

УДК 538.566

**ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ, СОЗДАВАЕМЫХ В НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЕ НИЗКОЧАСТОТНЫМИ ПРИЗЕМНЫМИ АНТЕННАМИ**

С.Т. Рыбачек, М.А. Белянский

Рассматривается проблема определения электромагнитных полей, создаваемых в нижней ионосфере (50–500 км) приземными низкочастотными антеннами. Решение строится методом нормальных волн в рамках моделей сферического волновода Земля–ионосфера, радиально неоднородной анизотропной ионосферы, произвольной ориентации геомагнитного поля и электрических и магнитных диполей. Определение полей в ионосфере на больших высотах в области неустойчивости решения сводится к интегрированию системы дифференциальных уравнений для касательных компонент полей проникающей собственной волны. На меньших высотах интегрируется комбинация дифференциальных уравнений для адмитанса и для касательных компонент собственных волн. Начальные условия задаются в приближении ВКБ (Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна). С помощью обобщенных теорем взаимности получена связь между компонентами полей, возбуждаемыми в ионосфере различными приземными излучателями.

**Ключевые слова:** электромагнитные поля, анизотропная ионосфера, низкочастотные антенны.

**Введение**

Проблема распространения низкочастотных (НЧ) радиоволн 0,3–30 кГц в ионосфере Земли относится к ряду сравнительно новых. Впервые возможность просачивания волн этого диапазона в ионосферу и магнитосферу Земли отметил Т.Л. Эккерслеи [1] в 1935 г. Исследования свистящих атмосфериков позволили предложить [2] и развить [3] механизм распространения НЧ волн по траекториям, близким к силовым линиям геомагнитного поля, который до сих пор широко используется для интерпретаций экспериментальных данных наряду с другими [4]. Однако возможности исследования структуры ионосферных полей с помощью НЧ источников естественного происхождения ограничены. Более перспективными для диагностики ионосферной плазмы оказались эксперименты по регистрации сигналов наземных НЧ радиостанций с помощью аппаратуры, установленной на борту искусственных спутников Земли (ИСЗ) [5], а также проводимые в течение последних десятилетий в ряде стран эксперименты по регистрации наземными станциями электромагнитных полей, возбуждаемых НЧ антеннами, расположенными на ИСЗ. Эксперименты, выполненные в г. Горьком в 1973–1974 г.г., показали, что при воздействии на нижнюю ионосферу мощным высокочастотным модулированным по амплитуде излучением возникает НЧ излучение на частоте модуляции. Это открытие привлекло внимание исследователей к более низким, по сравнению со спутниковыми, высотам расположения излучателей.

К настоящему времени опубликованы многочисленные теоретические исследования по разработке моделей сред распространения и методов расчета полей. Большая часть из них посвящена распространению радиоволн либо в ионосфере [6, 7], либо в приземном волноводе [8, 9]. Значительное число работ посвящено также комплексной проблеме излучения антенн в плазме с последующим распространением до земной поверхности [10, 11]. Гораздо меньше публикаций имеется по второй комплексной проблеме излучения наземных антенн с последующим распространением в ионосфере [12]. Как правило, в работах по обеим комплексным проблемам используется модель плоского волновода и рассматриваются частные случаи ориентации геомагнитного поля и диполей, моделирующих антенны.

Вторая комплексная проблема рассматривалась авторами в [12–13] как вспомогательная задача при исследовании возбуждения приземного волновода антеннами, расположенными на ИСЗ, и в работе [14], связанной с возможностью предсказания землетрясений. Публикации по этой теме имеют пробелы, связанные с изучением ионосферных полей на высотах ~ 50–120 км, а также по охвату значений параметров, влияющих на НЧ поля на больших высотах. Вследствие этого возникает необходимость более полного изучения структуры радиополей, создаваемых приземными НЧ излучателями в нижней ионосфере.

**Постановка задачи**

Обсуждаемая проблема сводится к ряду волноводных задач и к интегрированию уравнений Максвелла для анизотропной ионосферы. Волновод Земля – ионосфера моделируется сферической полостью со свойствами свободного пространства (вводится сферическая система координат  $r, \theta, \varphi$  с началом в центре Земли). Ионосфера описывается уравнениями для полей в приближении холодной плазмы, нелинейные эффекты не учитываются. Свойства ионосферы полагаются зависящими лишь от радиальной координаты, вектор геомагнитного поля имеет произвольную ориентацию. Антенны моделируются элементарными электрическими и магнитными диполями произвольной ориентации, расположенными в полости волновода при  $r = b, \theta = 0$ . В работе используется система СИ и зависимость от времени  $\exp(-i\omega t)$ .

