

УДК 535.135

## СПЕКТРАЛЬНЫЕ АНАЛОГИ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕД С НЕРЕЗОНАНСНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ И БЕЗЫНЕРЦИОННОЙ КУБИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Д.В. Иванов, С.А. Козлов

Из уравнений динамики электромагнитных полей Максвелла выведена система уравнений, описывающая эволюцию сверхшироких пространственно-временных спектров световых волн в однородных изотропных диэлектрических средах с произвольной спектральной зависимостью линейного показателя преломления и безынерционной кубичной нелинейностью. Приведено аналитическое итерационное решение полученной нелинейной системы уравнений. Решения линеаризованных уравнений иллюстрированы результатами численного моделирования распространения непараксиального фемтосекундного волнового пакета из малого числа оптических колебаний в кварцевом стекле.

**Ключевые слова:** непараксиальность, фемтосекундный импульс, пространственно-временной спектр, кубичная нелинейность, сверхширокий спектр, итерационное решение, ближний ИК диапазон, оптическое стекло, дисперсионное уширение, дифракционное уширение.

### Введение

В последние полтора десятилетия стремительно развивалась техника фемтосекундных лазеров и лазерных систем [1]. На сегодняшний день уже во многих лабораториях имеются лазеры, генерирующие световые импульсы, которые состоят всего из нескольких колебаний электромагнитного поля [2, 3]. Временной спектр таких импульсов очень широк. Пространственный спектр этих предельно коротких волновых пакетов также может быть сверхшироким, например, при поперечном сжатии высокоинтенсивных фемтосекундных импульсов видимого и ближнего ИК диапазона в процессе самофокусировки [4] или для широкополосных импульсов дальнего ИК диапазона из-за малых размеров источника излучения [5].

При теоретическом анализе распространения световых волн со сверхширокими временными и пространственными спектрами удобно использовать уравнения динамики не электромагнитных полей, а их спектров [1, 6]. Спектральные уравнения обычно получают, преобразуя волновые уравнения [7, 8]. В настоящей работе уравнения эволюции спектров выведены из исходных основных уравнений классической оптики – уравнений Максвелла. Решения этих уравнений проиллюстрированы дифракцией световой волны из малого числа колебаний и с исходными поперечными размерами, соизмеримыми с центральной длиной волны излучения в оптическом стекле.

### Преобразование уравнений динамики электромагнитных полей Максвелла в уравнения эволюции их спектров

Лежащие в основе всей классической оптики уравнения Максвелла, записанные в системе единиц СГСЭ, имеют вид [9]

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \nabla \mathbf{D} = 4\pi \mathbf{r}, \\ \nabla \mathbf{B} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\dot{E}$  – напряженность электрического поля светового излучения,  $\dot{H}$  – напряженность магнитного поля;  $\dot{D}$  – электрическая индукция,  $\dot{B}$  – магнитная индукция,  $\dot{j}$  – плотность электрического тока,  $\rho$  – плотность стороннего электрического заряда,  $t$  – время;  $c$  – скорость света в вакууме. В настоящей работе ограничимся рассмотрением частного, но распространенного на практике случая распространения света в диэлектрических средах, в которых отсутствуют сторонние заряды ( $\rho = 0$ ) и токи ( $\dot{j} = 0$ ).

Будем полагать, что в среде существует выделенное направление  $z$ , вдоль которого распространяется излучение (вдоль оси  $z$ ); направления  $x$  и  $y$  поперечны ему. Выделенность направления распространения световых пучков формализуется условиями

$$E_{x,y,z} \xrightarrow[x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow \pm\infty]{} 0, \quad H_{x,y,z} \xrightarrow[x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow \pm\infty]{} 0, \quad D_{x,y} \xrightarrow[x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow \pm\infty]{} 0, \quad B_{x,y} \xrightarrow[x \rightarrow \pm\infty, y \rightarrow \pm\infty]{} 0, \quad (2)$$

где  $E_{x,y,z}$  – декартовы компоненты напряженности электрического поля излучения,  $H_{x,y,z}$  – напряженности его магнитного поля,  $D_{x,y,z}$  – декартовы компоненты электрической индукции диэлектрика,  $B_{x,y,z}$  – компоненты магнитной индукции.

