

УДК 53.082.54

СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ ФАЗЫ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКОГО СИГНАЛА

Г.П. Мирошниченко, И.Г. Дейнека, Д.А. Погорелая, Ф.А. Шуклин, М.А.Смоловик

Предложен способ измерения фазы интерферометрического сигнала, который может быть применен для обработки сигнала волоконно-оптических фазовых датчиков. Разработанный метод позволяет скомпенсировать температурный дрейф частоты интерферометрического сигнала путем генерации трехтактной формы модулирующего пилообразного сигнала. Предложен линейный метод наименьших квадратов, имеющий однозначное решение. Приводятся результаты численного эксперимента, подтверждающие точность разработанного метода измерения фазовых сдвигов, и даются численные оценки температурного дрейфа фазы, задаваемой модулятором, и уровня стабильности температуры, обеспечивающие величину измеряемой фазы на уровне 10^{-8} рад.

Ключевые слова: фаза интерферометрического сигнала, пилообразная модуляция, температурный дрейф частоты.

Введение

Наиболее высокочувствительные системы измерений могут быть созданы на основе волоконно-оптических фазовых датчиков интерферометрического типа [1]. В настоящей работе рассмотрен способ измерения фазы интерферометрического сигнала (несущей информацию об измеряемой величине – скорости вращения, амплитуде напряжения и др.), который может быть осуществлен, например, с помощью дистанционного двухплечевого интерферометрического измерителя с поляризационным разделением каналов в плечах [2] и вспомогательной пилообразной фазовой модуляцией. Близкие по принципу действия измерительные схемы анализировались в [3, 4]. Однако в этих работах не предусмотрена компенсация дрейфа частоты выходного интерферометрического сигнала, вызванного температурной зависимостью полуволнового напряжения модулятора. Например, в модуляторе на кристалле LiNbO_3 [5] при увеличении температуры на 1°C полуволновое напряжение уменьшается на 0,003 В. В результате при изменении температуры значение разности фаз между интерферирующими волнами, задаваемое модулирующим пилообразным сигналом, меняется относительно ожидаемого, что приводит к неправильной трактовке расположения точек выходного интерферометрического сигнала цифровым устройством обработки. Следовательно, необходимо учитывать дополнительную частотную составляющую выходного интерферометрического сигнала, обусловленную температурным дрейфом полуволнового напряжения модулятора. Цель данной работы – разработать способ измерения фазы интерферометрического сигнала, компенсирующий температурный дрейф.

Традиционный метод для измерения фазы интерферометрического сигнала

Для дистанционных измерений физических величин используются оптические интерференционные методы. Здесь измеряемая величина создает дополнительный сдвиг фазы Δ в одном плече интерферометра, от которого зависит интенсивность интерферирующих на фотодетекторе световых полей (интерферометрический сигнал). Интенсивность интерферометрического сигнала описывается формулой

$$Y(t) = A(t) + V(t)\cos(\Delta).$$

Здесь $A(t)$, $V(t)$ – случайные процессы («подставка» и «видность») интерференционной картины. Фаза Δ функционально зависит от физической величины. В известных методах измерения фазы используется дополнительная модуляция фазы интерферометрического сигнала пилообразным сигналом [6] с помощью фазового модулятора, форма напряжения на котором приведена на рис. 1.

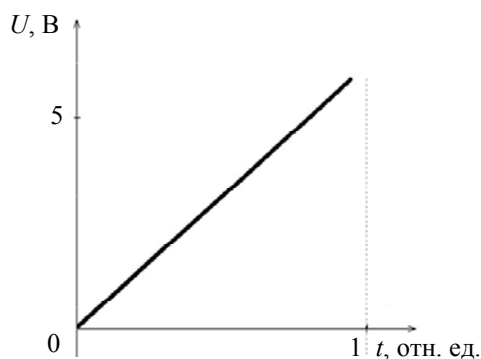


Рис. 1. Зависимость амплитуды модулирующего пилообразного сигнала U от времени t , где период пилообразного сигнала полагается равным единице

