

УДК 535.4

ДИФРАКЦИЯ ОДНОПЕРИОДНЫХ ТЕРАГЕРЦОВЫХ ВОЛН
С ГАУССОВЫМ ПОПЕРЕЧНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

А.А. Езерская, Д.В. Иванов, В.Г. Беспалов, С.А. Козлов

Получены аналитические выражения для пространственного распределения временных спектров терагерцовых волн из всего одного полного колебания на эмиттере электромагнитного поля в областях дифракций Френеля и Фраунгофера и для пространственно-временного распределения их поля в области дифракции Фраунгофера. Показано, что для терагерцовой волны с гауссовым поперечным распределением в дальней зоне дифракции происходят изменения не только пространственной, но и временной структуры излучения: из однопериодной в дальней зоне дифракции вблизи оси волна становится полупериодной, а ее спектр смещается в область высоких частот. Приведены оценки расстояний до характерных областей дифракции.

Ключевые слова: терагерцовое излучение, параксиальный, дифракция Френеля, дифракция Фраунгофера.

Введение

Терагерцовое электромагнитное излучение является пограничным между радиоволнами и оптическим излучением. Для радиофизиков это субмиллиметровые радиоволны, для оптиков – излучение дальнего инфракрасного диапазона спектра.

Исследования техники и физики терагерцового излучения начались давно [1], но с появлением новых высокоэффективных систем генерации и детектирования такого излучения [2, 3], а также в связи с проясняющимися перспективами его широкого применения [4, 5] интерес к этим исследованиям в последние два десятилетия резко вырос.

Были найдены возможности получать терагерцовое излучение оптическими методами, например, с помощью фемтосекундных лазеров, используя явление фотопроводимости полупроводников [6]. Излучение при этом имеет вид всплеска электромагнитного поля, представляющего собой лишь одно его полное колебание (рис. 1). Такие импульсы часто называют однопериодными. В настоящей работе рассмотрены особенности дифракции таких предельно коротких по числу колебаний терагерцовых волн для частного, но важного на практике случая, – их параксиального распространения в однородных изотропных прозрачных диэлектрических средах.

Динамика полей и спектров однопериодных терагерцовых волн в диэлектрических средах

Параксиальная дифракция однопериодного терагерцового излучения изучалась и ранее [7, 8]. В значительном числе работ анализ динамики поля широкополосного излучения проводился методами численного моделирования. Обычно рассчитывался интеграл Френеля–Кирхгофа или его модификации [7]. В работе [8] для гауссовых волновых пакетов получены аналитические выражения для поля волны на оси пучка. В данной работе получены аналитические выражения для общего пространственного распределения временных спектров однопериодных в плоскости источников волн в областях дифракции Френеля и Фраунгофера и для пространственно-временного распределения их поля в области дифракции Фраунгофера.

Дифракционная динамика декартовых компонент пространственно-временного спектра

$$g_{x,y,z}(k_x, k_y, \omega, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_{x,y,z}(x, y, t, z) \exp(-i(k_x x + k_y y + \omega t)) dx dy dt \quad (1)$$

с пространственной и временной частотами k_x , k_y и ω проекций на декартовы оси вектора $E_{x,y,z}$ электрического поля E оптической волны, распространяющейся вдоль оси z (выделенность этого направления в области пространства, где анализируется эволюция поля электромагнитного излучения, формализуется асимптотическими требованиями $\frac{\partial E_{x,y,z}}{\partial x} \rightarrow 0$, $\frac{\partial E_{x,y,z}}{\partial y} \rightarrow 0$, $E_{x,y,z} \rightarrow 0$ при $x, y \rightarrow \pm\infty$) в однородной, изотропной диэлектрической среде с дисперсией показателя преломления $n(\omega)$, описывается соотношениями [9]

$$\begin{cases} g_{x,y}(k_x, k_y, \omega, z) = C_{x,y}(k_x, k_y, \omega) \exp(-i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \cdot z) \\ g_z(k_x, k_y, \omega, z) = \frac{k_x C_x(k_x, k_y, \omega) + k_y C_y(k_x, k_y, \omega)}{\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} \cdot \exp(-i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \cdot z) \end{cases}, \quad (2)$$