От уравнений для электромагнитных полей (1) перейдем к уравнениям для декартовых компонент пространственно-временного спектра светового излучения:

$$\left\{ \begin{aligned} g_{x,y,z}(\omega, k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{x,y,z}(t, x, y, z) e^{i(\omega t - k_x x - k_y y)} dt dx dy, \\ h_{x,y,z}(\omega, k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} H_{x,y,z}(t, x, y, z) e^{i(\omega t - k_x x - k_y y)} dt dx dy, \\ \delta_{x,y,z}(\omega, k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} D_{x,y,z}(t, x, y, z) e^{i(\omega t - k_x x - k_y y)} dt dx dy, \\ \beta_{x,y,z}(\omega, k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} B_{x,y,z}(t, x, y, z) e^{i(\omega t - k_x x - k_y y)} dt dx dy, \end{aligned} \right. \quad (3)$$

где  $g_{x,y,z}, h_{x,y,z}, \delta_{x,y,z}, \beta_{x,y,z}$  – компоненты пространственно-временного спектра напряженности электрического и магнитного полей и электрической и магнитной индукции;  $\omega, k_x, k_y$  – частоты временного и пространственного спектров.

Домножив все уравнения системы (1) на  $e^{i(\omega t - k_x x - k_y y)}$  и проинтегрировав их по  $x, y$  и  $t$  от  $-\infty$  до  $+\infty$  с учетом равенств  $\rho = 0, \dot{j} = 0$  и условий (2), несложно получить спектральные аналоги уравнений системы (1):

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial g_x}{\partial z} - ik_x g_z &= i \frac{\omega}{c} \beta_y, \\ \frac{\partial g_y}{\partial z} - ik_y g_z &= -i \frac{\omega}{c} \beta_x, \end{aligned} \right. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{aligned} k_y g_x - k_x g_y &= -\frac{\omega}{c} \beta_z, \\ \frac{\partial h_x}{\partial z} - ik_x h_z &= -i \frac{\omega}{c} \delta_y, \\ \frac{\partial h_y}{\partial z} - ik_y h_z &= i \frac{\omega}{c} \delta_x, \\ k_y h_x - k_x h_y &= \frac{\omega}{c} \delta_z, \end{aligned} \right. \quad (5)$$

$$\frac{\partial \delta_z}{\partial z} + ik_x \delta_x + ik_y \delta_y = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \beta_z}{\partial z} + ik_x \beta_x + ik_y \beta_y = 0. \quad (7)$$

Система уравнений (4)–(7) при выполнении условий (2) имеет те же решения, что и система (1). В этом смысле они эквивалентны.

Ограничимся далее случаем немагнитных сред, в которых  $\dot{\mathbf{B}} = \dot{\mathbf{H}}$ , и, следовательно,  $\beta_{x,y,z} = h_{x,y,z}$ . Продифференцировав первые два уравнения системы (4) по  $z$ , взяв производные  $\frac{\partial \beta_x}{\partial z}$ ,  $\frac{\partial \beta_y}{\partial z}$  (т.е.  $\frac{\partial h_x}{\partial z}$ ,  $\frac{\partial h_y}{\partial z}$ ) из (5) и выразив в получившихся уравнениях  $h_z$  через  $g_x$  и  $g_y$  из третьего уравнения (4), а также в третьем уравнении системы (5) выразив  $h_x$  и  $h_y$  (т.е.  $\beta_x$  и  $\beta_y$ ) из системы (4), получаем, что динамика декартовых компонент пространственно-временного спектра напряженности электрического поля описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 g_x}{\partial z^2} - ik_x \frac{\partial g_z}{\partial z} - k_y^2 g_x + k_x k_y g_y = -\frac{\omega^2}{c^2} \delta_x, \\ \frac{\partial^2 g_y}{\partial z^2} - ik_y \frac{\partial g_z}{\partial z} - k_x^2 g_y + k_x k_y g_x = -\frac{\omega^2}{c^2} \delta_y, \\ (-k_x^2 - k_y^2) g_z - ik_x \frac{\partial g_x}{\partial z} - ik_y \frac{\partial g_y}{\partial z} = -\frac{\omega^2}{c^2} \delta_z. \end{cases} \quad (8)$$

Важно, что решения системы (4)–(7) являются и решениями системы (8). Обратное, строго говоря, неверно. Система (8) из-за дифференцирования уравнений (4) по  $z$  приобретает новые решения, которые имела бы система (4)–(7) при добавлении в (4) слагаемых, не зависящих от  $z$ . Отметим, что полученные уравнения (8) при условии (2) являются спектральными аналогами полевого уравнения