В результате такой модуляции выходной интерферометрический сигнал приобретает форму

$$Y(t) = A(t) + V(t)\cos((2\pi + \Delta\omega)t + \Delta), \quad (1)$$

а период модулирующего пилообразного сигнала задает период выходного интерферометрического сигнала. На рис. 2 показаны модулирующий (рис. 2, а) и выходной интерферометрический (рис. 2, б) сигналы. В формуле (1) $\Delta\omega$ – случайный температурный дрейф частоты пилообразного сигнала. Измеряемая информация содержится в измеряемой фазе Δ , которая может медленно (по сравнению с изменением пилообразного напряжения) изменяться во времени. Цель экспериментатора – по возможности точно и в реальном времени отслеживать график изменения фазы Δ . Фаза Δ извлекается из случайного сигнала (1) с помощью методов математической статистики. В традиционном методе наименьших квадратов (МНК) для построения линии регрессии используют базис из трех функций $\{1, \cos(2\pi t), \sin(2\pi t)\}$. В этих формулах полагаем период пилообразного сигнала равным единице. Время t меняется дискретно в течение одного периода по закону

$$t_n = \frac{1}{M}n, \quad n = 0, 1, \dots, M-1. \quad (2)$$

Здесь M – число временных узлов. Линия регрессии имеет вид

$$y(t) = a + v \cos(2\pi t + \Delta) = a + v \cos(\Delta) \cos(2\pi t) - v \sin(\Delta) \sin(2\pi t) = a + C \cos(2\pi t) - S \sin(2\pi t).$$

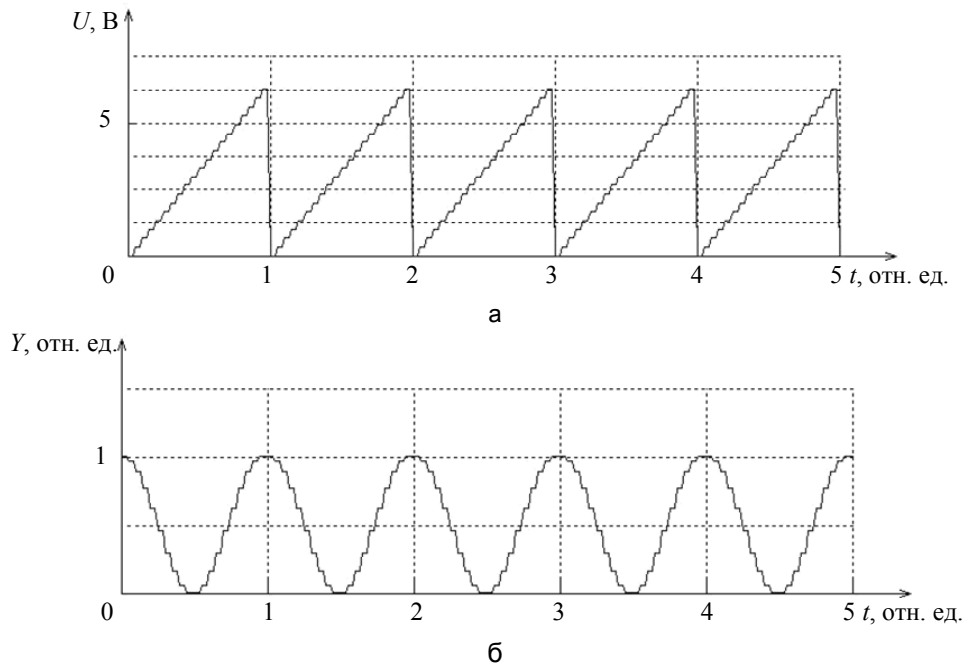


Рис. 2. Временное соотношение пилообразного модулирующего сигнала U (а) и выходного интерферометрического сигнала Y (б)

