\hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}^*(t)) + \mathbf{h}^{*T} (\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t), \quad (9)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\tau(t) + \mathbf{L}(\mathbf{C}^T \hat{\mathbf{x}}(t) - y(t)), \quad (10)$$

где $\mathbf{x}^*(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^{*T} \\ \vdots \\ \mathbf{h}^{*T} (\mathbf{\Gamma}^*)^{k-1} \end{bmatrix} \xi^*(t)$, обеспечивает выполнение целевого условия (3).

Доказательство утверждения. Рассмотрим векторы невязки $\mathbf{e}_1(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$, $\mathbf{e}_2(t) = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^*(t)$ и их производные

$$\dot{\mathbf{e}}_1 = (\mathbf{A} + \mathbf{LC}^T)\mathbf{e}_1 + \mathbf{B}\varepsilon(t),$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_2 &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{BK}_2^T (\mathbf{x}(t) - \mathbf{e}_1(t) - \mathbf{x}^*(t)) + \mathbf{B}\varepsilon(t) + \\ &+ \mathbf{Bh}^{*T} (\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t) - \dot{\mathbf{x}}^*(t) = \\ &= \mathbf{A}(\mathbf{e}_2(t) + \mathbf{x}^*(t)) + \mathbf{BK}_2^T \mathbf{e}_2(t) - \mathbf{BK}_2^T \mathbf{e}_1(t) + \mathbf{B}\varepsilon(t) + \\ &+ \mathbf{Bh}^{*T} (\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t) - \dot{\mathbf{x}}^*(t) = \\ &= (\mathbf{A} + \mathbf{BK}_2^T)\mathbf{e}_2 - \mathbf{BK}_2^T \mathbf{e}_1(t) + \mathbf{B}\varepsilon(t), \end{aligned}$$

где учтено соотношение

$$\dot{\mathbf{x}}^*(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{Bh}^{*T} (\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t),$$

которое легко можно проверить дифференцированием вектора $\mathbf{x}^*(t)$.

Модель замкнутой системы (8) с регулятором (9), (10) имеет вид

$$\dot{\xi}(t) = (\mathbf{\Gamma} + \mathbf{GK}_1^T) \xi(t),$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{e}}_1 \\ \dot{\mathbf{e}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{LC}^T & \mathbf{0} \\ -\mathbf{BK}_2^T & \mathbf{A} + \mathbf{BK}_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} \varepsilon(t), \quad (11)$$

$$\varepsilon(t) = \xi^T(t) \mathbf{h}(\Delta v(t) + \mathbf{K}_1^T \xi_d(t)) + f(\xi(t)), \quad (12)$$

$$\dot{\xi}_d(t) = [(\mathbf{\Gamma} + \mathbf{GK}_1^T) + \mathbf{Gh}^T v(t)] \xi_d(t), \quad (13)$$

$$v(t) = \Delta^{-2} (\mathbf{K}_2^T (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1) + \mathbf{h}^{*T} (\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t) - \Delta \mathbf{K}_1^T \xi_d).$$

Из последнего выражения запишем соотношение

$$\Delta v(t) + \mathbf{K}_1^T \xi_d = \Delta^{-1} (\mathbf{K}_2^T (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1) + \mathbf{h}^{*T} (\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t))$$

и подставим его в (12) и (13):

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \xi^T(t) \Delta^{-1} (\mathbf{h} \mathbf{K}_2^T (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1) + \\ &+ \mathbf{h} \mathbf{h}^{*T} (\mathbf{\Gamma}^*)^k \xi^*(t)) + f(\xi(t)), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\dot{\xi}_d(t) = \Gamma \xi_d(t) + \mathbf{G} \Delta^{-1} (\mathbf{K}_2^\top (\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1) + \mathbf{h}^* \Gamma^* \xi^*(t)). \quad (15)$$

Для доказательства сходимости к нулю векторов \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 воспользуемся аргументами теоремы о малом коэффициенте (small gain theorem [1]), сопоставляя (11) и (14). Переменная $\xi(t)$ затухает к нулю экспоненциально, в то время как функция $\Delta^{-1} \mathbf{h} \mathbf{K}_2^\top$ ограничена. Следовательно, в силу треугольной структуры блочной матрицы состояния модели (11) и гурвицевости ее диагональных блочных элементов следует сходимость к нулю векторов \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 , ограниченность переменной $v(t)$, а также выполнение целевого условия (3). Из (15) можно показать ограниченность переменной $\xi_d(t)$ в силу принятых допущений о свойствах матриц Γ и Γ^* . Однако остается необходимость контролировать выполнение условия $\Delta(t) \neq 0$ соответствующим выбором $\xi_d(0)$. ■

