УДК 681.51.015

ГИБРИДНЫЙ АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЧАСТОТ МУЛЬТИСИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА[4]

А.А. Бобцов, А.А. Ведяков, С.А. Колюбин, А.А. Пыркин

Рассматривается задача идентификации неизвестных частот мультисинусоидального сигнала на примере двух гармоник. На базе метода каскадной редукции предложен алгоритм идентификации, позволяющий ускорять процесс параметрической сходимости оценок неизвестных частот мультисинусоидального сигнала.

Ключевые слова: синусоидальный сигнал, редукция, идентификация.

Рассмотрим мультисинусоидальный сигнал, представленный в виде суммы двух гармоник

$$y(t) = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2), \tag{1}$$

где $A_1; \omega_1; \varphi_1; A_2; \omega_2; \varphi_2$ – неизвестные постоянные параметры. Ставится задача синтеза алгоритма идентификации неизвестных параметров ω_1, ω_2 – частот мультисинусоидального сигнала $y(t)$. Очевидно, что такая задача решается не впервые (например, [1–3]). Однако проблема быстродействия сходимости настраиваемых параметров к истинным значениям для мультисинусоидального сигнала, насколько известно авторам, ранее не обсуждалась. В основном предлагается решение данной проблемы и анализируется устойчивость полученных алгоритмов. В этой работе предлагается новый алгоритм идентификации частот сигнала вида (1) и аналогично [4] даются конкретные рекомендации по ускорению процессов параметрической сходимости.

Осуществим параметризацию модели (1) следующим образом:

$$p^4 y(t) = \theta_1 p^2 y(t) + \theta_2 y(t), \tag{2}$$

где $p = d/dt$, $\theta_1 = -\omega_1^2 - \omega_2^2$, $\theta_2 = -\omega_1^2\omega_2^2$ – неизвестные параметры, подлежащие идентификации.

Введем новые обозначения:

$$z(t) = \frac{p^4}{(p+\lambda)^4} y(t), \ \varsigma_1(t) = \frac{p^2}{(p+\lambda)^4} y(t), \ \varsigma_2(t) = \frac{1}{(p+\lambda)^4} y(t), \tag{3}$$

где $\lambda > 0$ – некоторый выбираемый при синтезе коэффициент. Тогда, используя преобразования (2)–(3), для модели (1) имеем

$$z(t) = \theta_1 \varsigma_1(t) + \theta_2 \varsigma_2(t) + \varepsilon(t) = \boldsymbol{\varsigma}^T \boldsymbol{\theta}, \tag{4}$$

где $\boldsymbol{\theta} = col\{\theta_1, \theta_2\}$, $\boldsymbol{\varsigma} = col\{\varsigma_1, \varsigma_2\}$ и $\varepsilon(t)$ – экспоненциально затухающее слагаемое, обусловленное ненулевыми начальными условиями.

Аналогично [4], пренебрегая $\varepsilon(t)$, можно воспользоваться алгоритмом идентификации вида

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{\theta}}} = -k\boldsymbol{\varsigma}\boldsymbol{\varsigma}^T \widehat{\boldsymbol{\theta}} + k\boldsymbol{\varsigma} z, \tag{5}$$

где $\widehat{\boldsymbol{\theta}}$ – оценка вектора $\boldsymbol{\theta}$, а $k > 0$ – некоторый коэффициент, либо задаваемый при синтезе, либо настраиваемый в процессе работы.

В скалярном случае за счет увеличения коэффициента $k > 0$ можно достигать увеличения быстродействия параметрической сходимости [4]. Однако в более общем случае, как, например в (5), увеличение коэффициента $k > 0$ не позволит гарантировать увеличения быстродействия параметрической сходимости. Решение данной проблемы может быть найдено с использованием гибридной схемы настройки параметров, базирующейся на методе каскадной редукции [5]. Преобразуем (4), следуя данному методу. Для этого последовательно умножим (4) на ς_1 и проинтегрируем полученное уравнение, т.е.

$$z\varsigma_1 = \theta_1 \varsigma_1^2 + \theta_2 \varsigma_2 \varsigma_1, \ \int_0^t z\varsigma_1 d\tau = \theta_1 \int_0^t \varsigma_1^2 d\tau + \theta_2 \int_0^t \varsigma_2 \varsigma_1 d\tau.$$

Введем обозначения $\xi_1 = \int_0^t z\varsigma_1 d\tau$, $\xi_2 = \int_0^t \varsigma_1^2 d\tau$ и $\xi_3 = \int_0^t \varsigma_2\varsigma_1 d\tau$ и последовательно сначала разделим на ξ_2, а затем продифференцируем последнее соотношение. Тогда получаем

$$\dot{\xi}_1 \xi_2^{-1} - \xi_1 \dot{\xi}_2 \xi_2^{-2} = \theta_2 (\dot{\xi}_3 \xi_2^{-1} - \xi_3 \dot{\xi}_2 \xi_2^{-2})$$

или

$$\dot{\xi}_1 \xi_2 - \xi_1 \dot{\xi}_2 = \theta_2 (\dot{\xi}_3 \xi_2 - \xi_3 \dot{\xi}_2). \tag{6}$$

---

[4] Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы» (государственный контракт № 11.519.11.4007).