Здесь три параметра $\{a, C, S\}$ линейно входят в формулу регрессии и подлежат определению. Согласно МНК, поиск оптимальных значений этих параметров сводится к решению системы трех линейных уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & \overline{\cos(2\pi t)} & \overline{-\sin(2\pi t)} \\ \overline{\cos(2\pi t)} & \overline{(\cos(2\pi t))^2} & \overline{-\cos(2\pi t)\sin(2\pi t)} \\ \overline{\sin(2\pi t)} & \overline{\cos(2\pi t)\sin(2\pi t)} & \overline{-(\sin(2\pi t))^2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ C \\ S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{Y(t)} \\ \overline{Y(t)\cos(2\pi t)} \\ \overline{Y(t)\sin(2\pi t)} \end{pmatrix}.$$

Здесь черта сверху \overline{W} означает усреднение величины W по измерительным моментам t_n (2) периода пилообразного сигнала. Точность метода определяется соотношением $\frac{\Delta\omega}{2\pi}$, а измеряемая фаза Δ – формулой $\Delta = \arctg\left(\frac{S}{C}\right)$.

Сущность метода компенсации температурного дрейфа частоты пилообразного сигнала

Существуют измерения, где точность традиционного метода недостаточна. Для повышения точности используют сложные электронные схемы с обратной связью [6], служащей для компенсации темпе-

ратурных дрейфов частоты «пилы». В нашей работе показано, что для восстановления фазы интерферометрического сигнала с повышенной точностью не обязательно использовать схемы с обратной связью, но достаточно решить задачу оптимизации. Эта нелинейная задача содержит четыре подгоночных параметра, и при большом диапазоне изменения фазы задача может иметь неоднозначные решения в силу нелинейности. Необходим по возможности линейный МНК, имеющий однозначное решение. Суть предлагаемого метода состоит в следующем. Создадим линейно изменяющийся во времени дополнительный сдвиг фазы с помощью пилообразного напряжения на модуляторе, период которого складывается из трех следующих друг за другом тактов $U_1(t)$, $U_2(t)$, $U_3(t)$:

$$U_1(t) = \frac{U_\pi}{\pi}(2\pi + \Delta\omega)t,$$

$$U_2(t) = \frac{U_\pi}{\pi}(2\pi + \Delta\omega)\left(t - \frac{1}{2}\right),$$

$$U_3(t) = \frac{U_\pi}{\pi}(2\pi + \Delta\omega)\left(t - \frac{1}{4}\right).$$

где U_π – паспортное значение полувольтного напряжения модулятора, длительность каждого такта пилообразного сигнала полагаем равным единице, т.е. $0 \leq t \leq 1$. На рис. 3 показаны три такта, составляющие период модулирующего пилообразного сигнала.