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2}. \quad (9)$$

Будем рассматривать ниже нерезонансное взаимодействие света с диэлектрической средой, когда спектр излучения попадает в ее диапазон прозрачности. В этом случае отклик среды, которую мы будем полагать однородной и изотропной, на силовое воздействие со стороны светового поля, как правило, можно представить в виде [1]

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_{lin} + \mathbf{D}_{nl} = \int_{-\infty}^{\infty} \epsilon(t-t') \mathbf{E}(t') dt' + \epsilon_{nl} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) \cdot \mathbf{E}, \quad (10)$$

где первое слагаемое описывает линейную часть электрической индукции и ее дисперсию ( $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды), а второе – нелинейный отклик среды ( $\epsilon_{nl}$  – нелинейная диэлектрическая проницаемость среды), который в оптике интенсивных фемтосекундных импульсов даже со сверхширокими пространственно-временными спектрами в широкозонных диэлектриках в первом приближении можно считать безынерционным [1].

При материальных уравнениях (10) выведенная система уравнений (8) примет вид

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 g_x}{\partial z^2} + (k^2 - k_y^2) g_x - ik_x \frac{\partial g_z}{\partial z} + k_x k_y g_y = -\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{nl} F_x, \\ \frac{\partial^2 g_y}{\partial z^2} + (k^2 - k_x^2) g_y - ik_y \frac{\partial g_z}{\partial z} + k_x k_y g_x = -\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{nl} F_y, \\ (k^2 - k_x^2 - k_y^2) g_z - ik_x \frac{\partial g_x}{\partial z} - ik_y \frac{\partial g_y}{\partial z} = -\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{nl} F_z, \end{cases} \quad (11)$$

где  $k(\omega) = \frac{\omega}{c}n(\omega)$  – волновое число,  $n(\omega)$  – зависимость от частоты линейного показателя преломления среды, причем  $n^2(\omega) = \varepsilon(\omega)$ ,  $\varepsilon(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon(t)e^{i\omega t} dt$ , функционалы

$$F_{x,y,z}(\omega, k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (E_x^2 + E_y^2 + E_z^2) E_{x,y,z} e^{i(\omega t - k_x x - k_y y)} dt dx dy =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^6} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=x,y,z} g_i(\omega - \omega', k_x - k_x', k_y - k_y', z) g_i(\omega' - \omega'', k_x' - k_x'', k_y' - k_y'', z) \times$$

$$\times g_{x,y,z}(\omega'', k_x'', k_y'', z) d\omega' dk_x' dk_y' d\omega'' dk_x'' dk_y''$$

описывают нелинейный отклик среды. В предельном случае слабых электромагнитных полей система (11) линеаризуется и после подстановки  $g_z$  из третьего уравнения в первые два может быть сведена к виду [1]

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 g_x}{\partial z^2} + (k^2 - k_x^2 - k_y^2) g_x = 0, \\ \frac{\partial^2 g_y}{\partial z^2} + (k^2 - k_x^2 - k_y^2) g_y = 0, \\ g_z = \frac{ik_x}{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \frac{\partial g_x}{\partial z} + \frac{ik_y}{k^2 - k_x^2 - k_y^2} \frac{\partial g_y}{\partial z}. \end{cases} \quad (12)$$

### Итерационные решения нелинейных уравнений динамики спектров

Для выведенной системы нелинейных спектральных уравнений (11) удобно строить итерационные решения, так как ее предельный случай – линеаризованная система (12) – в отличие от полевого аналога, легко решается в квадратурах [1]. Эти решения естественно выбирать начальными итерационными решениями системы (11). Рассмотрим метод получения таких решений и сами решения подробнее.

Итерационный метод позволяет свести систему нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (11) к системе линейных однородных и неоднородных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Будем искать итерационное решение (11) в виде ряда:

$$g_{x,y,z}(\omega, k_x, k_y, z) = g_{lin_{x,y,z}}(\omega, k_x, k_y, z) + \mu g_{1_{x,y,z}}(\omega, k_x, k_y, z) + \mu^2 g_{2_{x,y,z}}(\omega, k_x, k_y, z) + \dots, \quad (13)$$

где  $\mu : \varepsilon_{nl} E_0^2$  ( $E_0$  – максимальная амплитуда поля излучения на входе в среду) – параметр малости,  $g_{lin_{x,y,z}}$  – соответствующий компонент решения системы (12),  $g_{1_{x,y,z}}$  и  $g_{2_{x,y,z}}$  – добавки к нему, обусловленные нелинейностью отклика среды в поле излучения высокой интенсивности.