Волноводные задачи сводятся к уравнениям Максвелла для полости волновода

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = ik\mathcal{H}, \quad \operatorname{rot} \mathcal{H} = -ik(\mathbf{E} + \mathbf{p}_e / \varepsilon_0), \tag{1}$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -ik(\mathcal{H} + z_0 \mathbf{p}_m / \mu_0), \quad \text{rot } \mathcal{H} = -ik\mathbf{E}. \quad (2)$$

В уравнениях (1) и (2)  $\mathbf{p}_e$  и  $\mathbf{p}_m$  – объемные плотности дипольных моментов электрического и магнитного диполей,  $\mathcal{H} = z_0 \mathbf{H}$ , а  $k, \varepsilon_0, \mu_0$  и  $z_0$  – волновое число, диэлектрическая и магнитная проницаемости и характеристический импеданс вакуума соответственно. Граничные условия на нижней стенке волновода ( $r = a$ ) описываются матрицей импеданса Земли, а на верхней стенке ( $r = d$ ) – матрицей адмитанса ионосферы [15]:

$$\begin{pmatrix} E_\theta \\ E_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\delta \\ \delta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_\theta \\ H_\phi \end{pmatrix}, \quad r = a; \quad \begin{pmatrix} H_\theta \\ H_\phi \end{pmatrix} = \hat{a} \begin{pmatrix} E_\theta \\ E_\phi \end{pmatrix}, \quad r = d. \quad (3)$$

Здесь  $\delta$  – приближенный поверхностный импеданс Земли. Кроме того, должны быть выполнены условия ограниченности полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathcal{H}$  при  $\theta = 0, \pi$  и условия их убывания при  $r \rightarrow \infty$ . Общее решение уравнений Максвелла дается суперпозицией двух фундаментальных решений. Поперечно-магнитное поле описывается электрическим  $\mathbf{\Pi}_e = \Pi_e \mathbf{e}_r$ , а поперечно-электрическое магнитным  $\mathbf{\Pi}_m = \Pi_m \mathbf{e}_r$  потенциалами Герца. В области вне источников связь полей с потенциалами имеет следующий вид:

$$\mathcal{H}_e = -ik \text{rot } \mathbf{\Pi}_e, \quad \mathbf{E}_e = \text{rot rot } \mathbf{\Pi}_e, \quad \mathbf{E}_m = ik \text{rot } \mathbf{\Pi}_m, \quad \mathcal{H}_m = \text{rot rot } \mathbf{\Pi}_m. \quad (4)$$

### Волноводные задачи

Основной является задача для радиального электрического диполя. Решение строится методом нормальных волн в виде разложения по собственным функциям радиального оператора, который определяется дифференциальными уравнениями и граничными условиями, вытекающими из (3):

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} + k^2 \right) \begin{pmatrix} R_{v-1/2}^{(e)}(kr) \\ R_{v-1/2}^{(m)}(kr) \end{pmatrix} = \frac{v^2 - 1/4}{r^2} \begin{pmatrix} R_{v-1/2}^{(e)}(kr) \\ R_{v-1/2}^{(m)}(kr) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$R_{v-1/2}^{(e)'}(kr) = -i\delta R_{v-1/2}^{(e)}(kr), \quad R_{v-1/2}^{(m)'}(kr) = -iR_{v-1/2}^{(m)}(kr)/\delta, \quad r = a \quad (6)$$

(граничные условия при  $r = d$  не выписываются). В (6) штрих обозначает производную по аргументу. Спектральная задача (5), (6) позволяет найти собственные функции и уравнение для собственных значений  $v_s$  ( $s=1, 2, \dots$ ). В результате для потенциалов получаем следующие ряды нормальных волн:

$$\begin{pmatrix} \Pi_e \\ \Pi_m \end{pmatrix} = -\frac{P_e}{4\varepsilon_0 k b^2} \sum_{v=v_s} R_{v-1/2}^{(e)}(kb) \begin{pmatrix} R_{v-1/2}^{(e)}(kr) \\ \chi_{v-1/2} R_{v-1/2}^{(m)}(kr) \end{pmatrix} \frac{P_{v-1/2}(-\cos\theta)}{N_{v-1/2} \cos(v\pi)}. \quad (7)$$