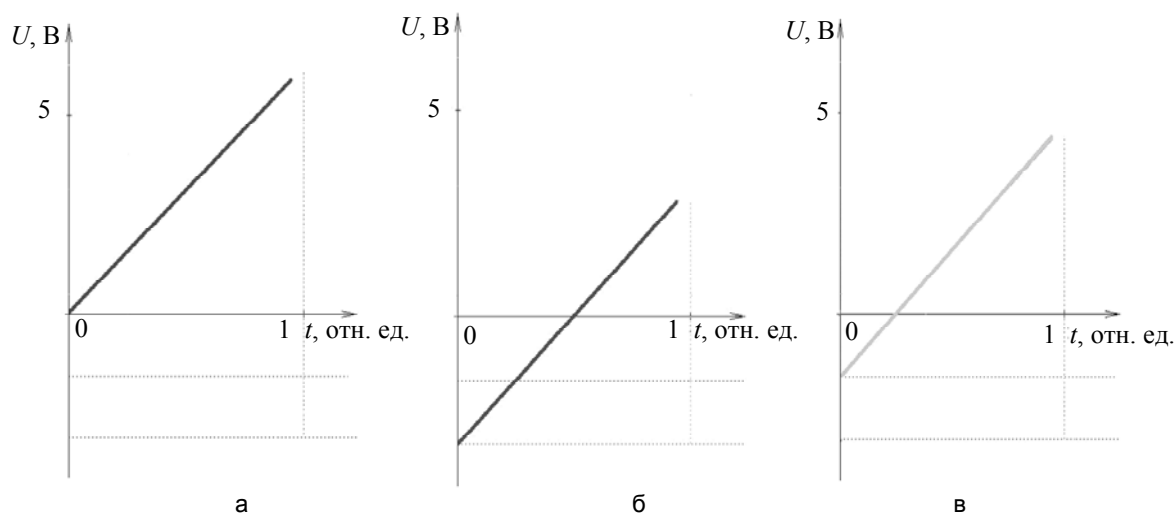


Рис. 3. Зависимость амплитуды модулирующего трехтактного пилообразного сигнала U от времени t . первый такт (а); второй такт (б); третий такт (в)

Соответствующий закон изменения измерительной фазы $\varphi_3(t)$, $\varphi_2(t)$, $\varphi_1(t)$ трех следующих друг за другом тактов пилообразного сигнала запишем в виде следующей системы:

$$\varphi_1(t) = (2\pi + \Delta\omega)t,$$

$$\varphi_2(t) = (2\pi + \Delta\omega)\left(t - \frac{1}{2}\right),$$

$$\varphi_3(t) = (2\pi + \Delta\omega)\left(t - \frac{1}{4}\right).$$

В реальном эксперименте интенсивности сигналов интерференции $Y_1(t)$, $Y_2(t)$, $Y_3(t)$ на каждом такте измерения – случайные временные процессы, которые описываются формулами, аналогичными формуле (1):

$$Y_1(t) = A_1(t) + V_1(t) \cos((2\pi + \Delta\omega)t + \Delta),$$

$$Y_2(t) = A_2(t) + V_2(t) \cos\left((2\pi + \Delta\omega)\left(t - \frac{1}{2}\right) + \Delta\right),$$

$$Y_3(t) = A_3(t) + V_3(t) \cos\left((2\pi + \Delta\omega)\left(t - \frac{1}{4}\right) + \Delta\right).$$

Здесь Δ – информационная фаза, которую следует определить из сигнала интерференции; $A_1(t), A_2(t), A_3(t)$ – случайные функции времени – «подставки»; $V_1(t), V_2(t), V_3(t)$ – случайные функции времени – «видность» картины; $\Delta\omega$ – случайный (но постоянный на интервале трех тактов пилообразного сигнала) скачок частоты из-за температурного дрейфа. Фаза Δ считается постоянной на трех тактах пилообразного сигнала. Необходимо разработать МНК, позволяющий найти оптимальное значение фазы Δ по снятым в эксперименте значениям случайных величин $Y_1(t), Y_2(t), Y_3(t)$. Обозначим дискретные моменты времени

$$t_n = \frac{1}{M}n, \quad n = 0, 1, \dots, M-1,$$

и соответствующие им три вектора случайных величин

$$Y_{1,n} = Y_1(t_n),$$

$$Y_{2,n} = Y_2(t_n),$$

$$Y_{3,n} = Y_3(t_n).$$

Получаем систему связанных величин

$$\begin{Bmatrix} t_0, t_1, \dots, t_{M-1} \\ Y_{1,0}, Y_{1,1}, \dots, Y_{1,M} \\ Y_{2,0}, Y_{2,1}, \dots, Y_{2,M} \\ Y_{3,0}, Y_{3,1}, \dots, Y_{3,M} \end{Bmatrix}.$$