Синтез закона управления по выходу

Заметим, что если матрица Γ гурвицева, то, приняв $\mathbf{K}_1 = 0$, регулятор (4)–(6), (9), (10) решает поставленную задачу без использования вектора $\xi(t)$, т. е. по выходу. Если матрица Γ содержит корни на мнимой оси, то необходимо дополнительно синтезировать наблюдатель переменных $\xi(t)$. Для этого воспользуемся методом ГРЕВО [5] для параметризации модели объекта.

Рассмотрим фильтры вида

$$\dot{\sigma}_1(t) = \Gamma \sigma_1(t) + \mathbf{G} u(t), \quad \dot{\sigma}_2(t) = \Gamma \sigma_2(t), \quad \sigma_2(0) = \mathbf{I}_k.$$

Для невязки $\tilde{\xi}(t) = \xi(t) - \sigma_1(t)$ имеем соотношения $\dot{\tilde{\xi}} = \Gamma \tilde{\xi}(t)$ и $\tilde{\xi}(t) = \sigma_2(t) \tilde{\xi}(0)$. Тогда подставляя выражение $\xi(t) = \sigma_1(t) + \sigma_2(t) \tilde{\xi}(0)$ в (1), получим

$$y^{(k)}(t) = u(t) \mathbf{h}^\top (\sigma_1(t) + \sigma_2(t) \tilde{\xi}(0)). \quad (16)$$

Используя линейный стационарный фильтр вида $\frac{1}{(p + \alpha)^k}$, где $p = \frac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования, $\alpha > 0$ — настроечный параметр, и масштабирующий коэффициент μ , получим на основе (16) линейное регрессионное соотношение

$$z(t, \alpha) = \Phi^\top(t, \alpha) \boldsymbol{\eta}, \quad (17)$$

где вектор неизвестных параметров $\boldsymbol{\eta} = \tilde{\xi}(0)$, и вычисляемые функции

$$z(t, \alpha) = \mu \left(\frac{p^k}{(p + \alpha)^k} [y(t)] - \frac{1}{(p + \alpha)^k} [u(t) \mathbf{h}^\top \sigma_1(t)] \right),$$

$$\Phi(t, \alpha) = \mu \frac{1}{(p + \alpha)^k} [u(t) \mathbf{h}^\top \sigma_2(t)].$$

На основе (17) может быть сформирован вектор оценок $\hat{\boldsymbol{\eta}}(t)$, стремящийся асимптотически к нулю. Для этого воспользуемся методом динамического расширения и смешивания регрессора (Dynamic Regressor Extension and Mixing, DREM) [14, 15]. Выбрав n различных параметров α , сформируем матричное регрессионное соотношение вида

$$\mathbf{Z}(t) = \begin{bmatrix} z_1(t, \alpha_1) \\ \vdots \\ z_3(t, \alpha_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1(t, \alpha_1) \\ \vdots \\ \Phi_3(t, \alpha_n) \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta} = \mathbf{\Phi}(t) \boldsymbol{\eta}$$

и запишем алгоритм оценивания параметров $\boldsymbol{\eta}$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}}_i = \gamma \delta(t) (\zeta_i - \delta(t) \hat{\boldsymbol{\eta}}_i(t)) \quad i = \overline{1, n}, \quad (18)$$

где $\gamma > 0$, $\delta(t) = \det \mathbf{\Phi}(t)$, $\text{col}(\zeta_1, \dots, \zeta_n) = (\text{adj} \mathbf{\Phi}(t)) \mathbf{Z}(t)$.