Здесь  $P_e$  – величина дипольного момента электрического диполя, а  $v$ ;  $R_{v-1/2}^{(i)}(kr)$ , ( $i=e,m$ );  $\chi_{v-1/2}$ ;  $N_{v-1/2}$  при  $v=v_s$  – собственные значения и функции, коэффициент поляризации и норма оператора. Использование асимптотик функций Лежандра [16]

$$P_{v-1/2}(\cos\theta) = [2/(\pi v \sin\theta)]^{1/2} \sin(v\theta + \pi/4), \quad |v|\theta \gg 1, \quad |v|(\pi - \theta) \gg 1, \quad (8)$$

и замена функции  $[\cos(v\pi)]^{-1}$  геометрической прогрессией позволяют пренебречь в (7) кругосветными и антиподными волнами и ограничиться рассмотрением прямой волны, пришедшей от источника в точку наблюдения по кратчайшему расстоянию. При этом зависимость потенциалов от угла  $\theta$  принимает вид

$$(\sin\theta)^{-1/2} \exp(iv\theta). \quad (9)$$

Касательные компоненты полей в полости волновода в области вне источников можно определить, дифференцируя потенциалы (7) в соответствии с (4). Радиальные компоненты удобно найти, используя связь спектральных задач для поперечного и продольного операторов:

$$\begin{pmatrix} E_r \\ H_r \end{pmatrix} = \frac{1}{r^2} \sum_{v=v_s} (v^2 - 1/4) \begin{pmatrix} \Pi_{es} \\ \Pi_{ms} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Здесь  $\Pi_{es}$ ,  $\Pi_{ms}$  – отдельные члены рядов (7). Решение волноводных задач для других излучателей опирается на решение для радиального электрического диполя. В случае радиального магнитного диполя используется принцип перестановочной двойственности для анизотропных сред [12], который позволяет построить решение с помощью перестановок компонент полей и параметров в формулах, описывающих решение для радиального электрического диполя. Поля касательного к границам раздела электрического диполя можно найти, применяя обобщенную теорему взаимности для анизотропных сред [17]:

$$E_\xi^{e\zeta}(1, \mathbf{H}_0) = E_\xi^{e\zeta}(2, -\mathbf{H}_0), \quad H_\xi^{e\zeta}(1, \mathbf{H}_0) = -g E_\xi^{m\zeta}(2, -\mathbf{H}_0), \quad (11)$$

$$g E_\xi^{m\zeta}(1, \mathbf{H}_0) = -H_\xi^{e\zeta}(2, -\mathbf{H}_0), \quad H_\xi^{m\zeta}(1, \mathbf{H}_0) = H_\xi^{m\zeta}(2, -\mathbf{H}_0), \quad g = z_0 P_e P_m^{-1}.$$

Абсолютные значения дипольных моментов в теореме взаимности для двух электрических диполей полагаются одинаковыми и обозначаются  $P_e$ . Аналогичные значения для магнитных диполей обо-

значены  $P_m$ . В (11) 1 и 2 – две пространственные точки. Индексы  $e$  и  $m$  у компонент полей относятся к электрическому и магнитным диполям соответственно, так что  $E_{\xi}^{e\zeta}(1, \mathbf{H}_0)$  и  $H_{\xi}^{e\zeta}(1, \mathbf{H}_0)$ , например, –  $\xi$  – компоненты полей, создаваемые в точке 2 расположенным в точке 1 электрическим диполем с дипольным моментом  $\mathbf{P}_e$ , ориентированным вдоль орта  $e_{\zeta}(\xi, \zeta = r, \theta, \varphi)$ , при этом геомагнитное поле есть  $\mathbf{H}_0$ . Радиальные компоненты электрического (магнитного) поля горизонтального электрического (магнитного) диполя можно найти, используя теоремы взаимности для такого диполя и вспомогательного радиального электрического (магнитного) диполя. Далее с помощью (10) определяются потенциалы, дифференцируя которые по координатам в соответствии с формулами (4), можно найти касательные компоненты электрического и магнитного полей. Аналогично находятся поля горизонтального магнитного диполя.