По этой системе следует найти оптимальную величину – фазу Δ . Согласно МНК, предлагается уравнение регрессии в виде

$$\begin{aligned} y_1(t) &= a + v \cos((2\pi + \Delta\omega)t + \Delta), \\ y_2(t) &= a + v \cos\left((2\pi + \Delta\omega)\left(t - \frac{1}{2}\right) + \Delta\right), \\ y_3(t) &= a + v \cos\left((2\pi + \Delta\omega)\left(t - \frac{1}{4}\right) + \Delta\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь следует найти оптимальный набор параметров $a, v, \Delta\omega, \Delta$. Составляем уравнение оптимизации в виде

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{M-1} |y_1(t_n) - Y_{1,n}|^2 &= S_1(a, v, \Delta\omega, \Delta) \rightarrow \min, \\ \sum_{n=0}^{M-1} |y_2(t_n) - Y_{2,n}|^2 &= S_2(a, v, \Delta\omega, \Delta) \rightarrow \min, \\ \sum_{n=0}^{M-1} |y_3(t_n) - Y_{3,n}|^2 &= S_3(a, v, \Delta\omega, \Delta) \rightarrow \min. \end{aligned}$$

Параметр a можно определить из второго и третьего уравнений во втором порядке по скачку частоты пилы $\Delta\omega$. Для этого выполним дифференцирование:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_1(a, v, \Delta\omega, \Delta)}{\partial a} &= \sum_{n=0}^{M-1} (a + v \cdot \cos((2\pi + \Delta\omega)t_n + \Delta) - Y_{1,n}) = 0, \\ \frac{\partial S_2(a, v, \Delta\omega, \Delta)}{\partial a} &= \sum_{n=0}^{M-1} (a + v \cdot \cos\left((2\pi + \Delta\omega)\left(t_n - \frac{1}{2}\right) + \Delta\right) - Y_{2,n}) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Оценим суммы с помощью интегралов:

$$\sum_{n=0}^{M-1} \cos((2\pi + \Delta\omega)t_n + \Delta) \approx M \int_0^1 \cos((2\pi + \Delta\omega)t + \Delta) dt = 2M \frac{\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} + \Delta\right) \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)}{2\pi + \Delta\omega}, \quad (5)$$

$$\sum_{n=0}^{M-1} \cos\left((2\pi + \Delta\omega)\left(t_n - \frac{1}{2}\right) + \Delta\right) \approx M \int_0^1 \cos\left((2\pi + \Delta\omega)\left(t - \frac{1}{2}\right) + \Delta\right) dt = -2M \frac{\cos(\Delta) \sin\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)}{2\pi + \Delta\omega}. \quad (6)$$

Сложив формулы (4) и используя свойства (5), (6), получаем с точностью до $\frac{1}{4} \left(\frac{\Delta\omega}{2\pi} \right)^2$ оптимальное значение параметра a

$$a = \sum_{n=0}^{M-1} \frac{(Y_{1,n} + Y_{2,n})}{2M}.$$

Вычтем из экспериментальных случайных величин их средние,

$$Z_{1,n} = Y_{1,n} - a,$$

$$Z_{2,n} = Y_{2,n} - a,$$

$$Z_{3,n} = Y_{3,n} - a,$$

и введем случайную величину

$$U_n = \frac{\arctg \left(\frac{Z_{3,n}}{Z_{1,n}} \right) - \arctg \left(\frac{Z_{3,n}}{Z_{2,n}} \right)}{2}. \quad (7)$$

Анализируя формулы (3), (7), делаем вывод, что с точностью, квадратичной по $\Delta\omega$, для U_n можно написать уравнение линейной регрессии с двумя определяемыми параметрами $\Delta\omega$, Δ :

$$u(t) = (2\pi + \Delta\omega) \left(t - \frac{1}{4} \right) + \Delta + \frac{\pi}{2}.$$