Частное решение системы (12), соответствующее линейной дифракции однонаправленной волны (излучения, распространяющегося в положительном направлении оси  $z$ ), которое мы будем рассматривать в качестве первой итерации, имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{lin_x} = C_x(\omega, k_x, k_y) e^{-ik \sqrt{1 - \left(\frac{k_x}{k}\right)^2 - \left(\frac{k_y}{k}\right)^2} z}, \\ g_{lin_y} = C_y(\omega, k_x, k_y) e^{-ik \sqrt{1 - \left(\frac{k_x}{k}\right)^2 - \left(\frac{k_y}{k}\right)^2} z}, \\ g_{lin_z} = \frac{k_x C_x(\omega, k_x, k_y) + k_y C_y(\omega, k_x, k_y)}{\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} e^{-ik \sqrt{1 - \left(\frac{k_x}{k}\right)^2 - \left(\frac{k_y}{k}\right)^2} z}, \end{array} \right. \quad (14)$$

где  $C_{x,y}(\omega, k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{x,y}(t, x, y) e^{i(\omega t - k_x x - k_y y)} dt dx dy$ ,  $E_{x,y}(t, x, y)$  – поперечные компоненты электрического поля излучения на входе в среду ( $z = 0$ ).

Решая систему уравнений (11), где в правой их части  $F_{x,y,z}$  является функционалом от выражений (14), которые выведены как первая итерация, получаем добавку к решению (14) в следующей – второй – итерации вида

$$\begin{aligned} g_{1_x}(\omega, k_x, k_y, z) &= \frac{e^{-iUz}}{2k^2 U} \int_0^z \left( iU^2 F_x - \frac{(k_x^2 + k_y^2)}{k_x} \frac{\partial F_z}{\partial z} + i \frac{k_y}{k_x} U^2 F_y \right) e^{iUz} dz + \\ & \frac{e^{iUz}}{2k^2 U} \int_z^L \left( -iU^2 F_x + \frac{(k_x^2 + k_y^2)}{k_x} \frac{\partial F_z}{\partial z} - i \frac{k_y}{k_x} U^2 F_y \right) e^{-iUz} dz - \\ & \frac{ie^{-iUz}}{2k^2} \cdot \int_0^z e^{2iUz} \left( \int_z^L \left( ik_y^2 F_x + \frac{k_y^2}{k_x} \frac{\partial F_z}{\partial z} - i \frac{k_y}{k_x} (k^2 - k_y^2) F_y \right) e^{-iUz} dz \right) dz + \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \frac{ie^{iUz}}{2k^2} \cdot \int_z^L e^{-2iUz} \left( \int_0^z \left( -ik_y^2 F_x - \frac{k_y^2}{k_x} \frac{\partial F_z}{\partial z} + i \frac{k_y}{k_x} (k^2 - k_y^2) F_y \right) e^{iUz} dz \right) dz, \\ g_{1_y}(\omega, k_x, k_y, z) &= \frac{e^{-iUz}}{2k^2 U} \int_0^z \left( -ik_x k_y F_x - k_y \frac{\partial F_z}{\partial z} + i(k^2 - k_y^2) F_y \right) e^{iUz} dz + \\ & \frac{e^{iUz}}{2k^2 U} \int_z^L \left( ik_x k_y F_x + k_y \frac{\partial F_z}{\partial z} - i(k^2 - k_y^2) F_y \right) e^{-iUz} dz, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} g_{1_z}(\omega, k_x, k_y, z) &= \frac{k_x e^{-iUz}}{2k^2 U^2} \int_0^z \left( iU^2 F_x - \frac{(k_x^2 + k_y^2)}{k_x} \frac{\partial F_z}{\partial z} + i \frac{k_y}{k_x} U^2 F_y \right) e^{iUz} dz - \\ & \frac{k_x e^{iUz}}{2k^2 U^2} \int_z^L \left( -iU^2 F_x + \frac{(k_x^2 + k_y^2)}{k_x} \frac{\partial F_z}{\partial z} - i \frac{k_y}{k_x} U^2 F_y \right) e^{-iUz} dz - \\ & \frac{ik_x e^{-iUz}}{2k^2 U} \cdot \int_0^z e^{2iUz} \left( \int_z^L \left( ik_y^2 F_x + \frac{k_y^2}{k_x} \frac{\partial F_z}{\partial z} - i \frac{k_y}{k_x} (k^2 - k_y^2) F_y \right) e^{-iUz} dz \right) dz - \\ & \frac{ik_x e^{iUz}}{2k^2 U} \int_z^L e^{-2iUz} \left( \int_0^z \left( -ik_y^2 F_x - \frac{k_y^2}{k_x} \frac{\partial F_z}{\partial z} + i \frac{k_y}{k_x} (k^2 - k_y^2) F_y \right) e^{iUz} dz \right) dz + \frac{F_z}{U^2}, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $U = k \sqrt{1 - \left(\frac{k_x}{k}\right)^2 - \left(\frac{k_y}{k}\right)^2}$ ,  $L$  – граница нелинейной среды.