где $k = \frac{\omega}{c} n(\omega)$, c – скорость света в вакууме. В (2) C_x и C_y – компоненты пространственно-временного спектра излучения в плоскости $z = 0$, которые предполагаются известными. Отметим, что в однородных изотропных диэлектриках электрическое поле оптической волны характеризуется нулевой дивергенцией $\nabla \mathbf{E} = 0$, и граничное условие для z -компоненты спектра, как видно из (2), не произвольно, а связано с C_x и C_y .

Динамика электрического поля оптической волны по известному решению для спектра (2) определяется преобразованием Фурье

$$E_{x,y,z}(x, y, t, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g_{x,y,z}(k_x, k_y, \omega, z) \exp(i(k_x x + k_y y + \omega t)) dk_x dk_y d\omega. \quad (3)$$

Соотношения (1)–(3) описывают дифракционно-дисперсионную эволюцию в диэлектрических средах пространственно-временных спектров и полей оптических волн, у которых как пространственный, так и временной спектры могут быть сверхуширенными, т.е. волн, поперечные размеры которых сопоставимы с центральной длиной волны, а длительность – с центральным периодом колебаний.

Далее в работе ограничимся анализом распространения излучения с широким только временным спектром. Будем рассматривать параксиальное излучение, т.е. волны, пространственный спектр которых узок:

$$\{k_x^2\}, \{k_y^2\} \ll \frac{\{\omega^2\}}{c^2} n^2(\omega). \quad (4)$$

В неравенстве (4) $\{k_x^2\}$, $\{k_y^2\}$, $\{\omega^2\}$ – значения квадратов пространственных и временных частот области пространственно-временного спектра, в которой находится практически вся энергия волнового пакета.

Тогда, как следует из (2), наличием продольной компоненты поля волнового пакета можно пренебречь, а выражения для спектров поперечных компонент его поля записать в более простом виде:

$$g_{x,y}(k_x, k_y, \omega, z) = C_{x,y}(k_x, k_y, \omega) \exp\left(-ikz \left(1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k^2}\right)\right). \quad (5)$$

Рассмотрение особенностей дифракционной динамики полей и спектров параксиальных волн из малого числа колебаний в диэлектрических средах в настоящей работе проведем для гауссова граничного (при $z = 0$) поперечного пространственного распределения ее поля. Такие условия близки, например, полю эмиттеров терагерцового излучения в виде фотопроводников, поверхности которых облучаются импульсами мощных фемтосекундных лазеров инфракрасного диапазона спектра [5, 6].

Пусть излучение линейно поляризовано вдоль оси x , и его спектр при $z = 0$ имеет вид

$$C_x(k_x, k_y, \omega) = \pi \rho^2 \exp\left(-\frac{\rho^2(k_x^2 + k_y^2)}{4}\right) G_0(\omega). \quad (6)$$

Другими словами, поле осесимметрично и представляется на поверхности эмиттера соотношением

$$E_x(x, y, t) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\rho^2}\right) F_0(t), \quad (7)$$

где ρ – поперечный размер распределения поля волны; $F_0(t)$ – ее временной профиль, который пока не конкретизируется; $G_0(\omega)$ – преобразование Фурье от $F_0(t)$.

Тогда в соответствии с (5) пространственно-временной спектр волны на произвольном расстоянии z описывается соотношением

$$g(k_x, k_y, \omega, z) = \pi \rho^2 \exp\left(-\frac{\rho^2(k_x^2 + k_y^2)}{4}\right) \cdot \left(1 - i \frac{2cz}{\rho^2 n(\omega) \omega}\right) \cdot \exp\left(-i \frac{n(\omega) \omega z}{c}\right) \cdot G_0(\omega), \quad (8)$$

а рассчитываемое по формуле (3) с учетом соотношения (8) дифракционно-дисперсионное расплывание ее поля может быть представлено в виде

$$E(x, y, t, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, \omega, z) \exp(i\omega t) d\omega, \quad (9)$$

