

УДК 62-50

## РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РОБОТОМ-МАНИПУЛЯТОРОМ В ДИСКРЕТНОМ ВРЕМЕНИ<sup>6</sup>

С.В. Гусев

Рассматривается проблема управления движением робота-манипулятора в условиях неопределенности относительно его динамических характеристик и при наличии недоступных измерению возмущений. Предложен линейный регулятор для стабилизации программных движений робота-манипулятора, действующий в дискретном времени. Показано, что при уменьшении интервала дискретизации регулятор может обеспечить стабилизацию программного движения с любой наперед заданной точностью.

**Ключевые слова:** робот-манипулятор, робастное управление, линейный регулятор, дискретное время.

### Введение

Существует несколько подходов к решению проблемы управления движением робота-манипулятора в условиях неопределенности: адаптивное управление [1–6], робастное управление [7–9], управление с помощью скользящих режимов [10, 11], управление с помощью нейронных сетей [12, 13]. При этом большинство публикаций посвящено управлению в непрерывном времени. В то же время как измерения, так и управление в современных роботах осуществляются с помощью цифровых устройств, действующих в дискретном времени. По этой причине построение регуляторов в дискретном времени представляет очевидный практический интерес.

Существенно меньше публикаций касается управления роботом-манипулятором в дискретном времени [1, 14–17]. В этих работах строятся нелинейные регуляторы. Цель данной работы – предложить линейный робастный регулятор, действующий в дискретном времени и использующий минимум информации о динамике робота.

### Постановка задачи

Динамика манипулятора описывается уравнениями Лагранжа

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{b}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}) = \mathbf{u} + \mathbf{w}(t), \quad (1)$$

где  $\mathbf{q} \in \mathbf{R}^n$  – вектор обобщенных координат;  $\dot{\mathbf{q}}$  и  $\ddot{\mathbf{q}}$  – его первая и вторая производные;  $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^n$  – вектор обобщенных моментов, развиваемых соответствующими приводами;  $\mathbf{w} \in \mathbf{R}^n$  – возмущение; симметричная матрица  $\mathbf{A}(\mathbf{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  – матрица кинетической энергии;  $\mathbf{b}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}) \in \mathbf{R}^n$ . Относительно возмущения  $\mathbf{w}(t)$  предполагается только, что оно ограничено:

$$|\mathbf{w}(t)| \leq C.$$

В частности,  $\mathbf{w}(t)$  может включать разрывные силы трения. Предположим, что матрица кинетической энергии  $\mathbf{A}(\mathbf{q})$  при всех  $\mathbf{q}$  удовлетворяет неравенствам

$$\alpha \mathbf{I} \leq \mathbf{A}(\mathbf{q}) \leq a \mathbf{I}, \quad (2)$$

где  $\alpha, a > 0$ ;  $\mathbf{I}$  – единичная матрица размера  $n \times n$ . Неравенства (2) понимаются как неравенства для квадратичных форм. При построении регулятора будет использована только константа  $\alpha$ , знание величин  $a$  и  $C$  не требуется.

Предполагается, что задано программное движение  $\mathbf{p}(t) \in \mathbf{R}^n$ , которое имеет непрерывные и ограниченные первую и вторую производные. Целью управления является отслеживание программного движения с заданной точностью.

Особенностью данной работы является то, что управление и измерения происходят в дискретном времени. Пусть задано некоторое  $\delta > 0$ , определяющее интервал дискретизации времени. Предполагается, что в дискретные моменты  $t_k = k\delta, k = 0, 1, 2, \dots$ , измеряются обобщенные координаты  $\mathbf{q}_k = \mathbf{q}(t_k)$  и скорости  $\dot{\mathbf{q}}_k = \dot{\mathbf{q}}(t_k)$ . Вычисление управления  $\mathbf{u}(t)$ , используемого на интервале  $[t_k, t_{k+1}) = [k\delta, (k+1)\delta)$ , также осуществляется в моменты  $t_k$ . Управление имеет следующий вид:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{cases} \mathbf{u}_k^1, & \text{где } t \in [k\delta, k\delta + \delta/2), \\ \mathbf{u}_k^2, & \text{где } t \in [k\delta + \delta/2, (k+1)\delta). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{u}_k^1$  – управление на первой половине, а  $\mathbf{u}_k^2$  – управление на второй половине интервала  $[t_k, t_{k+1})$ .

<sup>6</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2013 годы» (государственный контракт № 11.519.11.4007).

