

УДК 535.015

АНАЛИЗ ПРОХОЖДЕНИЯ ЛУЧЕЙ ЧЕРЕЗ ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ, ВКЛЮЧАЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ИЗ МЕТАМАТЕРИАЛОВ

А.О. Вознесенская, Д.С. Кабанова

Получено обобщенное выражение закона преломления для моделирования прохождения лучей через оптические среды как с положительным, так и с отрицательным показателем преломления. В результате компьютерного моделирования установлено, что оптические системы, содержащие элементы из метаматериалов, обладают малыми абберациями.

Ключевые слова: расчет оптических систем, наноструктурированные оптические метаматериалы.

Введение

Одним из перспективных направлений развития современных оптических технологий является синтез и изучение сред с отрицательным показателем преломления – наноструктурированных оптических метаматериалов [1–5]. В целом метаматериалы представляют собой искусственные нанокombинации проводников и диэлектриков. При взаимодействии с электромагнитным полем метаматериалы проявляют уникальные свойства, например, невидимость, зеркальность, «необыкновенное распространение света» (extraordinary light transmission) [6–11] и др.

Среди метаматериалов выделяют фотонные кристаллы, рассмотренные в обзоре [11], и «среды Весселаго» [1, 4, 6, 11]. Последние представляют собой изотропные среды с отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями. В таких средах волновой вектор и вектор Пойнтинга направлены в

противоположные стороны; на границе раздела сред наблюдается эффект отрицательного преломления – свет отклоняется в противоположную сторону, в отличие от обычных диэлектриков. Для обычной оптической среды изображение не тождественно предмету, поскольку оно формируется без участия затухающих волн. В то же время в метаматериале амплитуда затухающих волн увеличивается при удалении волны от предмета, таким образом, изображение формируется с участием затухающих волн. В силу этого становится возможным получить изображения с разрешением, превышающим дифракционный предел. Таким образом, линза из метаматериала позволяет передавать детали изображений, много меньшие, чем длина волны, а значит, преодолеть классический дифракционный предел разрешения обыкновенных линз [6, 7].

По оценке экспертов [11], несмотря на затруднения с синтезом наноструктурированных оптических метаматериалов, разработка линз с отрицательным показателем преломления, работающих в видимом диапазоне, рассматривается как крайне перспективная. Первые исследования линз из метаматериалов начались в 2004 г. [12]. С тех пор, как в 2005 г. впервые были реализованы и представлены метаматериалы для оптических частот [13, 14], происходит бурное развитие исследований в направлении проектирования оптических систем из метаматериалов. Абберрационная теория оптических метаматериалов представлена в [3, 14]. Установлено, что линзы из метаматериалов обладают малыми сферическими абберрациями [15, 16], при этом, комбинируя линзы с положительным и отрицательным показателем преломления, можно добиться уменьшения абберрации и улучшить качество оптической системы [17].

Несмотря на современные достижения в части изучения свойств оптических систем из метаматериалов, их абберрационные характеристики в видимом диапазоне требуют дальнейшего изучения. Настоящая работа посвящена анализу абберраций оптических систем, включающих элементы из метаматериалов, на основе трассировки лучей в оптических средах с положительным и отрицательным преломлением.

Математическая модель трассировки лучей в оптических средах с положительным и отрицательным преломлением

Классическая теория прохождения света не позволяет производить расчет оптических систем, включающих элементы с отрицательным показателем преломления. Сформулируем математическую модель прохождения излучения в оптических средах с положительным и отрицательным показателями преломления. Диэлектрическая проницаемость ϵ и магнитная проницаемость μ являются основными характеристиками, которые определяют распространение электромагнитных волн в веществе; они входят в дисперсионное уравнение, задающее связь между частотой ω монохроматической волны и ее волновым числом k :

$$|(\omega^2/c^2)\epsilon_{ij}\mu_{ij} - k^2\delta_{ij} + k_i k_j| = 0. \quad (1)$$

Если вещество изотропно, уравнение (1) упрощается:

$$k^2 = (\omega^2/c^2) - n^2, \quad (2)$$

где n^2 – квадрат коэффициента преломления вещества, равный

$$n^2 = \epsilon\mu. \quad (3)$$

Если не учитывать потери и считать n , ϵ и μ действительными числами, то из (2) и (3) видно, что одновременная смена знаков ϵ и μ никак не отражается на этих соотношениях.