где пространственная зависимость временного спектра излучения имеет вид

$$G(x, y, \omega, z) = \frac{1 + i \frac{2cz}{\rho^2 n(\omega) \omega}}{1 + \left(\frac{2cz}{\rho^2 n(\omega) \omega}\right)^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\rho^2} \cdot \frac{1 + i \frac{2cz}{\rho^2 n(\omega) \omega}}{1 + \left(\frac{2cz}{\rho^2 n(\omega) \omega}\right)^2}\right) \exp\left(-i \frac{n(\omega) \omega z}{c}\right) G_0(\omega). \quad (10)$$

В соотношениях (8)–(10) и далее индекс x , означающий, что рассматривается излучение, линейно поляризованное вдоль оси x , для упрощения записи опускается.

Отметим, что в выражениях (8) и (10) показатель преломления $n(\omega)$ может быть комплексным $n(\omega) = n(\omega) + ik(\omega)$, поэтому эти соотношения описывают дифракционную динамику спектров излучения не только в прозрачных средах с дисперсией показателя преломления, но и в поглощающих средах с дисперсией коэффициента поглощения $\kappa(\omega)$. В данной работе ниже среды будем полагать прозрачными с $\kappa(\omega) = 0$.

Из (8) и (9) ясна важность оценки характерных расстояний

$$z_1 = \frac{\rho^2}{2c} \{n(\omega) \omega\}_{\min}, \quad (11)$$

$$z_2 = \frac{\rho^2}{2c} \{n(\omega) \omega\}_{\max}. \quad (12)$$

Здесь $\{n(\omega) \omega\}_{\max}^{\min}$ – минимальное и максимальное значения величины $\{n(\omega) \omega\}$ из диапазона частот, в котором находится практическая часть энергии излучения. При

$$z \ll z_1 \quad (13)$$

соотношения (8)–(9) принимают вид

$$g(k_x, k_y, \omega, z) = \pi \rho^2 \exp\left(\frac{-\rho^2 (k_x^2 + k_y^2)}{4}\right) \cdot \exp\left(-i \frac{n(\omega) \omega z}{c}\right) \cdot G_0(\omega), \quad (14)$$

$$E(x, y, t, z) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\rho^2}\right) \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_0(\omega) \cdot \exp\left(i\omega \left(t - \frac{n(\omega) z}{c}\right)\right) d\omega. \quad (15)$$

Неравенство (13) обычно называется приближением тени [10]. Оно соответствует расстояниям вблизи поверхности эмиттера излучения. Как видно из (14)–(15), при малых z изменения поперечного распределения поля еще не происходит, но следует учитывать изменение фазы волны (и ее поглощение) на пройденном волновым пакетом расстоянии. При

$$z \ll z_2 \quad (16)$$

соотношение (10) принимает вид

$$G(x, y, \omega, z) = i \frac{\rho^2 n(\omega) \omega}{2cz} \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\left(\frac{2cz}{\rho n(\omega) \omega}\right)^2}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{\left(\frac{2cz}{n(\omega) \omega}\right)^2}\right) \exp\left(-i \frac{n(\omega) \omega z}{c}\right) \cdot G_0(\omega). \quad (17)$$

Неравенство (16) определяет область дифракции Фраунгофера для всех спектральных компонент излучения. Выражение (17) для каждой из этих компонент описывает хорошо известную из учебных курсов [11] динамику гауссовых лазерных пучков в дальней зоне.