С помощью линейной регрессии получаем оптимальное значение измеряемой фазы:

$$\Delta = \frac{(7M^2 - 12M + 8)\bar{U} - 12M(M-2)U\left(t - \frac{1}{4}\right)}{4(M^2 - 1)} - \frac{\pi}{2}.$$

Здесь обозначены средние величины:

$$\bar{U} = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} U_n, \quad U\left(t - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} U_n \cdot \left(t_n - \frac{1}{4} \right).$$

В формуле (7) использован $\arctg(\alpha)$, главное значение которого определено в области $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$. При переходе в соседнюю зону функция $\arctg(\alpha)$ испытывает скачок. В программе обработки выходного сигнала следует предусмотреть средство, устраняющее этот скачок. Точность метода определяется отброшенными при определении параметра a слагаемыми, имеющими порядок $\frac{1}{4} \left(\frac{\Delta\omega}{2\pi} \right)^2$, и разбросом случайных величин $Y_{1,n}, Y_{2,n}, Y_{3,n}$. Таким образом, можно сделать вывод, что точность традиционного метода линейна по скачку частоты интерференционного сигнала $\Delta\omega$, а точность предложенного метода квадратична по $\Delta\omega$.

Результаты численного эксперимента

Традиционный и предложенный МНК были сопоставлены в численном эксперименте. Пусть каждое новое значение фазы имеет свой порядковый номер измерения. Считается, что за период пилообразного сигнала фаза не изменяется. Пусть измеряемая фаза Δ изменяется так, как показано на рис. 4.

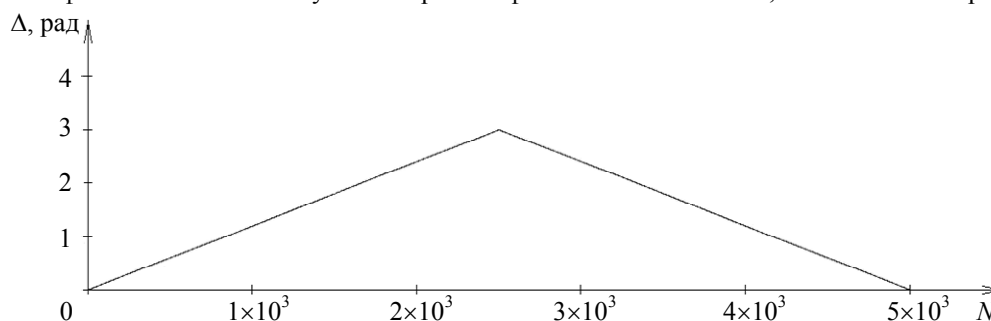


Рис. 4. Зависимость фазы интерферометрического сигнала Δ от порядкового номера измерения N

Дополнительная частота $\Delta\omega$, возникающая при температурном дрейфе, считается случайной величиной, изменяющейся при каждом измерении со средним квадратичным отклонением $0,001$ рад. При этом «подставка» и «видность» интерференционной картины задавались с разбросом порядка 10^{-8} . В этом случае погрешность восстановления фазы определяется точностью задания частоты пилообразного сигнала. В традиционном способе по формуле $\frac{\Delta\omega}{2\pi}$ абсолютная погрешность имеет порядок 10^{-4} рад, а в предложенном в работе способе по формуле $\frac{1}{4}\left(\frac{\Delta\omega}{2\pi}\right)^2$ абсолютная погрешность имеет порядок 10^{-8} рад.

В численном эксперименте с помощью обоих МНК была восстановлена фаза Δ' с погрешностью $\delta = \Delta - \Delta'$. На рис. 5 приведены графики абсолютной погрешности $\delta = \Delta - \Delta'$ в зависимости от порядкового номера измерения для традиционного и предложенного способов соответственно.