Для того чтобы выявить электродинамические закономерности, связанные со знаками ϵ и μ , обратимся к уравнениям Максвелла и материальным уравнениям [5]:

$$\text{grad } \mathbf{H} = \mathbf{j} + \partial \mathbf{D} / \partial t, \quad (4)$$

$$\text{grad } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t, \quad (5)$$

$$\text{grad } \mathbf{D} = \mathbf{q}, \text{ grad } \mathbf{B} = 0,$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (6)$$

где \mathbf{H} – напряженность магнитного поля; \mathbf{E} – напряженность электрического поля; \mathbf{B} – магнитная индукция; \mathbf{D} – электрическая индукция; \mathbf{j} – плотность потока; \mathbf{q} – плотность заряда. Электрическое и магнитное поле можно представить в виде

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \phi - \partial \mathbf{A} / \partial t, \mathbf{H} = \text{grad } \mathbf{A},$$

где \mathbf{A} – вектор потенциала; ϕ – скаляр потенциала. Выражения (4) и (5) могут быть представлены как

$$\text{rot } \mathbf{E} = -(1/c) \partial \mathbf{B} / \partial t, \quad (7)$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = (1/c) \partial \mathbf{D} / \partial t. \quad (8)$$

Для плоской монохроматической волны выражения (6)–(8) принимают вид

$$[\mathbf{kE}] = -(\omega/c)\epsilon\mathbf{E}, \quad (9)$$

$$[\mathbf{kH}] = (\omega/c)\mu\mathbf{H}. \quad (10)$$

Из выражений (9) и (10) видно, что в случае $\epsilon > 0$ и $\mu > 0$ вектора \mathbf{E} , \mathbf{H} и \mathbf{k} образуют правую тройку векторов (рис. 1, а), а в случае $\epsilon < 0$ и $\mu < 0$ – левую тройку векторов (рис. 1, б).

Если ввести для векторов \mathbf{E} , \mathbf{H} и \mathbf{k} направляющие косинусы и обозначить их через α_i , β_i , γ_i соответственно, то волна, распространяющаяся в данной среде, будет характеризоваться матрицей

$$G = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

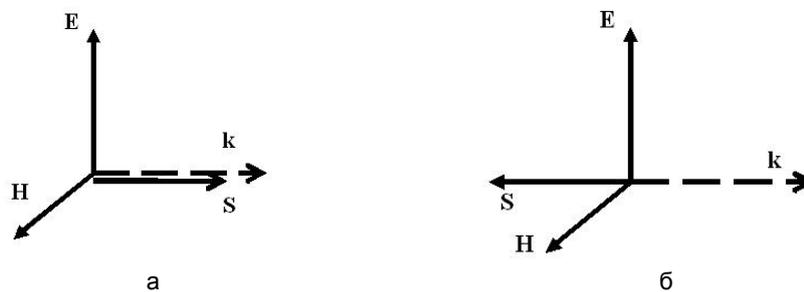


Рис. 1. Оптические среды: обычные («правые») среды, у которых $\varepsilon > 0$ и $\mu > 0$ (а); необычные («левые») среды, у которых $\varepsilon < 0$ и $\mu < 0$ (б)

Обозначим определитель матрицы (11) через параметр «правизны» $p = \det G$. Если тройка векторов \mathbf{E} , \mathbf{H} и \mathbf{k} – правая, то $p = +1$, если тройка векторов \mathbf{E} , \mathbf{H} и \mathbf{k} – левая, то $p = -1$.