### Поля в ионосфере

Уравнения Максвелла в анизотропной ионосфере имеют вид

$$\text{rot } \mathbf{E} = ik \hat{\boldsymbol{\mu}} \mathbf{H}, \quad \text{rot } \hat{\boldsymbol{\mu}} \mathbf{E} = -ik \hat{\boldsymbol{\epsilon}}'_m \mathbf{E}, \quad (12)$$

где  $\hat{\boldsymbol{\epsilon}}'_m$  – тензор относительной комплексной диэлектрической проницаемости среды. Асимптотическое разделение переменных в уравнениях (12), базирующееся на использовании асимптотик (8), позволяет, учитывая (9) и опуская индекс  $s$  у собственного значения, представить поля нормальной волны в ионосфере в виде

$$\mathbf{e}^{(v)} \exp(iv\theta)(\sin \theta)^{-1/2}, \quad \mathbf{e}^{(v)} = r \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(v)}, \quad \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(v)} \equiv \{E_0^{(v)}, E_{\varphi}^{(v)}, H_0^{(v)}, H_{\varphi}^{(v)}\}, \quad (13)$$

где  $\boldsymbol{\mathcal{E}}^{(v)}$  – матрица-столбец  $4 \times 1$  с компонентами, указанными в фигурных скобках. Вектор  $\mathbf{e}^{(v)}$  удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$d\mathbf{e}^{(v)} / dx = ik \hat{T}_v \mathbf{e}^{(v)}, \quad x = kr. \quad (14)$$

Здесь  $\hat{T}_v$  – матрица  $4 \times 4$ , элементы которой имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} T_{11} &= -S_v \varepsilon_{r\theta} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{12} = -S_v \varepsilon_{r\varphi} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{14} = 1 - S_v^2 / \varepsilon_{rr}, \quad T_{23} = -1, \\ T_{31} &= -\sigma_{\varphi\theta} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{32} = S_v^2 - \sigma_{\varphi\varphi} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{34} = S_v \varepsilon_{\varphi r} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{41} = \sigma_{\theta\theta} / \varepsilon_{rr}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} T_{42} &= \sigma_{\theta\varphi} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{44} = -S_v \varepsilon_{\theta r} / \varepsilon_{rr}, \quad T_{13} = T_{21} = T_{22} = T_{24} = T_{33} = T_{43} = 0. \\ S_v &= \sin \alpha(v, r) = v(kr)^{-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

В формулах (15) и (16) значения  $\sigma_{in}$  ( $i, n = r, \theta, \varphi$ ) определяются элементами  $\varepsilon_{in}$  тензора  $\hat{\boldsymbol{\epsilon}}'_m$ , а  $\alpha(v, r)$  – комплексный угол падения нормальной волны на ионосферу. Уравнение (14) по форме совпадает с уравнением, описывающим прохождение плоских волн в однородной анизотропной плазме [15]. Отличие состоит в том, что в рассматриваемой нами задаче свойства среды зависят от радиальной координаты, а элементы тензора  $\hat{T}_v$  зависят от  $r$  и спектрального параметра  $v$ . Из четырех линейно независимых решений системы (14) граничным условиям, состоящим в требовании убывания поля при  $r \rightarrow \infty$ , удовлетворяют два,  $\mathbf{e}_1^{(v)}$  и  $\mathbf{e}_2^{(v)}$  ( $\boldsymbol{\mathcal{E}}_1^{(v)}$  и  $\boldsymbol{\mathcal{E}}_2^{(v)}$ ). На произвольной высоте в ионосфере поле нормальной волны номера  $s$  можно представить суммой собственных волн,

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}^{(v_s)} = C_{1s} \boldsymbol{\mathcal{E}}_1^{(v_s)} + C_{2s} \boldsymbol{\mathcal{E}}_2^{(v_s)}, \quad (17)$$

где  $\boldsymbol{\mathcal{E}}_p^{(v_s)}$  ( $p = 1, 2$ ) – матрица-столбец вида (13),

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_p^{(v_s)} = (r \sqrt{\sin \theta})^{-1} \exp(iv_s \theta) \mathbf{e}_p^{(v_s)}. \quad (18)$$

Постоянные  $C_{1s}$  и  $C_{2s}$  в (17) определяются из условий сшивания при  $r = d$  тангенциальных компонент электрического и магнитного полей нормальной волны номера  $s$ , найденных в волноводе и ионосфере. Касательные составляющие полных полей в ионосфере представляются рядами нормальных волн  $\boldsymbol{\mathcal{E}} = \sum_{s=1} \boldsymbol{\mathcal{E}}^{(v_s)}$ , радиальные находятся из уравнений Максвелла:

$$E_r = -(\varepsilon_{rr})^{-1} \left[ \varepsilon_{r\theta} E_{\theta} + \varepsilon_{r\varphi} E_{\varphi} + \sum_{s=1} \frac{v_s}{kr} H_{\varphi}^{(v_s)} \right], \quad H_r = \sum_{s=1} \frac{v_s}{kr} E_{\varphi}^{(v_s)}, \quad (19)$$

(формулы (19) получаются из уравнений Максвелла).

