УДК 535.135

О ДВИЖЕНИИ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ И ДИСПЕРСИОННОМ РАСПЛЫВАНИИ В ПРОЗРАЧНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ ИСХОДНО ОДНОПЕРИОДНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА

Ю.А. Капойко, С.А. Козлов

Получены выражения для скоростей движения центра тяжести и дисперсионного расплывания импульсов, содержащих на входе в волноведущую среду лишь одно полное колебание светового поля. Показано, что для таких предельно коротких по числу колебаний входных оптических импульсов эти скорости прямо пропорциональны дисперсионным характеристикам волновода и обратно пропорциональны квадрату исходной длительности импульса.

Ключевые слова: одноопериодные импульсы, распространение, дисперсия.

Введение

При теоретическом анализе распространения импульсного излучения в волноведущих средах, в которых можно пренебречь изменением поперечной структуры светового пучка, рассматривается деформация формы и фазовая модуляция оптического импульса. Это дает исчерпывающую информацию об изменении его структуры в среде [1]. Когда такой полный анализ является трудоемким или не необходимым, часто ограничиваются рассмотрением изменения в среде интегральных параметров импульса, например, его длительности [2, 3]. Так, в работе [4] получены широко используемые на практике выражения, характеризующие эволюцию в оптических средах среднеквадратичной длительности квазимонохроматических световых импульсов произвольной на входе в среду формы (обзор статей в развитие результатов этой работы можно найти, например, в [2, 3]).

Бурное развитие в последние два десятилетия оптики волн из малого числа колебаний [5] привело к необходимости изучения распространения сверхширокополосных импульсов, которые не могут быть рассмотрены в рамках квазимонохроматического приближения. В работе [6] были получены аналитические выражения, описывающие динамику в прозрачных оптических средах средних параметров (центра тяжести и длительности) импульсов без ограничения на их начальную длительность. В настоящей работе показано, что для предельно коротких по числу колебаний однопериодных входных оптических импульсов эти выражения могут быть записаны в виде элементарных функций от характеристик среды и входных параметров импульсов.

Модель динамики поля импульса в волноведущей среде

В настоящей работе ограничимся простейшей моделью дисперсии эффективного показателя преломления волноведущей среды

$$n(\omega) = N_0 + a_1 c\omega^2 , \tag{1.1}$$

где ω – частота, c – скорость света в вакууме, N_0, a_1 – константы, характеризующие волноводную и материальную дисперсию оптического волновода. Дисперсии (1.1) соответствует уравнение динамики поля световой волны вида [7]

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{N_0}{c}\frac{\partial E}{\partial t} - a_1 \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} = 0 , \tag{1.2}$$

где E – напряженность электрического поля, z – направление распространения волны, t – время.

Анализ движения средних параметров импульсов, динамика поля которых описывается уравнением (1.2), проведем для входного импульса вида

$$E = E_0 \frac{t}{t_0} e^{-t^2/t_0^2} , \tag{1.3}$$

где E_0 – амплитуда, t_0 – длительность импульса. На рис. 1 иллюстрирован всплеск электромагнитного поля (1.3), представляющий собой лишь одно его полное колебание, и спектр импульса. Такие одноперіодные импульсы устойчиво получают, например, в терагерцовом спектральном диапазоне [8, 9].

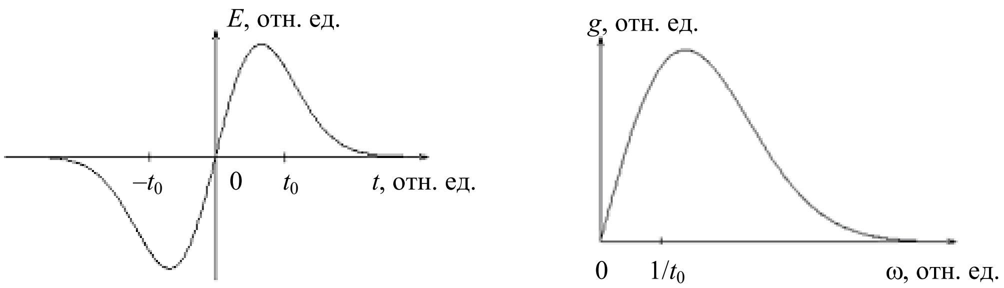

Рис. 1. Поле и спектр однопериодного импульса

Движение центра тяжести импульса

Рассмотрим зависимость от координаты z момента распределения поля E первого порядка [10]

$$< t >= \frac{1}{W}\int_{-\infty}^{+\infty} tE^2 dt , \tag{2.1}$$

где $W = \int_{-\infty}^{+\infty} E^2 dt$ – энергия импульса. Найдем $\frac{d<t>}{dz}$, для этого продифференцируем (2.1) по z, заменив $\frac{dE}{dz}$ из волнового уравнения (1.2) и полагая

$$\begin{cases} E \overset{t\to\pm\infty}{\to} 0, \\ \frac{\partial^n E}{\partial t^n} \overset{t\to\pm\infty}{\to} 0, n \geq 1, \end{cases} \tag{2.2}$$

