КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 681.51.015

АЛГОРИТМ УЛУЧШЕНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СХОДИМОСТИ НЕИЗВЕСТНОЙ ЧАСТОТЫ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КАСКАДНОЙ РЕДУКЦИИ[1]

С.В. Арановский, А.А. Бобцов, А.А. Ведяков, С.А. Колюбин, А.А. Пыркин

Рассматривается задача идентификации неизвестной частоты синусоидального сигнала в условиях возмущающего воздействия в измерениях. На базе метода каскадной редукции, предложен алгоритм улучшения параметрической сходимости оценки неизвестной частоты синусоидального сигнала к истинному значению.

Ключевые слова: синусоидальный сигнал, редукция, идентификация, возмущения.

Рассмотрим измеряемый сигнал вида (например, [1, 2])

$$y(t)=\mu(t)+\delta(t), \tag{1}$$

где $\mu(t)=A\sin(\omega t+\phi)$ – неизмеряемый синусоидальный сигнал, $A>0, \omega>0, \phi$ – неизвестные постоянные параметры; $\delta(t)$ – неизмеряемое возмущение. Ставится задача синтеза алгоритма идентификации неизвестного параметра ω – частоты синусоидального сигнала $\mu(t)$.

Базируясь на [1, 2], осуществим параметризацию модели (1) следующим образом:

$$p^2 y(t)=\theta\mu(t)+p^2\delta(t), \tag{2}$$

$$\frac{\lambda^2 p^2}{(p+\lambda)^2}y(t)=\theta\frac{\lambda^2}{(p+\lambda)^2}\mu(t)+\frac{\lambda^2 p^2}{(p+\lambda)^2}\delta(t)=\theta\frac{\lambda^2}{(p+\lambda)^2}y(t)+\frac{\lambda^2 p^2-\theta\lambda^2}{(p+\lambda)^2}\delta(t), \tag{3}$$

где $p=d/dt$, $\lambda>0$ – некоторый выбираемый при синтезе коэффициент, а $\theta=-\omega^2$ – неизвестный параметр, подлежащий идентификации.

Введем новые обозначения:

$$z(t)=\frac{\lambda^2 p^2}{(p+\lambda)^2}y(t),\ \varsigma(t)=\frac{\lambda^2}{(p+\lambda)^2}y(t),\ \overline{\eta}(t)=\frac{\lambda^2 p^2-\theta\lambda^2}{(p+\lambda)^2}\delta(t),$$

тогда, используя преобразования (2), (3), для модели (1) имеем

$$z(t)=\theta\varsigma(t)+\eta(t), \tag{4}$$

где $\eta(t)=\overline{\eta}(t)+\varepsilon(t)$, $\varepsilon(t)$ – экспоненциально затухающее слагаемое, обусловленное ненулевыми начальными условиями. Аналогично работам [1, 2] можно воспользоваться алгоритмом идентификации вида

$$\dot{\hat{\theta}}(t)=-k\hat{\theta}\varsigma^2(t)+k\varsigma(t)z(t), \tag{5}$$

где $\hat{\theta}(t)$ – оценка параметра θ, а $k>0$ – некоторый коэффициент, либо задаваемый при синтезе, либо настраиваемый в процессе работы. Однако такой подход не обеспечивает парирования возмущения $\eta(t)$. Рассмотрим новую схему идентификации, развивающую алгоритм (5). Для этого проанализируем поведение разности параметра θ и его оценки $\hat{\theta}(t)$, т.е.

$$\tilde{\theta}(t)=\theta-\hat{\theta}(t). \tag{6}$$

Дифференцируя (6), с учетом (4) и (5) получаем

$$\dot{\tilde{\theta}}(t)=\dot{\theta}-\dot{\hat{\theta}}(t)=k\hat{\theta}\varsigma^2(t)-k\varsigma(t)z(t)=k\hat{\theta}\varsigma^2(t)-k\varsigma(t)(\varsigma(t)\theta+\eta(t))=$$

$$=-k\varsigma^2(t)(\theta-\hat{\theta}(t))-k\varsigma(t)\eta(t)=-k\varsigma^2(t)\tilde{\theta}(t)-k\varsigma(t)\eta(t). \tag{7}$$