Рассмотрим векторы  $\mathbf{X}_k = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t_k) \\ \mathbf{q}(t_k) \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{Z}_k = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{p}}(t_k) \\ \mathbf{p}(t_k) \end{pmatrix}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , определяющие значения реального и программного фазового вектора системы в момент  $t_k$ . Роль нового управления в системе, функционирующей в дискретном времени, будет играть вектор  $\mathbf{U}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{u}_k^1 \\ \mathbf{u}_k^2 \end{pmatrix}$ . При построении стабилизирующего управления рассмотрим два случая: управление при отсутствии и при наличии начального рассогласования между программным и реальным движением.

### Управление при отсутствии начального рассогласования

Закон управления определим соотношением

$$\mathbf{U}_k = \gamma \mathbf{G}(\delta)(\mathbf{X}_k - \mathbf{Z}_k), \quad (4)$$

где  $\gamma > 0$ ,  $\mathbf{G}(\delta) = \begin{pmatrix} -3\delta^{-1}\mathbf{I} & -4\delta^{-2}\mathbf{I} \\ \delta^{-1}\mathbf{I} & 4\delta^{-2}\mathbf{I} \end{pmatrix}$  – матрица размера  $2n \times 2n$ .

**Теорема 1.** Пусть

$$\gamma < 2\alpha. \quad (5)$$

Найдутся такие константы  $\Delta > 0$  и  $K > 0$ , что для любого начального состояния  $\mathbf{X}_0$  и для всех  $\delta \leq \Delta$  неравенства

$$|\mathbf{q}(t) - \mathbf{p}(t)| \leq K\delta^2, \quad |\dot{\mathbf{q}}(t) - \dot{\mathbf{p}}(t)| \leq K\delta, \quad |\mathbf{u}(t)| \leq K,$$

выполнены на решениях замкнутой системы управления (1), (3), (4) при всех  $t \geq 0$ , при условии, что реальное состояние совпадает с программным в начальный момент, т.е.

$$\mathbf{X}_0 = \mathbf{Z}_0. \quad (6)$$

В принципе условие (6) не является ограничительным, так как всегда можно построить удовлетворяющее ему программное движение. Однако обычно программное движение задано заранее, и средства для его изменения не предусмотрены в системе управления. Исходя из этого, представляет интерес построить управление, обеспечивающее стабилизацию программного движения без предположения (6).

### Управление при наличии начального рассогласования

Пусть вектор  $\mathbf{r}(t) \in \mathbf{R}^n$  есть решение устойчивого линейного дифференциального уравнения

$$\ddot{\mathbf{r}}(t) + d_1 \dot{\mathbf{r}}(t) + d_0 \mathbf{r}(t) = 0 \quad (7)$$

с начальными данными

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{q}(0) - \mathbf{p}(0), \quad \dot{\mathbf{r}}(0) = \dot{\mathbf{q}}(0) - \dot{\mathbf{p}}(0). \quad (8)$$

Вектор  $\mathbf{r}(t)$  представляет собой желаемую невязку между реальным и программным движением в переходном процессе. В силу устойчивости уравнения (7)  $\mathbf{r}(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ .

Пусть  $\mathbf{Y}_k = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}}(t_k) \\ \mathbf{r}(t_k) \end{pmatrix}$ . Из (7) следует, что

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{T} \mathbf{Y}_{k-1}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

где  $\mathbf{T} = \exp \left( \delta \begin{pmatrix} -d_1 \mathbf{I} & -d_0 \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & 0 \end{pmatrix} \right)$ . Начальное условие (8) принимает вид

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{X}_0 - \mathbf{Z}_0. \quad (10)$$

Определим закон управления соотношением

$$\mathbf{U}_k = \gamma \mathbf{G}(\delta)(\mathbf{X}_k - \mathbf{Z}_k - \mathbf{Y}_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (11)$$

где векторы  $\mathbf{Y}_k$  вычисляются рекуррентно в силу (9), (10).

**Теорема 2.** Пусть выполнено неравенство (5). Найдутся такие константы  $\Delta > 0$  и  $K > 0$ , что для любого начального состояния  $\mathbf{X}_0$  и для всех  $\delta \leq \Delta$  неравенства

$$|\mathbf{q}(t) - \mathbf{p}(t) - \mathbf{r}(t)| \leq K\delta^2, \quad |\dot{\mathbf{q}}(t) - \dot{\mathbf{p}}(t) - \dot{\mathbf{r}}(t)| \leq K\delta, \quad |\mathbf{u}(t)| \leq K,$$

выполнены на решениях замкнутой системы управления (1), (3), (9)–(11) при всех  $t \geq 0$ .