получим

$$\frac{d<t>}{dz} = \frac{N_0}{c} + \frac{3}{2}a_1 \int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\partial E}{\partial t}\right)^2 dt . \tag{2.3}$$

Используя (1.2) и (2.2), можно показать, что производная (2.3) по координате z равна нулю, т. е. выражение (2.3) является интегралом движения уравнения (1.2). Тогда можно заменить распределение поля E на начальное (1.3) и, произведя упрощения, получить для однопериодного на входе в среду импульса выражение для скорости его движения в среде вида

$$\frac{d<t>}{dz} = \frac{1}{c}\left[N_0 + \frac{9a_1 c}{t_0^2}\right]. \tag{2.4}$$

Эволюция длительности импульса

Под длительностью импульса в работе будет пониматься квадратный корень из центрального момента распределения поля второго порядка [2]

$$\tau = <\Delta t^2>^{1/2} = \left[\frac{1}{W}\int_{-\infty}^{\infty}\left(t - <t>\right)^2 E^2 dt\right]^{1/2} = \left[<t^2> - <t>^2\right]^{1/2}, \tag{3.1}$$

где

$$<t^2> = \frac{1}{W}\int_{-\infty}^{+\infty} t^2 E^2 dt \; - \tag{3.2}$$

момент распределения поля второго порядка.

Используя (1.2) и (2.2), можно показать, что первая производная (3.2) по координате z определяется зависящим от z выражением

$$\frac{d<t^2>}{dz} = \frac{2}{W}\frac{N_0}{c}\int_{-\infty}^{+\infty} tE^2 dt + \frac{6}{W}a_1\int_{-\infty}^{+\infty} t\left(\frac{\partial E}{\partial t}\right)^2 dt, \tag{3.3}$$

а вторая производная (3.2) по координате z определяется выражением

$$\frac{d^2<t^2>}{dz^2} = \frac{2N_0^2}{c^2} + \frac{18}{W}a_1^2\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}\right)^2 dt - \frac{12}{W}\frac{N_0 a_1}{c}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{\partial E}{\partial t}\right)^2 dt, \tag{3.4}$$

причем выражение (3.4) не зависит от координаты z, т. е. является интегралом движения уравнения (1.2).

С учетом (3.1), а также сохранения величин (2.3) и (3.4) при распространении импульса выражение для квадрата среднеквадратичной длительности импульса можно привести к виду

$$\tau^2 = \tau_0^2 + \left(\frac{d<t^2>}{dz}\right)_0 z + \left[\frac{1}{2}\frac{d^2<t^2>}{dz^2} - \left(\frac{d<t>}{dz}\right)^2\right]z^2, \tag{3.5}$$

при получении которого полагали $<t>_0 = 0$ (время, в которое центр тяжести импульса проходит плоскость $z = 0$), а также ввели обозначение $\tau_0^2 = <t^2>_0^{1/2}$ – длительность импульса на входе в среду.

Для однопериодного на входе в среду импульса скорость дисперсионного расплывания определяется соотношением

$$\frac{1}{2}\frac{d^2<t^2>}{dz^2} - \left(\frac{d<t>}{dz}\right)^2 = \frac{1}{t_0^4}54a_1^2. \tag{3.6}$$

Заключение

В работе получены выражения для скоростей движения центра тяжести и дисперсионного расплывания импульсов, содержащих на входе в волноведущую среду лишь одно полное колебание светового поля. Показано, что для таких импульсов эти скорости прямо пропорциональны дисперсионным характеристикам волновода и обратно пропорциональны квадрату начальной длительности импульса.

Работа поддержана грантами НШ-5707.2010.2 и РНП 2.1.1/4923.

Литература

1. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. – М.: Наука, 1979 – 383 с.
2. Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 312 с.
3. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика – М.: Мир, 1996. – 324 с.
4. Anderson D., Lisak M. Analytic study of pulse broadening in despersive optical fibers // В кн. Physical Review A (Jan 1, 1987) vol. 35, number 1.
5. Козлов С.А., Самарцев В.В. Основы фемтосекундной оптики – М.: Физматлит, 2009. – 292 с.
6. Барсуков В.С., Карасев В.Б., Козлов С.А., Шполянский Ю.А. Дисперсионное расплывание фемтосекундных световых импульсов с континуумным спектром // В кн. Оптические и лазерные технологии – СПб: СПбГУ ИТМО, 2001. – С. 11–17.
7. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах – М.: Наука, 1973. – 176 с.
8. Крюков П. Г. Фемтосекундные импульсы – М.: Физматлит, 2008. – 208 с.
9. Lee Y.-S. Principles of Teraherz Science and Technology – New-York: Springer, 2009.
10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров – М.: Наука, 1968. – 720 с.

Капойко Юрий Александрович – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, студент, kapojko@yandex.ru

Козлов Сергей Аркадьевич – Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, профессор, декан, kozlov@mail.ifmo.ru