Приступим к анализу изменения временного профиля волнового пакета при его дифракционном расплывании. Ограничимся при этом случаем диэлектрических сред, дисперсией которых можно пренебречь, и будем полагать $n(\omega) = n_0 = const$. Для таких сред выражение для динамики спектра (17) может быть переписано в виде

$$G(x, y, \omega, z) = iT(z) \omega \cdot \exp\left(-T^2(z) \omega^2 \cdot \frac{x^2 + y^2}{\rho^2}\right) \cdot \exp\left(-i\omega \frac{n_0}{c} \left(z + \frac{x^2 + y^2}{2z}\right)\right) \cdot G_0(\omega), \quad (18)$$

где $T(z) = \frac{\rho^2 n_0}{2c} \cdot \frac{1}{z}$, а его преобразование Фурье (9) представлено как соотношение

$$E(x, y, t', z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T(z) \exp\left(-T^2(z)\omega^2 \cdot \frac{x^2 + y^2}{\rho^2}\right) \cdot i\omega G_0(\omega) \exp(i\omega t') d\omega, \quad (19)$$

где «запаздывающее» вследствие кривизны сферического волнового фронта время

$$t' = t - \frac{n_0}{c} \left(z - \frac{x^2 + y^2}{2z} \right). \quad (20)$$

Из соотношения (19) следует, что временной спектр поля излучения в новых переменных x, y, t', z имеет вид

$$G(x, y, \omega, z) = T(z) \exp\left(-T^2(z)\omega^2 \cdot \frac{x^2 + y^2}{\rho^2}\right) \cdot i\omega G_0(\omega). \quad (21)$$

На оси волнового пакета при $x = 0, y = 0$ выражение для спектра (21) принимает простой вид

$$G(0, 0, \omega, z) = T(z) \cdot i\omega G_0(\omega), \quad (22)$$

из которого следует, что временная структура поля на оси пучка при любой форме импульса на границе среды $E_0(t) = 0$ в дальней зоне дифракции определяется ее производной [12]

$$E(0, 0, t', z) = T(z) \frac{\partial E_0(t')}{\partial t'} \quad (23)$$

Как видно из (21) и (22), временной спектр поля излучения в области дифракции Фраунгофера при малых x и y смещен по сравнению со спектром на входе в среду $G_0(\omega)$ в высокочастотную область; при больших x и y – в низкочастотную область. Закон сохранения общей энергии излучения

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |G(x, y, \omega, z)|^2 dx dy d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |G(x, y, \omega, 0)|^2 dx dy d\omega \quad (24)$$

для зависимости (21) при этом, как легко проверить, соблюдается (интеграл (24) от координаты z не зависит).

Временную эволюцию поля волнового пакета в дальней зоне дифракции проиллюстрируем для однопериодной на границе волны вида (рис. 1, а)

$$E(t) = E_0 \frac{t}{\tau} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right), \quad (25)$$

которая хорошо аппроксимирует терагерцовое излучение фотопроводящих полупроводниковых эмиттеров, облучаемых импульсами фемтосекундных лазеров [7, 13]. Волна (25) имеет спектр (рис. 1, б)

$$G_0(\omega) = -\frac{\sqrt{\pi}}{2} \tau^2 E_0 i \omega \exp\left(-\left(\frac{\tau\omega}{2}\right)^2\right). \quad (26)$$