Легко показать, что при $\delta(t)\equiv 0$ дифференциальное уравнение (7) асимптотически устойчиво и $\tilde{\theta}(t)\to 0$ при $t\to\infty$. Если же система подвержена действию возмущения, то, в общем случае, $\lim\limits_{t\to\infty}\hat{\theta}(t)\neq\theta$. Тогда идеальный алгоритм идентификации может иметь вид

$$\dot{\hat{\theta}}^*(t)=-k\hat{\theta}^*\varsigma^2(t)+k\varsigma(t)z(t)-k\varsigma(t)\eta(t).$$

Тогда

---

[1] Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (государственный контракт № 16.740.11.0553).

$$\dot{\tilde{\theta}}^*(t) = \dot{\theta} - \dot{\hat{\theta}}^*(t) = k\hat{\theta}^*\varsigma^2(t) - k\varsigma(t)z(t) + k\varsigma(t)\eta(t) = k\hat{\theta}^*\varsigma^2(t) - k\varsigma(t)(\theta\varsigma(t)+\eta(t)) + k\varsigma(t)\eta(t) =$$
$$= k\hat{\theta}^*\varsigma^2(t) - k\theta\varsigma^2(t) = -k\tilde{\theta}^*(t)\varsigma^2(t),$$

откуда следует, что при выполнении условия предельной интегральной неворжденности сигнала $\varsigma^2(t)$ обеспечивается $\lim\limits_{t\to\infty}\left|\tilde{\theta}^*(t)\right| = 0$. Отметим, что в силу гармонической природы сигнала $\mu(t)$ это условие выполняется за исключением вырожденных случаев (например, $\delta(t) = -\mu(t)$). Предложенная схема не может быть реализована в явном виде, так как сигнал $\varsigma(t)\eta(t)$ не измеряется. Предлагается следующая реальная схема идентификации, парирующая неопределенность $\varsigma(t)\eta(t)$:

$$\dot{\hat{\theta}}_r(t) = -k\hat{\theta}_r\varsigma^2(t) + k\varsigma^2(t)\phi_1(t)/\phi_2(t),$$

где $\phi_1(t) = \int\limits_0^t z(\tau)\varsigma(\tau)d\tau$ и $\phi_2(t) = \int\limits_0^t \varsigma^2(\tau)d\tau$. Обоснованием использования такой схемы является метод каскадной редукции [3]. Преобразуем (4), следуя данному методу. Для этого последовательно умножим (4) на $\varsigma(t)$ и проинтегрируем полученное уравнение, т.е.

$$z(t)\varsigma(t) = \theta\varsigma^2(t) + \eta(t)\varsigma(t), \quad \int\limits_0^t z(\tau)\varsigma(\tau)d\tau = \theta\int\limits_0^t \varsigma^2(\tau)d\tau + \int\limits_0^t \eta(\tau)\varsigma(\tau)d\tau.$$

Введем обозначения $\phi_1(t) = \int\limits_0^t z(\tau)\varsigma(\tau)d\tau$, $\phi_2(t) = \int\limits_0^t \varsigma^2(\tau)d\tau$ и $\phi_3(t) = \int\limits_0^t \eta(\tau)\varsigma(\tau)d\tau$ и последовательно сначала разделим на $\phi_2(t)$, а затем продифференцируем последнее соотношение. Тогда получаем

$$\dot{\phi}_1\phi_2^{-1} - \phi_1\dot{\phi}_2\phi_2^{-2} = \dot{\phi}_3\phi_2^{-1} - \phi_3\dot{\phi}_2\phi_2^{-2} \text{ или } \dot{\phi}_3 = \phi_3\dot{\phi}_2\phi_2^{-1} + \dot{\phi}_1 - \phi_1\dot{\phi}_2\phi_2^{-1}.$$

Так как $\dot{\phi}_1 = z(t)\varsigma(t)$, $\dot{\phi}_2 = \varsigma^2(t)$ и $\dot{\phi}_3 = \varsigma(t)\eta(t)$, то $\varsigma(t)\eta(t) = z(t)\varsigma(t) + \phi_3\varsigma^2\phi_2^{-1} - \phi_1\varsigma^2\phi_2^{-1}$.