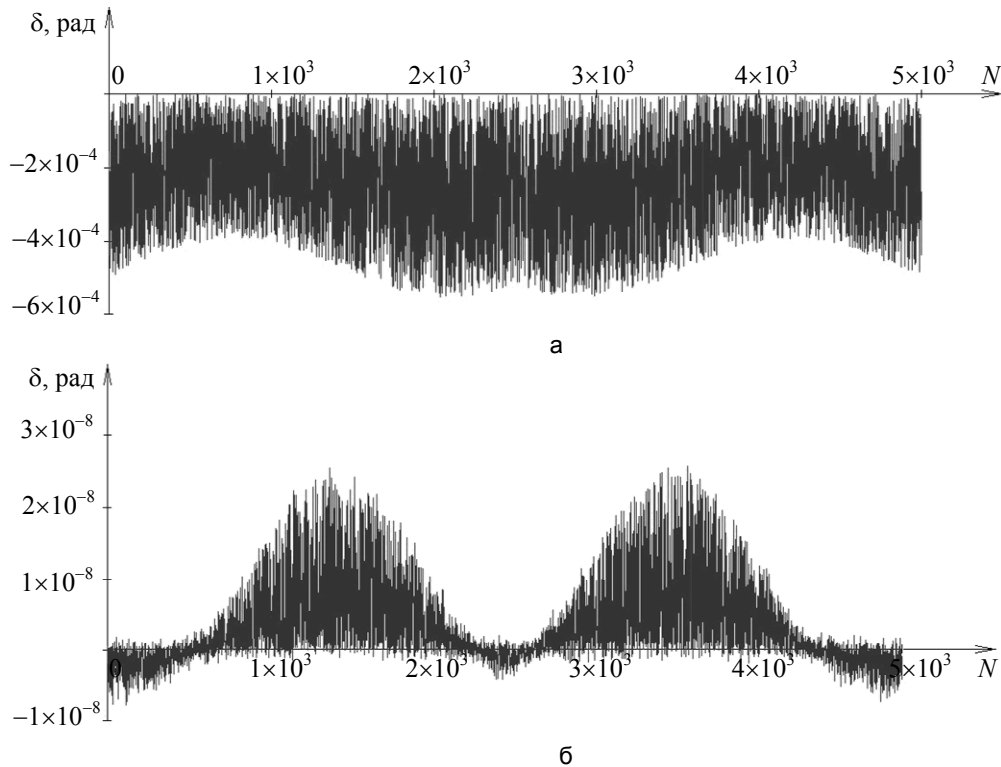


Рис. 5. Зависимость абсолютной погрешности δ от порядкового номера измерения N для традиционного способа (а); предложенного способа (б)

Из зависимостей на рис. 5 видно, что предложенный способ обеспечивает абсолютную погрешность порядка 10^{-8} рад, что меньше погрешности традиционного способа.

Заключение

В работе предложен способ измерения фазы интерферометрического сигнала, который может быть применен для обработки сигнала волоконно-оптических фазовых датчиков. Решена проблема температурного дрейфа частоты интерферометрического сигнала, обусловленного температурной зависимостью полуволнового напряжения модулятора. Компенсация температурного дрейфа частоты интерферометрического сигнала осуществляется путем генерации трехтактной формы модулирующего пилообразного сигнала. Предположим, что температурный дрейф фазы, задаваемой фазовым модулятором, составляет 10^{-3} рад/К. Допустим, уход температуры со временем не превышает 1 К/ч. Тогда можно ожидать, что в течение часа температурный уход фазы модулятора не превысит 10^{-3} рад. В этом случае предложенный в работе метод обеспечит точность измерения фазы Δ на уровне 10^{-8} рад (при условии, что «подставка» и «видность» интерференционной картины имеют разброс, не превышающий 10^{-8}). В результате разработан линейный метод наименьших квадратов, позволяющий восстанавливать малые значения фаз, имеющий погрешность, квадратичную по скачку частоты интерференционного сигнала.

Работа выполнена в НИУ ИТМО при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 02.G25.31.0044).