С помощью волн  $\boldsymbol{\mathcal{E}}_1^{(v_s)}$  и  $\boldsymbol{\mathcal{E}}_2^{(v_s)}$  (18) можно ввести адмитанс ионосферы  $\hat{a}^{(v)}$  [15]

$$\begin{pmatrix} H_{10}^{(v)} & H_{20}^{(v)} \\ H_{1\phi}^{(v)} & H_{2\phi}^{(v)} \end{pmatrix} = \hat{a}^{(v)} \begin{pmatrix} E_{10}^{(v)} & E_{20}^{(v)} \\ E_{1\phi}^{(v)} & E_{2\phi}^{(v)} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Адмитанс  $\hat{a}^{(v)}$  удовлетворяет матричному дифференциальному уравнению  $d\hat{a}^{(v)} / dx = i(-\hat{a}^{(v)} B_{12} \hat{a}^{(v)} + B_{21} - \hat{a}^{(v)} B_{11} + B_{22} \hat{a}^{(v)})$ , (21)

где значения  $B_{in}$  определяются элементами матрицы  $T_{in}$  (15):

$$B_{11} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{12} = \begin{pmatrix} T_{13} & T_{14} \\ T_{23} & 0 \end{pmatrix}, B_{21} = \begin{pmatrix} T_{31} & T_{32} \\ T_{41} & T_{42} \end{pmatrix}, B_{22} = \begin{pmatrix} 0 & T_{34} \\ 0 & T_{44} \end{pmatrix}.$$

В волноводных задачах адмитанс  $\hat{a}^{(v)}$  можно определить, интегрируя уравнения (21) для элементов матрицы адмитанса. Задавая в качестве начальных условий решения ВКБ [15] при некотором значении  $r = r_0$ , можно найти адмитанс  $\hat{a} = \hat{a}(v)$  при  $r = d$ , который используется в граничном условии (3). Значение  $r_0$  соответствует верхней границе области, существенной для распространения волн в волноводе [18], и определяется параметрами задачи и заданной точностью расчета полей. Уравнения интегрируются при вычислении корня  $v_s$  характеристического уравнения при каждой итерации, при этом в соответствии с формулой (20) адмитанс несет в себе информацию об обоих решениях,  $\mathcal{E}_1^{(v_s)}$  и  $\mathcal{E}_2^{(v_s)}$ .

Матрица адмитанса может быть рассчитана на любых высотах  $H = r - a$  в ионосфере без возникновения численных неустойчивостей, однако для определения компонент ионосферных полей необходимо дополнительное интегрирование. Использование уравнений (14) на больших высотах  $H$  (порядка сотен километров) приводит к появлению таких нестабильностей, так как из двух собственных решений только одно является существенно распространяющимся. Второе быстро затухает по мере распространения в ионосфере и на больших высотах приводит к потере линейности решений и неустойчивости распространяющейся (проникающей) волны [7]. Однако на высотах  $H > H_1$  сильно затухающее решение пренебрежимо мало по сравнению с распространяющейся волной, которая в этом случае описывает полное поле. Значение  $H_1$  зависит от параметров задачи и заданной точности решения (см. ниже). На высотах  $H < H_1$  ионосферные поля можно найти, интегрируя уравнения для компонент полей (14) или комбинированную систему уравнений для матрицы адмитанса (21) и компонент полей.