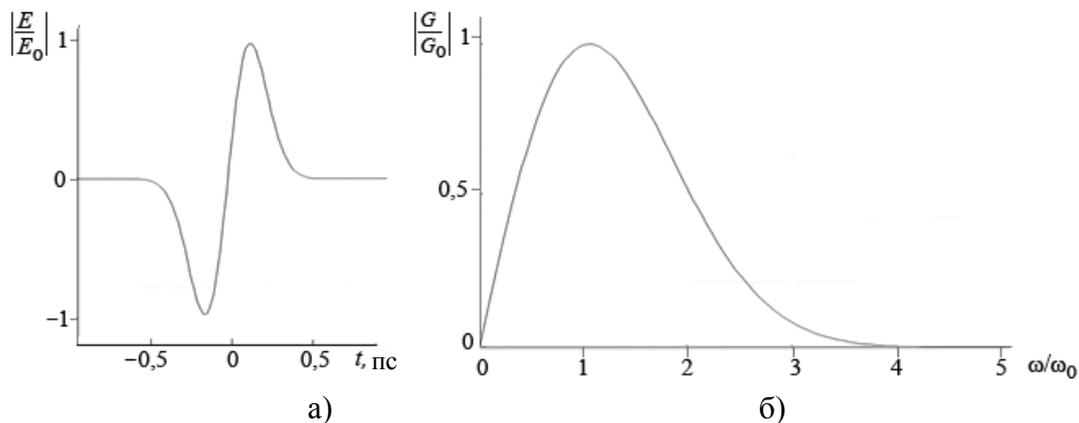


Рис. 1. Нормированные зависимости электрического поля E от времени t (а) и модуля спектра $|G|$ от нормированной частоты ω/ω_0 (б) на эмиттере терагерцовой электромагнитной волны

Преобразование Фурье (9) от (21) с учетом конкретного вида спектра излучения эмиттера (26) выполняется в элементарных функциях, и

$$E(x, y, t', z) = E_0 \cdot A^3(x, y, z) \cdot \frac{T(z)}{\tau} \left[1 - 2 \left(A(x, y, z) \frac{t'}{\tau} \right)^2 \right] \cdot \exp \left(- \left(A(x, y, z) \frac{t'}{\tau} \right) \right), \quad (27)$$

где $A(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2T(z)}{\tau} \right)^2 \cdot \frac{x^2 + y^2}{\rho^2}}}$, $T(z) = \frac{n_0 \rho^2}{2cz}$, а «запаздывающее» время t' определяется соотно-

шением (20). Вблизи оси пучка при

$$x^2 + y^2 \ll \frac{\rho^2 \tau^2}{4T^2(z)} = \alpha^2 z^2, \quad (28)$$

где

$$\alpha = \frac{c\tau}{n_0 \rho}, \quad (29)$$

выражение для поля (27) упрощается и принимает вид

$$E(t', z) = E_0 \frac{T(z)}{\tau} \left[1 - 2 \left(\frac{t'}{\tau} \right)^2 \right] \exp \left(- \left(\frac{t'}{\tau} \right) \right), \quad (30)$$

которое, как отмечено выше, есть умноженная на $T(z)$ производная поля на эмиттере излучения $E_0(t)$.

Оценки расстояний до характерных областей дифракции и изменений пространственно-временных параметров однопериодной терагерцовой волны

Проведем оценку характерных дифракционных расстояний для однопериодной на эмиттере терагерцовой волны (27) с гауссовым поперечным распределением (7), полагая длительность волнового пакета $\tau = 0,2$ пс, а его поперечные размеры – $\rho = 3$ мм. Временной профиль такой волны и ее спектр приведены на рис. 1. Из рисунка видно, что основная часть энергии излучения лежит в интервале частот от $\nu_{\min} = 0,1$ ТГц до $\nu_{\max} = 3,5$ ТГц.

На расстоянии, в несколько раз меньшем $z_1 = 10$ мм (11), для рассматриваемого волнового пакета выполняется приближение тени (13) и изменение его пространственно-временной структуры еще не происходит. На расстоянии, в несколько раз большем $z_2 = 35$ см (12), реализуется дифракция Фраунгофера и терагерцовое излучение принимает вид сферической волны (27). Поперечный размер светового пятна в этой зоне дифракции увеличивается в $\frac{\tau}{2T}$ раз и, например, на расстоянии в 1 м становится равным 10 см. В углах, в несколько раз меньших $\alpha = 0,1$ (29), зависимостью поля от поперечной координаты можно пренебречь и его временной профиль принимает вид (30). На рис. 2 приведены этот временной профиль (а) и его спектр (б), пунктиром даны временной профиль и спектр на эмиттере при $z = 0$. Из рисунка видно, что из однопериодной в дальней зоне дифракции вблизи оси волна становится полупериодной, а ее спектр смещается в область высоких частот.