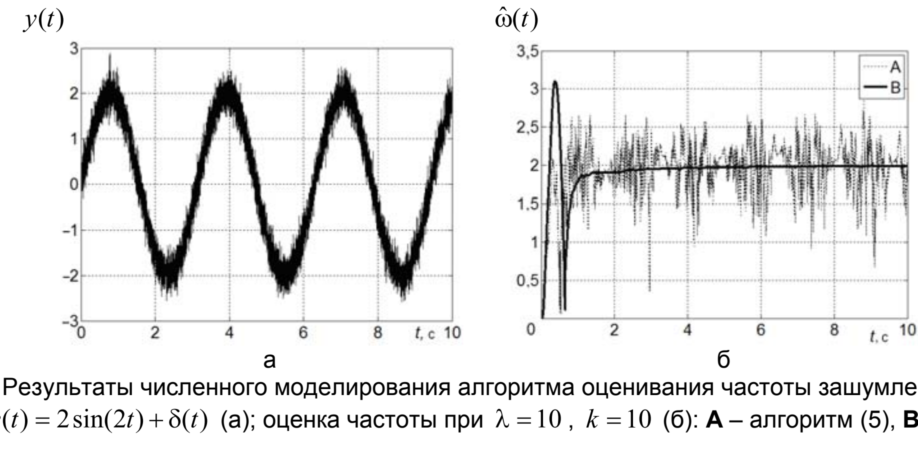
Будем полагать, что слагаемое $\phi_1\dot{\phi}_2\phi_2^{-1}$ при $t\to\infty$ влияет на точность оценки параметра θ больше, чем компонента $\phi_3\dot{\phi}_2\phi_2^{-1}$. Тогда для парирования неопределенности $\varsigma(t)\eta(t)$ будем использовать выражение

$$\varsigma(t)\eta(t) = z(t)\varsigma(t) - \phi_1\varsigma^2\phi_2^{-1},$$

откуда следует алгоритм идентификации вида

$$\dot{\hat{\theta}}_r(t) = -k\hat{\theta}_r\varsigma^2(t) + k\varsigma^2(t)\theta = -k\hat{\theta}_r\varsigma^2(t) + k\varsigma(t)(z(t)-\eta(t)) = -k\hat{\theta}_r\varsigma^2(t) + k\varsigma(t)z(t) - k\varsigma(t)\eta(t) =$$
$$= -k\hat{\theta}_r\varsigma^2(t) + k\varsigma^2(t)\phi_1(t)/\phi_2(t). \qquad (8)$$

Для иллюстрации работоспособности предлагаемой схемы идентификации вида (8) и для сравнения ее со стандартным подходом (5) приведем результаты компьютерного моделирования (рисунок).



а б

Рисунок. Результаты численного моделирования алгоритма оценивания частоты зашумленного сигнала: сигнал $y(t) = 2\sin(2t) + \delta(t)$ (а); оценка частоты при $\lambda = 10$, $k = 10$ (б): **А** – алгоритм (5), **В** – алгоритм (8)

1. Aranovskiy S., Bobtsov A., Kremlev A., Nikolaev N., Slita O. Identification of frequency of biased harmonic signal // European Journal of Control. – 2010. – № 2. – P. 129–139.
2. Бобцов А.А., Ефимов Д.В., Пыркин А.А., Золгадри А. Алгоритм адаптивного оценивания частоты смещенного синусоидального сигнала с аддитивной нерегулярной составляющей // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2012. – № 2. – С. 16–21.

3. Арановский С.В., Бобцов А.А., Пыркин А.А. Каскадная редукция в задачах идентификации // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2012. – № 3. – С. 149–150.

Арановский Станислав Владимирович – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, s.aranovskiy@gmail.com

Бобцов Алексей Алексеевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, декан, bobtsov@mail.ifmo.ru

Ведяков Алексей Алексеевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, магистрант, vedyakov@gmail.com

Колюбин Сергей Алексеевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, s.kolyubin@gmail.com

Пыркин Антон Александрович – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, ppaannddaa@mail.ru