### Соотношения между компонентами ионосферных полей различных излучателей

Зависимость потенциалов (7) от координат для каждой отдельной нормальной волны с учетом выражений (9) описывается функциями

$$\Pi_e \sim R_{v-1/2}^{(e)}(kr) \exp(i\nu\theta)(\sin\theta)^{-1/2}, \quad \Pi_m \sim R_{v-1/2}^{(m)}(kr) \exp(i\nu\theta)(\sin\theta)^{-1/2}. \quad (22)$$

Из формул (4) и (10), опуская индексы  $e$  и  $m$  у компонент полей, можно получить

$$\begin{pmatrix} E_\theta \\ H_\theta \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} \begin{pmatrix} \Pi_e \\ \Pi_m \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} E_\phi \\ H_\phi \end{pmatrix} = \frac{ik}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \begin{pmatrix} -\Pi_m \\ \Pi_e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} E_r \\ H_r \end{pmatrix} = \frac{v^2 - 1/4}{r^2} \begin{pmatrix} \Pi_e \\ \Pi_m \end{pmatrix}. \quad (23)$$

Используя выражения (22), (23), полагая функцию  $(\sin\theta)^{-1/2}$  медленно меняющейся по сравнению с  $\exp(i\nu\theta)$  и считая, что  $|\nu| \gg 1$ , найдем отношения компонент полей в полости волновода

$$\begin{aligned} E_\theta / E_r &= ikr R_{v-1/2}^{(e)'}(kr) / [v R_{v-1/2}^{(e)}(kr)], \\ H_r / H_\theta &= v R_{v-1/2}^{(m)}(kr) / [ikr R_{v-1/2}^{(m)'}(kr)], \\ E_\theta / H_\phi &= R_{v-1/2}^{(e)'}(kr) / [i R_{v-1/2}^{(e)}(kr)], \quad E_\phi / H_\theta = -i R_{v-1/2}^{(m)}(kr) / [R_{v-1/2}^{(m)'}(kr)]. \end{aligned} \quad (24)$$

Если точка наблюдения располагается на поверхности Земли, то в силу граничных условий (6) отношения (24) принимают следующий вид:

$$E_\theta / E_r = ka\delta / \nu, \quad H_r / H_\theta = \nu\delta / (ka), \quad E_\theta / H_\phi = -\delta, \quad E_\phi / H_\theta = \delta.$$

Теоремы взаимности (11) позволяют получить отношения какой-либо (одной и той же) компоненты полей, возбуждаемых в ионосфере в точке 2 с координатами  $(r, \theta)$  различными излучателями, расположенными в полости волновода в точке 1  $(b, 0)$ . Эти отношения с учетом выражений (24) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{e\theta} &= ([ikb R_{v-1/2}^{(e)'}(kb)] / [v R_{v-1/2}^{(e)}(kb)]) \mathbf{B}^{er}, \quad \mathbf{B}^{m\theta} = -([i R_{v-1/2}^{(m)'}(kb)] / [g R_{v-1/2}^{(m)}(kb)]) \mathbf{B}^{e\phi}, \\ \mathbf{B}^{m\theta} &= ([ikb R_{v-1/2}^{(m)'}(kb)] / [v R_{v-1/2}^{(m)}(kb)]) \mathbf{B}^{mr}, \quad \mathbf{B}^{e\theta} = ([ig R_{v-1/2}^{(e)'}(kb)] / [R_{v-1/2}^{(e)}(kb)]) \mathbf{B}^{m\phi}. \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь вектор  $\mathbf{V}^{q\xi}$  ( $q = e, m; \xi = r, \theta, \varphi$ ) – матрица-столбец  $6 \times 1$ , элементами которой являются компоненты напряженностей электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{H}$  полей. При расположении излучателя на поверхности Земли ( $b = a$ ) из выражений (25) с учетом (6) вытекает, что

$$\mathbf{V}^{e0} = g\delta \mathbf{V}^{m\varphi}, \mathbf{V}^{e\varphi} = -g\delta \mathbf{V}^{m0}, \mathbf{V}^{e\theta} = (ka\delta / v)\mathbf{V}^{er}, \mathbf{V}^{mr} = [v\delta / (ka)]\mathbf{V}^{m0}. \quad (26)$$

Из приближенных выражений (26) вытекает, что при анализе структуры ионосферных полей достаточно ограничиться рассмотрением лишь двух ионосферных излучателей. Результаты численных расчетов компонент полей рассмотрим в последующих работах.

### Заключение

В работе изложена теория распространения в ионосфере электромагнитных волн, излучаемых источниками, расположенными вблизи поверхности Земли. В рамках моделей анизотропной, неоднородной по радиальной координате ионосферы, сферического регулярного приземного волновода, а также электрических и магнитных диполей различной ориентации она сводится к двум проблемам.