Поток энергии, переносимый электромагнитной волной, определяется вектором Пойнтинга \mathbf{S} , который равен

$$\mathbf{S} = (c / 4\pi) [\mathbf{E}\mathbf{H}]. \quad (12)$$

Вектор \mathbf{S} в соответствии с (12) всегда образует с векторами \mathbf{E} и \mathbf{H} правую тройку векторов. Таким образом, для «правых» сред вектора \mathbf{S} и \mathbf{k} направлены в одну сторону, а для «левых» – в противоположные стороны. Поскольку вектор \mathbf{k} совпадает по направлению с фазовой скоростью, то становится ясным, что «левые» среды обладают отрицательной групповой скоростью [1].

При переходе луча света из одной оптической среды в другую граничные условия

$$\begin{cases} E_{t1} = E_{t2}, H_{t1} = H_{t2} \\ \varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2}, \mu_1 H_{n1} = \mu_2 H_{n2} \end{cases} \quad (13)$$

должны выполняться вне зависимости от того, имеют эти среды одинаковую или разную «правизну». Из (13) следует, что x - и y -компоненты полей \mathbf{E} и \mathbf{H} в преломленном луче сохраняют свое направление независимо от «правизны» обеих сред. Что касается z -компонент, то они сохраняют свое направление только тогда, когда «правизна» обеих сред одинакова. Если же «правизна» различна, то z -компоненты меняют знак. Таким образом, при переходе в среду с противоположной «правизной» векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} не только изменяются по величине из-за различия значений ε и μ , но еще и испытывают зеркальное отражение относительно границы раздела двух сред. То же самое происходит с вектором \mathbf{k} . Одновременное зеркальное отражение всей тройки векторов соответствует изменению знака определителя G в (11). В этой связи общепринятая формулировка закона преломления

$$\frac{\sin\sigma}{\sin\psi} = n_{12} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}} \quad (14)$$

нуждается в уточнении для случаев, когда среды 1 и 2 обладают различной «правизной». Согласно [1] корректная запись формулы (14) – следующая:

$$\frac{\sin\sigma}{\sin\psi} = n_{12} = \frac{p_2}{p_1} \sqrt{\frac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}}. \quad (15)$$

Представив (15) в векторной форме, можно получить выражение

$$\varepsilon_1\mu_1 p_1 [\mathbf{q}_1 \times \mathbf{g}] = \varepsilon_2\mu_2 p_2 [\mathbf{q}_2 \times \mathbf{g}], \quad (16)$$

где \mathbf{q}_1 – вектор падающего луча; \mathbf{q}_2 – вектор преломленного луча; \mathbf{g} – вектор нормали.

Преобразовав (16), имеем

$$[(\varepsilon_2\mu_2 p_2 \mathbf{q}_2 - \varepsilon_1\mu_1 p_1 \mathbf{q}_1) \times \mathbf{g}] = 0$$

или

$$[(\mathbf{q}_2 - \nu \mathbf{q}_1) \times \mathbf{g}] = 0,$$

где $\nu = \varepsilon_1\mu_1 p_1 / \varepsilon_2\mu_2 p_2$.

Векторное произведение двух векторов \mathbf{g} и $(\mathbf{q}_2 - \nu \mathbf{q}_1)$ равно нулю в случае их коллинеарности, следовательно, вектора отличаются некоторым скалярным множителем \tilde{A} :

$$(\mathbf{q}_2 - \nu \mathbf{q}_1) = \tilde{A} \mathbf{g},$$

откуда $\mathbf{q}_2 = \nu \mathbf{q}_1 + \tilde{A} \mathbf{g}$. Для нахождения \tilde{A} умножим предыдущее равенство скалярно на \mathbf{g} :

$$\mathbf{g}^T \mathbf{q}_2 = \mathbf{g}^T \nu \mathbf{q}_1 + \tilde{A} \mathbf{g}^T \mathbf{g} \quad \text{или} \quad u' = \nu u + \tilde{A} \|\mathbf{g}\|^2,$$

откуда $\vec{A} = (u' - \nu u) / \|\mathbf{g}\|^2$, где $u = \|\mathbf{g}\|\cos\sigma$ и $u' = \|\mathbf{g}\|\cos\psi$ равны соответственно косинусам углов падения и преломления, умноженным на длину нормали.