Закон управления по выходу примет вид:

$$u(t) = \mathbf{h}^\top \xi_d v(t) + \mathbf{K}_1^\top (\sigma_1(t) + \sigma_2(t) \hat{\boldsymbol{\eta}}). \quad (19)$$

Числовой пример

Рассмотрим объект (1), (2) с параметрами $k = 2$,

$$n = m = 3, \quad y(0) = \dot{y}(0) = 0, \quad \mathbf{h} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \xi(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \text{и задающим воздействием } \mathbf{h}^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 0 \end{bmatrix}, \quad \xi^*(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

На рисунке представлены результаты моделирования замкнутой системы с регулятором по выходу

$$(5), (6), (9), (10), (17)–(19) \text{ и параметрами } \xi_d(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = 2, \quad \alpha_3 = 3, \\ \mu = 20, \quad \gamma = 100.$$

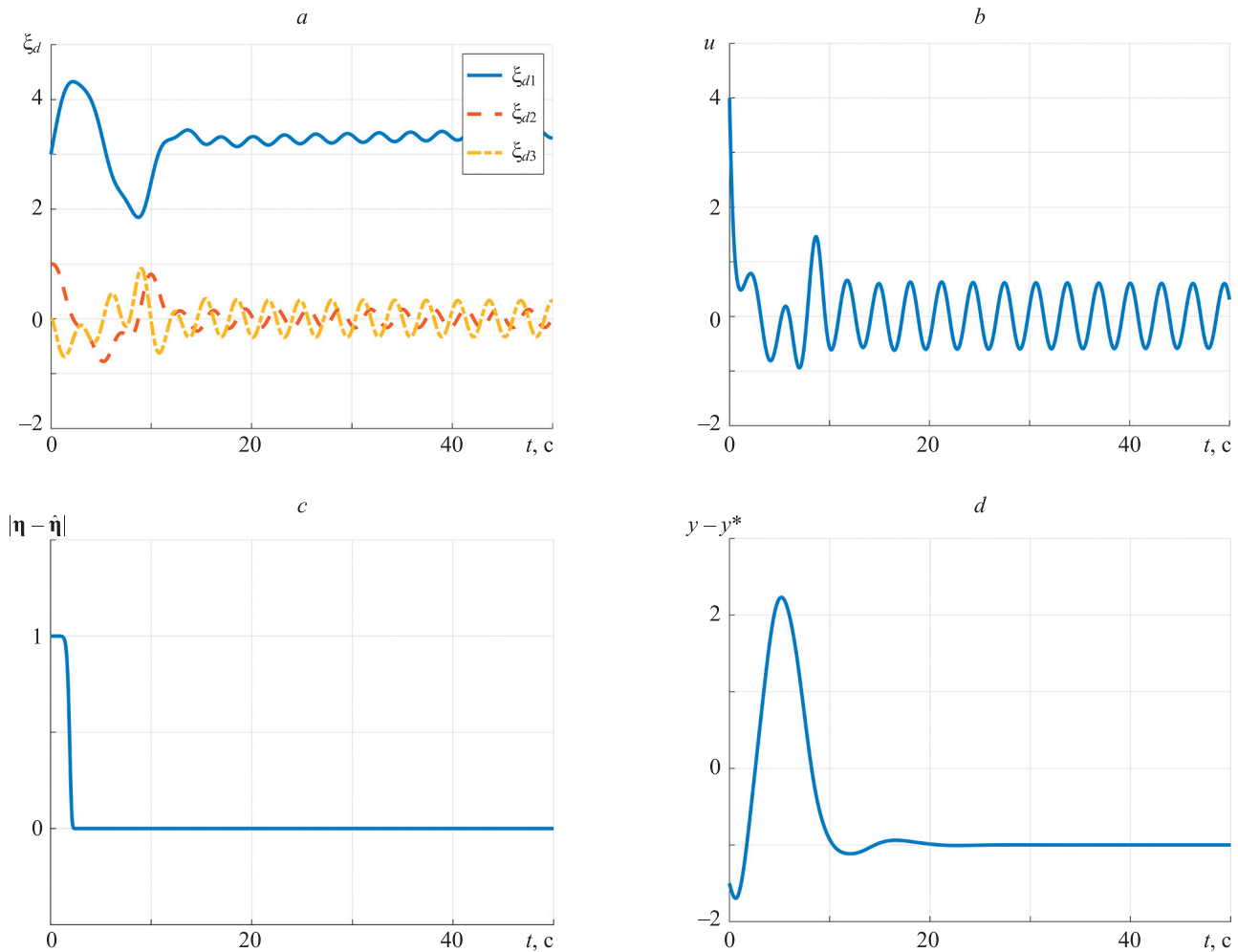


Рисунок. Результаты моделирования замкнутой системы: временная диаграмма ξ_d (a); сигнал управления u (b); ошибки оценивания $\eta = \tilde{\xi}(0)$ (c) и регулирования $y - y^*$ (d)