Первая проблема связана с волноводными задачами для электрических и магнитных диполей, которые решаются с помощью принципа перестановочной двойственности и обобщенных теорем взаимности для анизотропных сред.

Вторая проблема связана с нахождением полей в ионосферной плазме. Дифференциальные уравнения для матричного адмитанса и касательных компонент полей интегрируются в области ионосферных высот  $H_1 - H_0$ , где  $H_0$  – начало ионосферного слоя. В области, расположенной выше  $H_1$ , интегрируются лишь уравнения для касательных компонент одной «проникающей» собственной ионосферной волны, которая и описывает полное поле.

С помощью обобщенных теорем взаимности получена связь между компонентами полей, создаваемых в ионосфере электрическими и магнитными приземными диполями различных ориентаций.

Полученные теоретические результаты легли в основу алгоритмов, которые позволили провести численное исследование особенностей структуры электромагнитных полей, возбуждаемых низкочастотными антеннами, расположенными вблизи поверхности Земли. Результаты численных расчетов анализируются во второй части работы.

### Литература

1. Eckersley T.L. Musical atmospherics // Nature. – 1935. – V. 135. – P. 104–123.
2. Storey L.R.O. An investigation of whistling atmospherics // Phil. Trans. Roy. Soc. – 1953. – V. 246A. – № 908. – P. 113–141.
3. Helliwell R.A. Whistlers and Related Ionospheric Phenomena. – Stan. Univ. Pr. – 1965. – 365 p.
4. Мальцева О.А., Молчанов О.А. Распространение низкочастотных волн в магнитосфере Земли. – М.: Наука, 1987. – 117 с.
5. Laaspere T., Johnson W.C. Additional results from an OGO 6 experiment concerning ionospheric electric and electromagnetic fields in the range 20 Hz to 540 kHz // J. Geophys. Res. – 1973. – V. 78. – № 16. – P. 2926–2944.
6. Galejs J. Stable solution of ionospheric fields in propagation of ELF and VLF waves // Radio Sci. – 1972. – V. 7. – № 5. – P. 549–561.
7. Budden K.G. The theory of coupling of characteristic radio waves in the ionosphere // J. Atmos. Terr. Phys. – 1972. – V. 34. – № 11. – P. 1909–1921.
8. Galejs J. Terrestrial Propagation of Long Electromagnetic Waves. – New York: Pergamon. Press, 1972. – 362 p.
9. Макаров Г.И., Новиков В.В., Рыбачек С.Т. Распространение радиоволн в волноводном канале Земля–ионосфера и в ионосфере. – М.: Наука, 1994. – 150 с.
10. Pappert R.A. Excitation of the Earth-ionosphere waveguide by point dipoles at satellite heights // Radio sci. – 1973. – V. 8. – № 6. – P. 535–545.
11. Котик Д.С., Поляков С.В., Яшнов В.А. Возбуждение волновода Земля–ионосфера низкочастотными источниками, расположенными в неоднородной ионосфере // Изв. вузов. Радиофизика. – 1978. – Т. 21. – № 7. – С. 938–944.
12. Рыбачек С.Т. Электромагнитные поля точечных диполей в волноводе Земля–ионосфера // Изв. вузов. Радиофизика. – 1985. – Т. 28. – № 4. – С. 406–415.
13. Рыбачек С.Т. Электромагнитные поля ионосферных точечных диполей в волноводе Земля–ионосфера. // Ibid № 6. – С. 703–711.
14. Borisov N., Chmyrev V., Rybachek S. A new ionospheric mechanism of electromagnetic ELF precursors to Earthquakes // Geomagn. Aeron. – 2001. – V. 63. – № 1. – P. 3–10.
15. Budden K.G. Radiowaves in the ionosphere. – Cambridge Univ. Press, 1961. – 542 p.

16. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. – М.: Наука, 1966. – 295 с.  
17. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. – М.: Наука, 1967. – 683 с.  
18. Рыбачек С.Т. О влиянии существенной области ионосферного слоя на характеристики распространения СДВ // Изв. вузов. Радиофизика. – 1972. – Т. 15. – № 9. – С. 1300–1303.

**Рыбачек Светлана Тимофеевна** – Санкт-Петербургский государственный университет, кандидат физ.-мат. наук, доцент, rybachek\_st@mail.ru  
**Белянский Максим Анатольевич** – Санкт-Петербургский государственный университет, аспирант, maxim\_belyansky@mail.ru