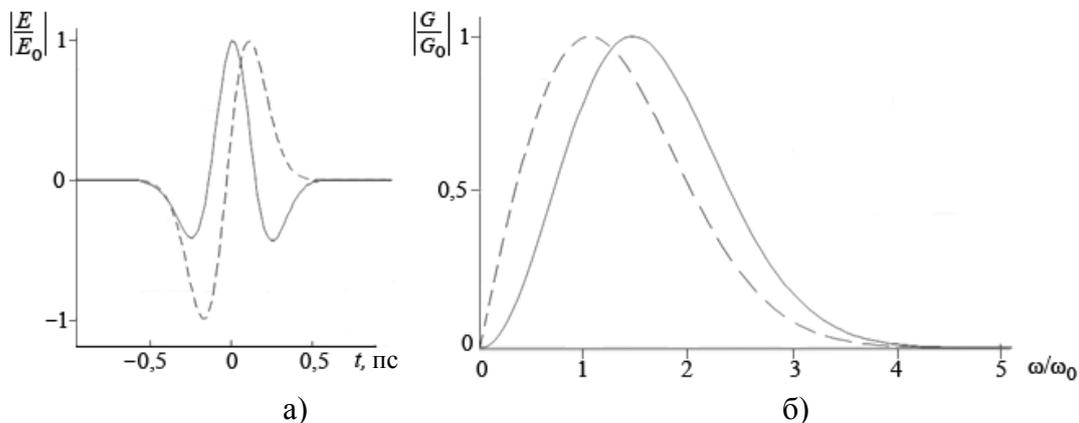


Рис. 2. Нормированные зависимости электрического поля E от времени t (а) и модуля спектра $|G|$ от нормированной частоты ω/ω_0 терагерцовой волны (б) в зоне дифракции Фраунгофера вблизи оси волнового пакета. Пунктиром показаны эти зависимости на эмиттере

Иллюстрации пространственно-временной структуры дифрагировавшей терагерцовой волны

На рис. 3 продемонстрированы плоскостные изображения поля волнового пакета с гауссовым в плоскости источника поперечным распределением в ближней и дальней зоне дифракции. Светло-серым участкам изображения соответствуют максимальные положительные значения поля, темно-серым – максимальные отрицательные значения. Как видно из рисунка, в дальней зоне однопериодная волна превращается в полупериодную, вблизи оптической оси максимум частоты сдвигается в область высоких частот, однако по мере удаления от оптической оси наблюдается обратная динамика – сдвиг спектра в область низких частот. Волновой фронт пучка в дальней зоне уширяется и становится сферическим.