Таким образом, с использованием корректного выражения закона преломления получено соотношение, позволяющее выполнять трассировку лучей через оптические среды как с положительной, так и с отрицательной «правизной»:

$$\begin{aligned} u'^2 &= \|\mathbf{g}\|^2 \cos^2 \psi = \|\mathbf{g}\|^2 (1 - \sin^2 \psi) = \|\mathbf{g}\|^2 (1 - \nu^2 \sin^2 \sigma) = \\ &= \|\mathbf{g}\|^2 [1 - \nu^2 (1 - \cos^2 \sigma)] = \|\mathbf{g}\|^2 - \nu^2 (\|\mathbf{g}\|^2 - \|\mathbf{g}\|^2 \cos^2 \sigma). \end{aligned} \quad (17)$$

Результаты компьютерного моделирования

Обобщенное выражение закона преломления (17) положено в основу компьютерной модели трассировки лучей через оптические системы, включающие элементы из метаматериалов, реализованной в визуальной среде разработки C++.

Результаты компьютерного моделирования представлены на рис. 2–5. В качестве прототипа рассмотрена оптическая система трехлинзового объектива «Таир-12» (фокусное расстояние $f' = 150$ мм, относительное отверстие 1:4, поле предмета $2w = 11^\circ$). В первом случае все компоненты объектива выполнены из обычных оптических материалов (рис. 2, а). Во втором случае третий компонент объектива выполнен из метаматериала. Таким образом, двояковогнутая линза исполняет роль собирающей линзы (рис. 2, б).

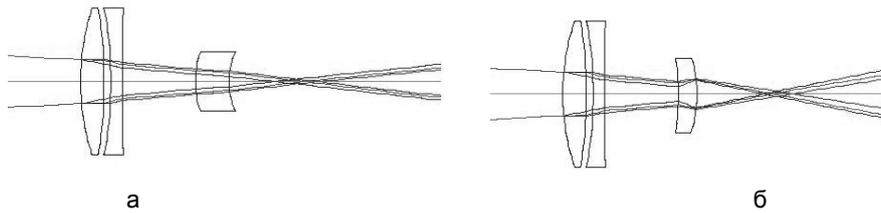


Рис. 2. Прохождение лучей: объектив выполнен из «правых» материалов (а); третий компонент объектива выполнен из метаматериала (б)

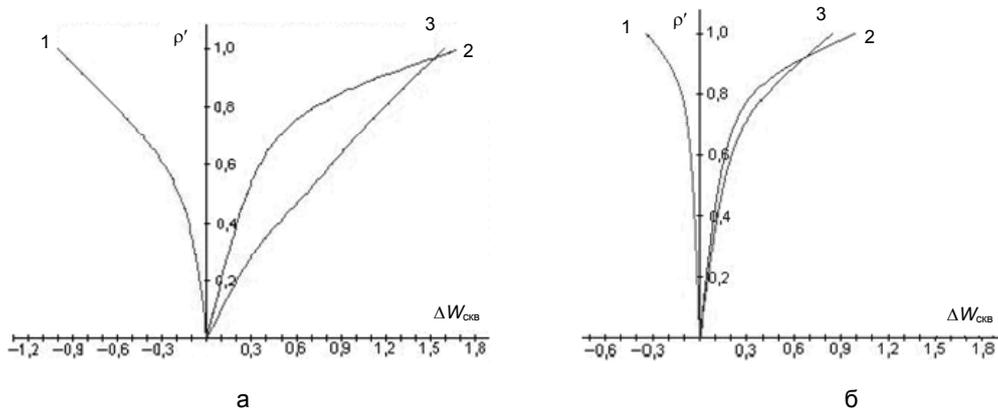


Рис. 3. Волновые aberrации (кривая 1 – $\lambda = 546$ нм; кривая 2 – $\lambda = 480$ нм; кривая 3 – $\lambda = 643$ нм): объектив выполнен из «правых» материалов (а); третий компонент объектива выполнен из метаматериала (б)