Таким образом, в настоящем параграфе статьи получено аналитическое решение задачи об эволюции пространственно-временного спектра световой волны, который может быть сверхшироким, в изотропной диэлектрической нелинейной среде в виде (13), где решение в первой итерации имеет вид (14), а нелинейная добавка к нему в следующей итерации – вид (15)–(17). Нелинейная часть решения (15)–(17) описывает как уменьшение дифракционной расходимости пучка из-за самофокусировки, так и явление самоотражения излучения.

Проиллюстрируем полученное решение, ограничившись в настоящей статье эволюцией непараксиальных световых волн с малым числом колебаний в приближении первой итерации (14), акцентируя внимание в этом линейном режиме распространения на динамике продольной компоненты спектра и поля излучения.

### Численное моделирование распространения фемтосекундного импульса титан-сапфирового лазера в кварцевом стекле

На рис. 1 и 2 проиллюстрированы решения (14), демонстрирующие непараксиальную эволюцию двумерного спектра излучения и щелевую динамику его поля, при граничных условиях

$$E(z, x, t)|_{z=0} = E_0 \exp\left(-2\frac{x^2}{\Delta x^2}\right) \exp\left(-2\frac{t^2}{\Delta t^2}\right) \cos(\omega_0 t), \quad (18)$$

где центральная длина волны  $\lambda_0 = 2\pi c / \omega_0 = 780$  нм соответствует излучению титан-сапфирового лазера, пространственно-временные параметры волнового пакета на входе в среду  $\Delta t = 7,5$  фс и  $\Delta x = 10\lambda_0$ . В качестве среды, в которой распространяется излучение, рассматривается кварцевое стекло с зависимостью линейного показателя преломления от частоты вида

$$n(\omega) = N_0 + a c \omega^2 - \frac{bc}{\omega^2}, \quad (19)$$

где  $N_0 = 1,4508$ ,  $a = 2,7401 \cdot 10^{-44} \text{ c}^3 \text{ см}^{-1}$ ,  $b = 3,9437 \cdot 10^{17} \text{ c}^{-1} \text{ см}^{-1}$  [4].

На рис. 1, а, б, представлены плоскостные изображения зависимостей модулей пространственно-временных спектров поперечной и продольной компонент поля импульса от пространственной частоты  $k_x$ , нормированной на центральную длину волны  $\lambda_0$ , и от циклической частоты  $\omega$ , нормированной на центральную частоту  $\omega_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ . Из

(14) ясно, что эти зависимости с расстоянием  $z$  не изменяются. Как видно из рисунка, в спектре продольных компонент поля излучения на всех временных частотах отсутствуют низкие пространственные частоты волнового пакета.

На рис. 2 представлены плоскостные изображения зависимости поля  $E$ , нормированного на максимальное входное значение  $E_0$ , от поперечной координаты  $x$ , нормированной на входную центральную длину волны  $\lambda_0$ , и от времени  $t$  с увеличением пройденного импульсом расстояния  $z$  в оптической среде. Темно-серым частям изображения соответствуют максимальные положительные значения поля, светло-серым – максимальные отрицательные значения. На рис. 2, а–г, демонстрируется временная динамика и изменение пространственного распределения поперечной компоненты электрического поля импульса, на рис. 2, а'–г', приведены аналогичные изображения для продольной компоненты. Как видно из рис. 2, продольная компонента поля импульса на поперечной оси обнуляется. Эта область разделяет две части импульса, имеющие

фазовое смещение друг относительно друга на  $\pi$ . Амплитуда продольной компоненты импульса составляет по модулю не более 1% от амплитуды поперечной компоненты.