Figure. Results of closed-loop system simulation: time diagram ξ_d (a); control signal u (b); estimation errors $\eta = \tilde{\xi}(0)$ (c) and regulation $y - y^*$ (d)

Заключение

В работе рассмотрена задача синтеза следящего управления для класса нелинейных систем, где движение системы обусловлено произведением сигнала управления и динамической подсистемы, движимой тем же сигналом управления. Предложен метод динамической линеаризации, декомпозирующий модель системы на две части, последовательно соединенные виртуальным управлением. Синтезирован закон управления, использующий измерение только выходной ре-

гулируемой переменной. Исходная система может быть неустойчивой. Параметры динамической подсистемы в контуре управления предполагаются известными, однако вектор состояния и начальные условия заранее неизвестны. В дальнейших исследованиях планируется ослабить принятые допущения о параметрической неопределенности и собственных числах матрицы состояния динамической подсистемы в контуре управления, что позволило бы синтезировать закон управления для более широкого класса систем в общем виде.

Литература

1. Isidori A. Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems. Basel, Switzerland: Springer International Publishing, 2017.
2. Бобцов А.А. Адаптивное и робастное управление неопределенными системами по выходу. СПб.: Наука, 2011. 174 с.
3. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб.: Наука, 2003. 282 с.
4. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Isidori A. An adaptive observer for uncertain linear time-varying systems with unknown additive perturbations // Automatica. 2023. V. 147. P. 110677. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2022.110677>

References

1. Isidori A. Lectures in Feedback Design for Multivariable Systems. Basel, Switzerland, Springer International Publishing, 2017.
2. Bobtsov A.A. Adaptive and Robust Control of Uncertain Systems Based on Output. St. Petersburg, Nauka Publ., 2011, 174 p. (in Russian)
3. Nikiforov V.O. Adaptive and Robust Control with Compensation of the Disturbances. St. Petersburg, Nauka Publ., 2003, 282 p. (in Russian)
4. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Isidori A. An adaptive observer for uncertain linear time-varying systems with unknown additive

5. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors // *Automatica*. 2021. V. 129. P. 109635. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109635>
6. Та М.Ш., Пыркин А.А. Алгоритм параметризации нестационарных систем с использованием динамического регулятора // *Известия вузов. Приборостроение*. 2023. Т. 66. № 12. С. 1050–1059. <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2023-66-12-1050-1059>
7. Nikiforov V., Gerasimov D. *Adaptive Regulation: Reference Tracking and Disturbance Rejection*. Springer Nature, 2022. XVI, 358 p. (Lecture Notes in Control and Information Sciences, V. 491). <https://doi.org/10.1007/978-3-030-96091-9>
8. Krstic M. *Delay Compensation for Nonlinear, Adaptive, and PDE Systems*. Birkhäuser Boston, 2009. 466 p.
9. Фуртат И.Б., Цыкунов А.М. Робастное управление нестационарными нелинейными структурно неопределенными объектами // *Проблемы управления*. 2008. № 5. С. 2–7.
10. Pyrkina A., Smyshlyaev A., Bekiaris-Liberis N., Krstic M. Rejection of sinusoidal disturbance of unknown frequency for linear system with input delay // *Proc. of the 2010 American Control Conference*, 2010. P. 5688–5693. <https://doi.org/10.1109/acc.2010.5531131>
11. Ortega R., Loria A., Nicklasson P.J., Sira-Ramirez H. *Euler-Lagrange systems: Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*. Springer London, 1998. P. 15–37. https://doi.org/10.1007/978-1-4471-3603-3_2
12. Nam K.H. *AC Motor Control and Electric Vehicle Applications*. CRC Press, 2010. 435 p.
13. Ortega R., Nicklasson P.J., Espinosa-Pérez G. On speed control of induction motors // *Automatica*. 1996. V. 32. N 3. P. 455–460. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(95\)00171-9](https://doi.org/10.1016/0005-1098(95)00171-9)
14. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkina A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2017. V. 62. N 7. P. 3546–3550. <https://doi.org/10.1109/tac.2016.2614889>
15. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkina A.A., Astolfi A., Bobtsov A.A. New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: Continuous and discrete-time cases // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2021. V. 66. N 5. P. 2265–2272. <https://doi.org/10.1109/tac.2020.3003651>
5. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors. *Automatica*, 2021, vol. 129, pp. 109635. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109635>
6. Та М.Ш., Пыркин А.А. Parameterization algorithm for non-stationary systems using a dynamic controller. *Journal of Instrument Engineering*, 2023, vol. 66, no. 12, pp. 1050–1059. (in Russian). <https://doi.org/10.17586/0021-3454-2023-66-12-1050-1059>
7. Nikiforov V., Gerasimov D. *Adaptive Regulation: Reference Tracking and Disturbance Rejection*. Springer Nature, 2022. XVI, 358 p. Lecture Notes in Control and Information Sciences, V. 491. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-96091-9>
8. Krstic M. *Delay Compensation for Nonlinear, Adaptive, and PDE Systems*. Birkhäuser Boston, 2009, 466 p.
9. Furtat I.B., Tsykunov A.M. Robust control of unsteady-state nonlinear structurally undefined objects. *Control Sciences*, 2008, no. 5, pp. 2–7. (in Russian)
10. Pyrkina A., Smyshlyaev A., Bekiaris-Liberis N., Krstic M. Rejection of sinusoidal disturbance of unknown frequency for linear system with input delay. *Proc. of the 2010 American Control Conference*, 2010, pp. 5688–5693. <https://doi.org/10.1109/acc.2010.5531131>
11. Ortega R., Loria A., Nicklasson P.J., Sira-Ramirez H. *Euler-Lagrange systems: Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*. Springer London, 1998, pp. 15–37. https://doi.org/10.1007/978-1-4471-3603-3_2
12. Nam K.H. *AC Motor Control and Electric Vehicle Applications*. CRC Press, 2010, 435 p.
13. Ortega R., Nicklasson P.J., Espinosa-Pérez G. On speed control of induction motors. *Automatica*, 1996, vol. 32, no. 3, pp. 455–460. [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(95\)00171-9](https://doi.org/10.1016/0005-1098(95)00171-9)
14. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkina A. Performance enhancement of parameter estimators via dynamic regressor extension and mixing. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, vol. 62, no. 7, pp. 3546–3550. <https://doi.org/10.1109/tac.2016.2614889>
15. Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkina A.A., Astolfi A., Bobtsov A.A. New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: Continuous and discrete-time cases. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, vol. 66, no. 5, pp. 2265–2272. <https://doi.org/10.1109/tac.2020.3003651>