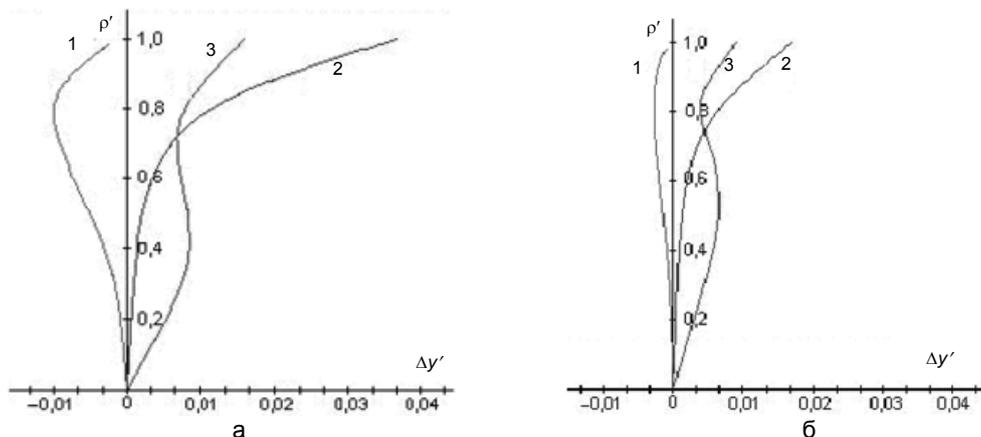


Рис. 4. Поперечные aberrации (кривая 1 – $\lambda = 546$ нм; кривая 2 – $\lambda = 480$ нм; кривая 3 – $\lambda = 643$ нм): объектив выполнен из «правых» материалов (а); третий компонент объектива выполнен из метаматериала (б)

Введение в состав оптической системы элемента из метаматериала способствует компенсации разности хода лучей, что, в свою очередь, приводит к уменьшению сферических aberrаций. Графики волновых, продольных и поперечных aberrаций рассмотренных оптических систем в видимом диапазоне спектра представлены на рис. 3–5. Из графиков aberrаций видно, что после замены третьего элемента объектива на элемент из метаматериала на длине волны $\lambda = 546$ нм волновая aberrация уменьшилась от значения 1,0 до 0,3 длин волн (рис. 3, а, б); поперечная aberrация уменьшилась от значения $-0,010$ до $-0,003$ мм (рис. 4, а, б); продольная aberrация уменьшилась от значения $-0,10$ до $-0,05$ мм (рис. 5, а, б). Аналогичным образом снизились aberrации на границах видимого диапазона (кривые 2 и 3).

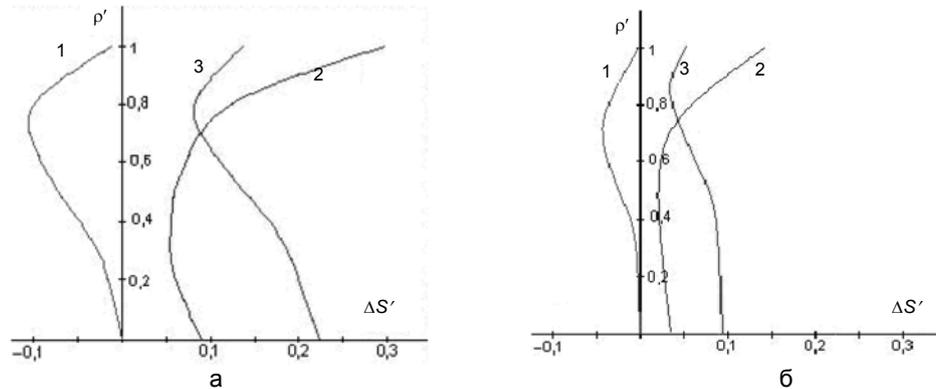


Рис. 5. Продольные aberrации (кривая 1 – $\lambda = 546$ нм; кривая 2 – $\lambda = 480$ нм; кривая 3 – $\lambda = 643$ нм): объектив выполнен из «правых» материалов (а); третий компонент объектива выполнен из метаматериала (б)