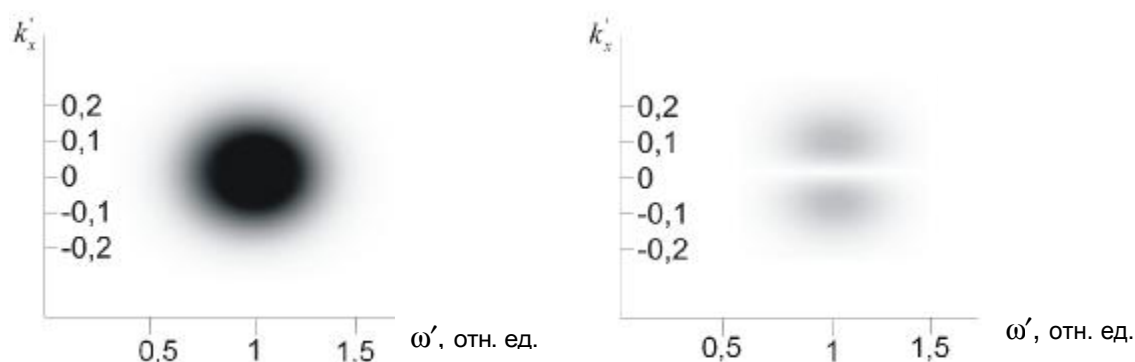


Рис. 1. Нормированные пространственно-временные спектры поперечной и продольной компонент поля импульса с параметрами на входе в среду  $\lambda_0 = 780 \text{ нм}$ ,  $\Delta t = 7,5 \text{ фс}$ ,  $\Delta x = 10\lambda_0$