Введем следующие обозначения: $\bar{z} = \dot{\xi}_1\xi_2 - \xi_1\dot{\xi}_2$ и $\bar{\varsigma}_2 = \dot{\xi}_3\xi_2 - \xi_3\dot{\xi}_2$. Тогда уравнение (6) примет вид

$$\bar{z}(t) = \theta_2\bar{\varsigma}_2 . \qquad (7)$$

Из (7) легко получить алгоритм идентификации параметра θ_2

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = -\gamma_2\bar{\varsigma}_2^2\hat{\theta}_2 + \gamma_2\bar{\varsigma}_2\bar{z} , \qquad (8)$$

где $\gamma_2 > 0$ – некоторый параметр, увеличение которого позволяет повысить скорость сходимости $\hat{\theta}_2$ к θ_2. Пренебрегая в уравнении (4) экспоненциально затухающим слагаемым $\varepsilon(t)$, для идентификации параметра θ_1 будем использовать алгоритм вида

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = -\gamma_1\varsigma_1^2\hat{\theta}_1 + \gamma_1\bar{\varsigma}_1 z' , \qquad (9)$$

где $z' = z - \hat{\theta}_2\varsigma_2$ и $\gamma_1 > 0$ – некоторый параметр, увеличение которого, как и в предыдущем случае, позволяет повысить скорость сходимости $\hat{\theta}_1$ к θ_1.

Таким образом, получаем гибридную схему идентификации $\theta_1 = -\omega_1^2 - \omega_2^2$ и $\theta_2 = -\omega_1^2\omega_2^2$, подразумевающую использование редуцированной модели (7) и параметрическую настройку с использованием алгоритмов (8)–(9). На основе оценок $\hat{\theta}_1$ и $\hat{\theta}_2$ нетрудно получить оценки частот двух гармоник исходного сигнала $\hat{\omega}_1$ и $\hat{\omega}_2$, решив квадратное уравнение. Для ускорения процесса параметрической сходимости оценок неизвестных частот мультисинусоидального сигнала (1) необходимо увеличивать коэффициенты λ, γ_1 и γ_2.

Для иллюстрации работоспособности предлагаемой схемы идентификации вида (8)–(9) приведем результаты компьютерного моделирования алгоритмов оценивания частот сигнала $y(t) = \sin t + 6\sin(2t - 2)$ при $\lambda = 1$ и $\gamma_1 = \gamma_2 = 10$ (рисунок).

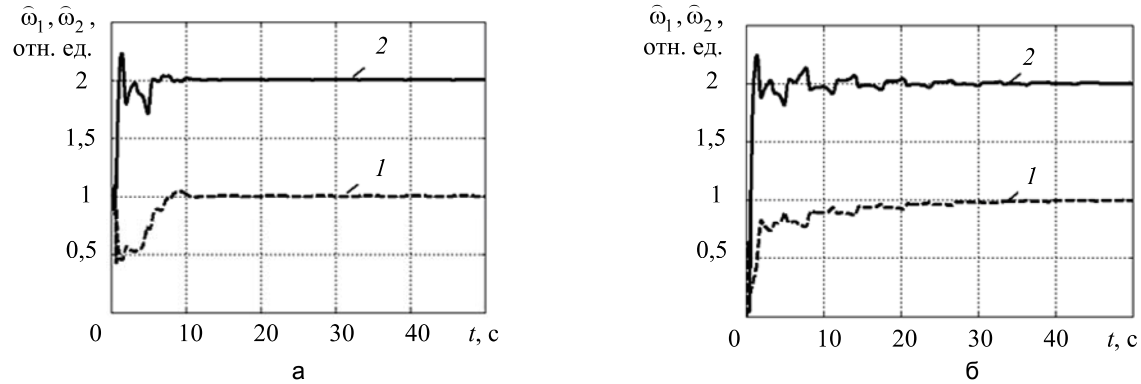

Рисунок. Результаты моделирования алгоритмов оценивания частот сигнала $y(t)$ ($\hat{\omega}_1$ – кривая 1; $\hat{\omega}_2$ – кривая 2): оценка частот алгоритмом (8)–(9) (а); оценка частот алгоритмом [4] (б)

Из рисунка видно, что новый алгоритм оценивания частот (8)–(9) на базе метода каскадной редукции работает быстрее и точнее при одинаковых настроечных коэффициентах λ и γ, чем метод, опубликованный в [4]. В заключение следует отметить, что предлагаемый подход к идентификации частот сигнала вида (1) предусматривает дальнейшее изучение, поскольку при синтезе алгоритма идентификации не были учтены помехи в измерении, а также было опущено экспоненциально затухающее слагаемое $\varepsilon(t)$, влияющее на качество процессов.

Литература

1. Obregón-Pulido G., Castillo-Toledo B. and A.A. Loukianov. Globally Convergent Estimator for n–Frequencies // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2002. – V. 47. – P. 857–863.
2. Xia X. Global Frequency Estimation Using Adaptive Identifiers // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2002. – V. 47. – P. 1188–1193.
3. Marino R., Tomei P. Global Estimation of n Unknown Frequencies // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2002. – V. 47. – P. 1324–1328.
4. Aranovskiy S., Bobtsov A., Kremlev A., Nikolaev N., Slita O. Identification of frequency of biased harmonic signal // European Journal of Control. – 2010. – № 2. – P. 129–139.
5. Арановский С.В., Бобцов А.А., Пыркин А.А. Каскадная редукция в задачах идентификации // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2012. – № 3 (79). – С. 149–150.

Бобцов Алексей Алексеевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой, bobtsov@mail.ifmo.ru

Ведяков Алексей Алексеевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, инженер, vedyakov@gmail.com

Колюбин Сергей Алексеевич – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, s.kolyubin@gmail.com

Пыркин Антон Александрович – Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кандидат технических наук, доцент, a.pyrkin@gmail.com