Литература

1. Волоконно-оптические датчики / Под ред. Т. Окоси: Пер. с япон. – Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1990. – 256 с.
2. Котов О.И., Лиокумович Л.Б., Марков С.И., Медведев А.В., Николаев В.М. Дистанционный интерферометрический датчик с поляризационным разделением каналов // Письма в ЖТФ. – 2000. – Т. 26. – № 10. – С. 28–34.
3. Патент EP2426880 A2 США, H04L27/22, 7.03.2012. Demodulation method / Kai Gossner; KROHNE Messtechnik GmbH. – EP20110006952; Заяв. 25 авг. 2011.
4. Котов О.И., Лиокумович Л.Б., Марков С.И., Медведев А.В., Николаев В.М. // Материалы V Международной НТК «Радиолокация, навигация, связь». – Воронеж, 1999. – Т. 3. – С. 1356–1366.
5. Мешковский И.К., Стригалева В.Е., Серебрякова В.С. Оптимизация параметров изготовления интегрально-оптических элементов для волоконно-оптических гироскопов // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2008. – № 4 (49). – С. 42–53.
6. Мешковский И.К., Стригалева В.Е., Тараканов С.А. Закрытая схема обработки сигнала в волоконно-оптическом датчике тока // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО. – 2010. – № 1 (65). – С. 10–15.

- Мирошниченко Георгий Петрович* – Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, профессор, gpmirosh@gmail.com
- Дейнека Иван Геннадьевич* – Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, аспирант, vanodnk@gmail.com
- Погорелая Дарья Андреевна* – Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, студент, pdagia@mail.ru
- Шуклин Филипп Александрович* – Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, инженер-исследователь, shuklin.philipp@gmail.com
- Смоловик Михаил Андреевич* – Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, инженер-исследователь, ma.smolovik@gmail.com

УДК 520.224.2. 224.4

МЕТОДИКА РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕМПЕРАТУР КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА, ДВИЖУЩЕГОСЯ ПО ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ОРБИТЕ

Ю.В. Баёва, Е.В. Лаповок, С.И. Ханков

Несмотря на большое количество публикаций, в настоящее время отсутствуют аналитические методики расчета, позволяющие определить изменение температуры космического объекта при его движении по вытянутой эллиптической орбите. Авторами разработана методика расчета нестационарных температур сферического оболочечного космического объекта при его движении по эллиптической орбите. Она включает определение зависимости высоты объекта над Землей от времени на основе решения уравнения движения по эллиптической орбите. По высоте орбиты в каждый момент времени вычисляются коэффициенты облученности, которые используются для определения величин падающих на аппарат удельных тепловых потоков от Земли и отраженного Землей солнечного излучения. Далее проводится расчет нестационарного теплового баланса с учетом прямой солнечной подсветки и среднеповерхностных температур. В качестве примера приведены результаты расчета нестационарного теплового режима космического объекта сферической формы для конкретных параметров орбиты в зависимости от его полной теплоемкости, определяемой толщиной стенки аппарата. Предложенная математическая модель проста и удобна для расчетов. Предложенный алгоритм расчета может быть распространен на другие выпуклые формы конструкции.

Ключевые слова: космический объект, эллиптическая орбита, удельный тепловой поток, нестационарная температура, нестационарный тепловой баланс.

Введение

В настоящее время возрастает актуальность разработки методов расчета тепловых режимов космических объектов (КО), движущихся по заданным орбитам (круговым и эллиптическим) в околоземном космическом пространстве (ОКП). Такие задачи обычно решаются с использованием сложных численных программ расчета. При этом расчеты разделяются на независимые этапы, включающие решение баллистической задачи [1–3], определение величины падающих на КО в ОКП лучистых тепловых потоков [4, 5], а также расчеты теплового режима КО [5]. Баллистическая часть задачи наиболее полно проработана [1–3]. Анализ конкретных практических задач показывает, что при движении КО по типовым орбитам реализуется его нестационарный тепловой режим, требующий применения численных методов