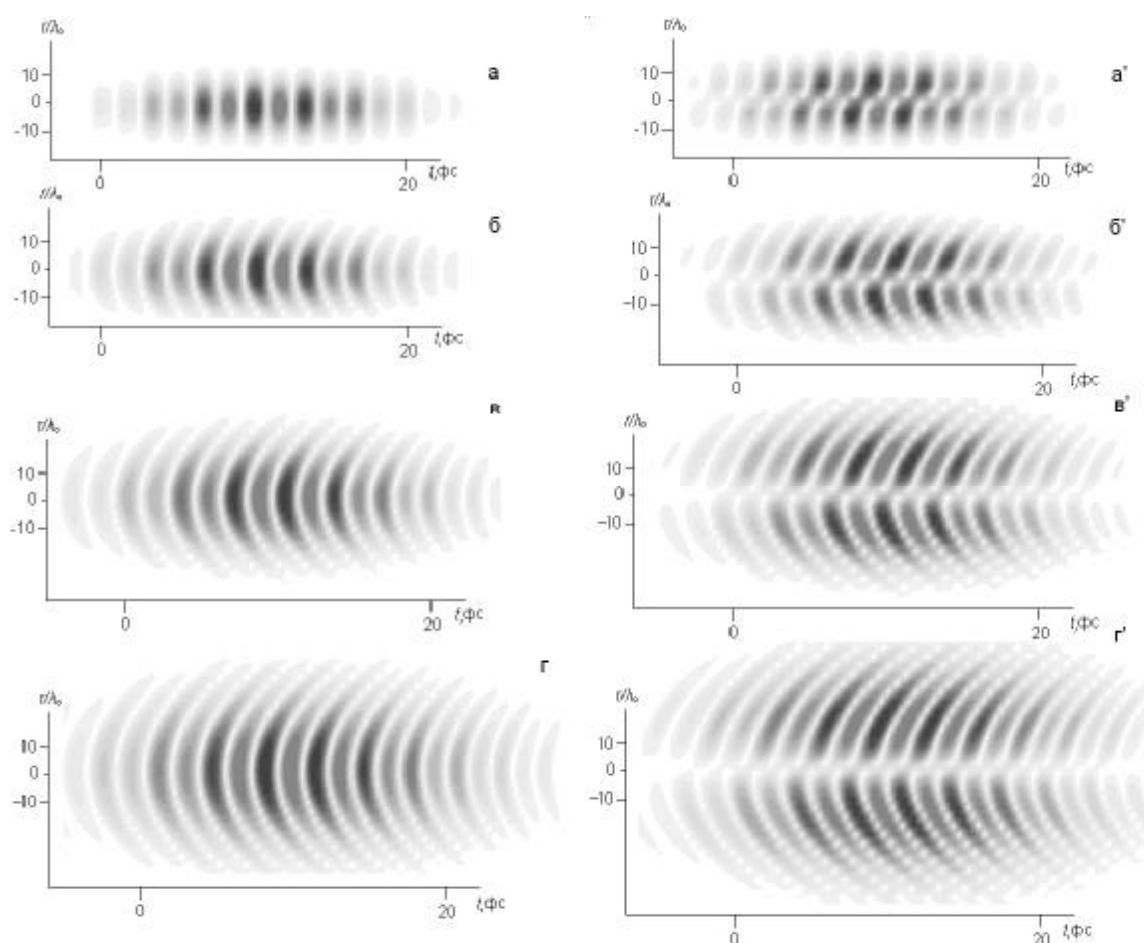


Рис. 2. Пространственно-временная эволюция компонент электрического поля светового импульса (поперечная слева, продольная справа) с входными параметрами  $\lambda_0 = 780 \text{ нм}$ ,  $\Delta t = 7,5 \text{ фс}$ ,  $\Delta x = 10\lambda_0$ . В кварцевом стекле: а–а')  $z = 0$ , б–б')  $z = 0,15 \text{ мм}$ , в–в')  $z = 0,3 \text{ мм}$ , г–г')  $z = 0,45 \text{ мм}$

## Заключение

Из уравнений динамики электромагнитных полей Максвелла выведена система уравнений, описывающих непараксиальную эволюцию декартовых компонент пространственно-временного спектра световой волны в однородной изотропной диэлектрической среде с произвольной зависимостью линейного показателя преломления и характерной для диэлектриков безынерционной кубичной по полю нелинейностью электрической индукции среды. Получены итерационные решения этих уравнений. Решения в первой итерации (приближение линейной среды) иллюстрированы на примере дифракционно-дисперсионного расплывания двумерного волнового пакета. Показано, что на оси пучка продольная компонента поля равна нулю, и в этой области реализуется скачок фазы волны на  $\pi$ .

Работа поддержана грантом РФФИ 08-02-00902-а и программой «Развитие научного потенциала высшей школы», проект 2.1.1/4923.

## Литература

1. Козлов С.А., Самарцев В.В. Оптика фемтосекундных лазеров. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2007. – 218 с.
2. Baltuska A., Wei Z., Pshenichnikov M.S., Wiersma D.A. Optical pulse compression to 5 fs at a 1 MHz repetition rate // Opt. Lett. – 1997. – V. 22. – № 2. – P. 102–104.
3. Nisovi M. et al. Compression of high-energy laser pulses below 5 fs // Opt. Lett. – 1997. – V. 22. – № 8. – P. 522–524.
4. Berkovskiy A.N., Kozlov S.A., Shpolyanskiy Y.A.. Self-focusing of few-cycle light pulses in dielectric media // Phys. Review A. – 2005. – V. 72. – 043821.
5. Крюков П.Г. Фемтосекундные импульсы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 208 с.
6. Козлов С.А. Спектральные уравнения в фемтосекундной нелинейной оптике // В кн.: Проблемы когерентной и нелинейной оптики. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2002. – С. 143–160.
7. Изъюров С.А., Козлов С.А. Динамика пространственного спектра световой волны при ее самофокусировке в нелинейной среде // Письма в ЖЭТФ. – 2000. – Т. 71. – В. 11. – С. 666–670.
8. Козлов С.А., Петрошенко П.А. Самоделение импульсов из нескольких колебаний светового поля в нелинейной среде с дисперсией // Письма в ЖЭТФ. – 2000. – Т. 76. – № 4. – С. 241–245.
9. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973. – 720 с.

*Иванов Дмитрий Владимирович*

– Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, студент, [haxpeha@list.ru](mailto:haxpeha@list.ru)

*Козлов Сергей Аркадьевич*

– Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, доктор физ.-мат. наук, профессор, декан, [kozlov@mail.ifmo.ru](mailto:kozlov@mail.ifmo.ru)