Меняя коэффициенты  $d_0, d_1$  уравнения (7), можно задавать желаемый (например, неколебательный) характер переходного процесса в замкнутой системе. В частности, за счет роста перерегулирования

можно сделать время переходного процесса сколь угодно малым, и, наоборот, за счет увеличения времени переходного процесса можно уменьшить перерегулирование.

### Заключение

Предложен регулятор для стабилизации программных движений робота-манипулятора, учитывающий специфику современных цифровых систем управления, – регулятор, действующий в дискретном времени. Регулятор является линейным, он использует дискретизованные по времени значения обобщенных координат и скоростей робота и строит кусочно-постоянное управление. Для расчета регулятора необходимо знать единственный параметр робота-манипулятора – нижнюю оценку собственных чисел матрицы кинетической энергии. Это обеспечивает робастность регулятора к изменениям параметров робота, что важно во многих практических задачах. В дальнейшем представляет интерес рассмотреть возможность построения аналогичного регулятора, использующего только измерения обобщенных координат робота.

### Литература

1. Гусев С.В., Якубович В.А. Алгоритм адаптивного управления роботом-манипулятором // Автоматика и телемеханика. – 1980. – № 9. – С. 101–111.
2. Craig J., Hsu P., Sastry S. Adaptive control of mechanical manipulators // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. – 1986. – V. 3. – P. 190–195.
3. Slotine J.-J.E., Li W. On the Adaptive Control of Robot Manipulators // The International Journal of Robotics Research. – 1987. – V. 6. – P. 49–59.
4. Middleton P., Goodwin G.C. Adaptive computed torque control for rigid link manipulations // System and Control Letters. – 1988. – V. 10. – P. 9–16.
5. Cheah C.C., Liu C., Slotine J.-J.E. Adaptive Tracking Control for Robots with Unknown Kinematic and Dynamic Properties // The International Journal of Robotics Research. – 2006 – V. 25. – P. 283–296.
6. Huang A.C., Chien M.C. Adaptive Control of Robot Manipulators: A Unified Regressor-Free Approach. – World Scientific. – 2010. – 262 p.
7. Gusev S.V. Linear stabilization of nonlinear system program motion // Systems and Control Letters. – 1988. – V. 11. – P. 409–412.
8. Qu Z., Dorsey J. Robust PID control for robots // International Journal of Robotics and Automation. – 1991. – V. 6. – P. 228–235.
9. Herman P., Franelak D. Robust tracking controller with constraints using generalized velocity components for manipulators // Transactions of the Institute of Measurement and Control. – 2008. – V. 30. – P. 101–113.
10. Пятницкий Е.С., Дунская Н.В. Стабилизация управляемых механических и электромеханических систем // Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 12. – С. 40–51.
11. Garcıa-Rodrıguez R., Parra-Vega V. Cartesian sliding PID control schemes for tracking robots with uncertain Jacobian // Transactions of the Institute of Measurement and Control. – 2012. – V. 34. – P. 448–462.
12. Barambones O., Etxebarria V. Robust neural control for robotic manipulators // Automatica. – 2002. – V. 38. – P. 235–242.
13. Jiang Z.-H., Ishita T. A Neural Network Controller for Trajectory Control of Industrial Robot Manipulators // Journal of Computers. – 2008. – V. 3. – № 8. – P. 1–8.
14. Middleton R.H. Adaptive control for robot manipulators using discrete time identification // IEEE Transactions on Automatic Control. – 1990. – V. 35. – P. 633–637.
15. Yang S.-P., Woo P.-Y., Wang R. Discrete-Time Model Reference Adaptive Controller Designs for Robotic Manipulators // Proceedings of the American Control Conference. – 1993. – P. 1145–1149.
16. Sun F.C., Sun Z.Q., Zhang R.J., Chen Y.B. Discrete-time tracking control of robotic manipulators based on dynamic inversion using dynamic neural networks // Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control. – 2000. – P. 333–338.
17. Corradina M.L., Fossib V., Giantomassib A., Ippolitib G., Longhib S., Orlandob G. Discrete time sliding mode control of robotic manipulators: Development and experimental validation // Control Engineering Practice. – 2012. – V. 20. – P. 816–822.

*Гусев Сергей Владимирович*

– Санкт-Петербургский государственный университет, кандидат физ.-мат. наук, ст. научный сотрудник, доцент, gusev@ieee.org