Авторы

Пыркин Антон Александрович — доктор технических наук, профессор, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 26656070700](https://orcid.org/0000-0001-8806-4057), <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>, pyrkin@itmo.ru

Та Минь Шон — аспирант, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 57871766600](https://orcid.org/0009-0000-9204-696X), <https://orcid.org/0009-0000-9204-696X>, sonta1805@gmail.com

Нгуен Куанг Кыонг — аспирант, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 57871766600](https://orcid.org/0009-0002-2773-3813), <https://orcid.org/0009-0002-2773-3813>, quangcuonghvhq.cd@gmail.com

Голубев Антон Кириллович — аспирант, ассистент, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация, [sc 57871766600](https://orcid.org/0009-0008-6951-2799), <https://orcid.org/0009-0008-6951-2799>, akgolubev@itmo.ru

Authors

Anton A. Pyrkina — D.Sc., Full Professor, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 26656070700](https://orcid.org/0000-0001-8806-4057), <https://orcid.org/0000-0001-8806-4057>, pyrkin@itmo.ru

Minh Son Ta — PhD Student, Engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 57871766600](https://orcid.org/0009-0000-9204-696X), <https://orcid.org/0009-0000-9204-696X>, sonta1805@gmail.com

Quang Cuong Nguyen — PhD Student, Engineer, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 57871766600](https://orcid.org/0009-0002-2773-3813), <https://orcid.org/0009-0002-2773-3813>, quangcuonghvhq.cd@gmail.com

Anton K. Golubev — PhD Student, Assistant, ITMO University, Saint Petersburg, 197101, Russian Federation, [sc 57871766600](https://orcid.org/0009-0008-6951-2799), <https://orcid.org/0009-0008-6951-2799>, akgolubev@itmo.ru

Статья поступила в редакцию 27.02.2024
Одобрена после рецензирования 03.03.2024
Принята к печати 27.03.2024

Received 27.02.2024
Approved after reviewing 03.03.2024
Accepted 27.03.2024



Работа доступна по лицензии
Creative Commons
«Attribution-NonCommercial»