Заключение

На основе электромагнитной теории распространения света в оптических средах с различными значениями «правизны» получено обобщенное выражение закона преломления для расчета оптических систем, включающих элементы из метаматериалов. Разработано компьютерное приложение, позволяющее осуществлять трассировку лучей в таких системах, рассчитывать параксиальные характеристики и aberrации в видимом диапазоне. Показано, что введение в состав оптической системы элемента из метаматериала обеспечивает дополнительную возможность компенсации aberrаций и улучшения качества системы в целом.

Литература

1. Веселаго В.Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ // Успехи физических наук. – 1967. – № 92. – С. 517–526.
2. Мандельштам Л.И. Полное собрание трудов. – М.: Изд-во АН СССР, 1950. – Т. 5. – 419 с.
3. Eleftheriades G.V., Balmain K.G. Negative-Refractive Metamaterials. Fundamental Principles and Applications. – NJ: John Wiley & Sons Inc, 2005. – 400 p.
4. Cai W., Shalaev V. Optical Metamaterials: Fundamentals and Applications. – Springer, 2010. – 200 p.
5. Кившарь Ю.С., Орлов А.А. Перестраиваемые и нелинейные метаматериалы // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2012. – № 3 (79). – С. 1–11.
6. Pendry J.B. Negative Refraction Makes a Perfect Lens // Physical Review Letters. – 2000. – V. 85. – № 18. P. 3966–3969.
7. Zang X., Liu Z. Superlenses to Overcome the Diffraction Limit // Nature Materials. – 2008. – № 7. – P. 435–441.
8. Schurig D., Pendry J.B., Smith D.R. Transformation-Designed Optical Elements // Optics Express. – 2007. – V. 15. – № 22. – P. 14772–14782.
9. Li C., Meng X., Liu X. Experimental Realization of a Circuit-Based Broadband Illusion-Optics Analogue // Physical Review Letters. – 2010. – V. 105. – № 23. – P. 233906–233909.
10. Ebbesen T.W., Lezec H.J., Ghaemi H.F., Thio T., Wolff P.A. Extraordinary Optical Transmission Through Sub-wavelength Hole Arrays // Nature. – 1998. – V. 391. – P. 667–669.
11. Белов П.А., Беспалов В.Г., Васильев В.Н., Козлов С.А., Павлов А.В., Симовский К.Р., Шполянский Ю.А. Проблемы когерентной и нелинейной оптики / Под ред. И.П. Гурова и С.А. Козлова. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2006. – С. 6–36.
12. Schurig D., Smith D.R. Negative-index Lens Aberrations // Physical Review E. – 2004. – V. 70. – № 6. – P. 065601–065605.

13. Shalaev V., Cai W., Chettiar U., Yuan H., Sarychev A., Drachev V., Kildishev A. Negative Index of Refraction in Optical Metamaterials // Opt. Lett. – 2005. – V. 30. – P. 3356–3358.
14. Zhang S., Fan W., Panoiu N., Malloy K., Osgood R., Brueck S. Experimental Demonstration of Near-Infrared Negative-Index Metamaterials // Phys. Rev. Lett. – 2005. – V. 95. – № 13. – P. 137404–137408.
15. Chen J., Radu C., Puri A. Aberration-Free Negative-Refractive-Index Lens // App. Phys. Lett. – 2006. – V. 88. – P. 071119.
16. Lin Z., Ding J., Zhang P. Aberration-Free Two-Thin-Lens Systems Based on Negative-Index Materials // Chin. Phys. B. – 2008. – V. 17. – P. 954.
17. Sheppard R.H. Metamaterial Lens Design. PhD Dissertation. – The University of Arizona, 2009. – 245 p.

Вознесенская Анна Олеговна

– Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, voznensenskaya@mail.ifmo.ru

Кабанова Дарья Сергеевна

– ООО «Эксперт-Система», магистр, инженер, kabanova@devexperts.com