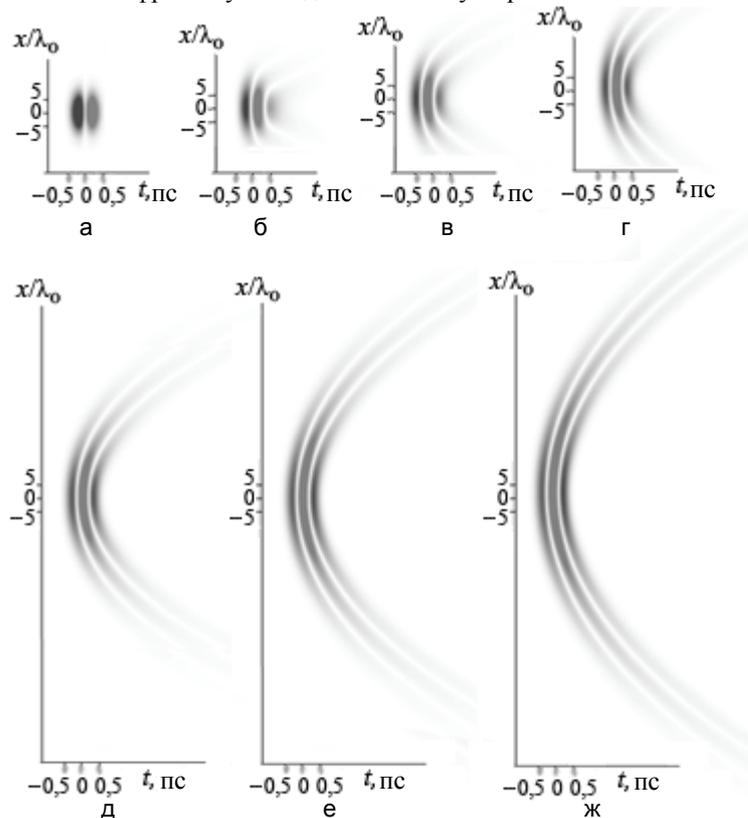


Рис. 3. Пространственно-временная эволюция электрического поля терагерцового излучения с гауссовым поперечным распределением и входными пространственно-временными параметрами $\lambda_0 = 0,3$ мм, $\rho = 10\lambda_0$, $\tau = 0,2$ пс по мере распространения в воздухе на расстояниях: а) 0; б) 40 мм; в) 75 мм; г) 125 мм; д) 200 мм; е) 300 мм; ж) 400 мм

Заключение

В работе показано, что по мере дифракционного распространения параосиального терагерцового волнового пакета происходят изменения не только пространственной, но и временной структуры излучения: для любой временной зависимости электрического поля вблизи оптической оси на эмиттере электрическое поле вблизи оси в дальней зоне дифракции определяется ее производной. В частности, однопериодная терагерцовая волна в зоне дифракции Фраунгофера превращается в полупериодную, а ее спектр вблизи оптической оси смещается в область высоких частот, в то время как по мере удаления от оси наблюдается смещение в противоположном направлении – в область частот ниже исходной центральной частоты импульса в плоскости источника.

Работа поддержана грантами НШ-5707.2010.2, РНП 2.1.1/4923, ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы ГК № П872.

Литература

1. Волков А.А., Горшунов Б.П., Козлов Г.В. Динамические свойства проводящих материалов // Труды ИОФАН. – М.: Наука, 1990. – Т. 25. – С. 112–161.
2. Беспалов В.Г. Сверхширокополосное импульсное излучение в терагерцовой области спектра: получение и применение // Оптический журнал. – 2006. – Т. 73. – № 11. – С. 28–37.

3. Lee Y.-S. Principles of Terahertz Science and Technology. Corvallis: Springer Science+Business Media, 2009. – 347 p.
4. Fitzgerald A. J., Cole B. E., Taday P. F. Nondestructive analysis of tablet coating thicknesses using terahertz pulsed imaging. J. Pharm. Sci. – 2006. – V. 94. – № 1. – P. 177–183.
5. Zhang X.-C., Xu J. Introduction to THz wave photonics.–N.Y.: Springer Science+Business Media, 2010. – 246 p.
6. Крюков П.Г. Фемтосекундные импульсы. Введение в новую область лазерной физики. – М.: Физматлит, 2008. – 208 с.
7. Gürtler A., Winnewisser C., Helm H., Jepsen P.U. Terahertz pulse propagation in the near field and the far field // JOSA A. – 2000. – V. 17 – № 1. – P. 74–83.
8. Kaplan A.E. Diffraction-induced transformation of near-cycle and subcycle pulses // JOSA B. – 1998. – V.15 – № 3. – P. 951–956.
9. Козлов С.А., Самарцев В.В. Основы фемтосекундной оптики. – М.: Физматлит, 2009. – 292 с.
10. Литвиненко О.Н. Основы радиофизики. – Киев: Техника, 1974. – 208 с.
11. Бутиков Е.И. Оптика. – М.: Высш. шк., 1986. –512 с.
12. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. – М.: Мир, 1970. – 346 с.
13. Greene B.I., Saeta P.N., Douglas R.D., Schmitt-Rink S., Chuang S.L. Far-infrared light generation at semiconductor surfaces and its spectroscopic applications // IEEE J. Quant. Electron. – 1992. – V.28. – № 10. – P. 2302–2312.

- Езерская Анна Александровна* – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, студент, a.a.ezerskaya@gmail.com
- Иванов Дмитрий Владимирович* – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, студент, dmitry.haxpeha@gmail.com
- Беспалов Виктор Георгиевич* – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, профессор, victorbepaloff@gmail.com
- Козлов Сергей Аркадьевич* – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, профессор, декан, kozlov@mail.ifmo.ru