

УДК 681.511

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРЕЦИЗИОННЫМ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ С ГАРАНТИРОВАННОЙ СТЕПЕНЬЮ УСТОЙЧИВОСТИ

А.А. Абдуллин^а, В.Н. Дроздов^а, А.А. Плотыцын^а

^а Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, artur.abdullin@gmail.com

Рассматривается модернизированная процедура синтеза оптимальной в квадратичном смысле системы управления линейным объектом с упругими связями. Синтез стандартной оптимальной в квадратичном смысле системы управления предполагает выбор матриц штрафа квадратичного функционала. При этом показатели качества оптимальной системы сильно зависят от конкретного выбора этих матриц. Трудоемкая процедура подбора матриц штрафа заменяется выбором желаемой степени устойчивости оптимальной системы. В основе предлагаемого метода лежит идея, при которой в задаче синтеза оптимального управления вместо оригинальной матрицы состояния объекта управления используется новая матрица состояния. Собственные числа новой матрицы состояния расположены правее собственных чисел оригинальной матрицы на заданном расстоянии. Такая методика проектирования позволяет для матрицы состояния замкнутой системы получить собственные числа, сдвинутые влево от комплексной оси на заданное расстояние, другими словами, получить гарантированную степень устойчивости системы. Предложенный метод проектирования алгоритма управления продемонстрирован на примере синтеза оптимальной системы управления электропривода с двухмассовым механизмом. Параметры объекта управления вычислены по амплитудно-частотной характеристике, полученной в ходе эксперимента идентификации. При проектировании оптимальной системы управления для оценки неизмеряемых переменных состояний объекта управления использовался наблюдатель пониженной размерности.

Ключевые слова: оптимальное управление, наблюдатель пониженной размерности, двухмассовый механизм, регулятор состояния, степень устойчивости.

OPTIMAL CONTROL SYSTEM FOR PRECISION ELECTRIC DRIVE WITH GUARANTEED DEGREE OF STABILITY

A.A. Abdullin^a, V.N. Drozdov^a, A.A. Plotitsyn^a

^a ITMO University, Saint Petersburg, Russia, artur.abdullin@gmail.com

Improved design method of optimal control system for the linear object with elastic coupling is considered. Standard optimal control system design implies the selection of state and input penalty matrix for the quadratic functional. Moreover the system performance quality depends greatly on the specific penalty matrix. Instead of the state and input penalty matrix selection procedure the selection of desired stability degree is proposed. The proposed method of optimal control system design is based on the idea of new state matrix utilization. The new state matrix has its eigenvalues at the specified distance to the right from the eigenvalues of the original state matrix. Thereupon we can assign the closed loop state feedback system matrix eigenvalues at that specified distance to the left from imaginary axis of the complex plane, in the other words, we can achieve the desired stability degree of the system. The proposed method of control algorithm design is demonstrated for a control system of an electric drive with two-mass mechanism (object). Object characteristic was evaluated by amplitude-frequency response obtained during identification experiment. Unavailable or immeasurable variables of the control object state were estimated by reduced-order observer while optimal control system design.

Keywords: optimal control system, reduced-order observer, two-mass mechanism, state regulator, stability degree.

Введение

Рассмотрим электромеханическую систему (ЭМС), которая состоит из управляемого преобразователя напряжения, электродвигателя и механизма, представленного двухмассовой расчетной схемой. Такая система с высокой степенью точности описывает процессы управления положением как азимутальной, так и угломестной осей опорно-поворотного устройства наземного телескопа [1–5].

Модель состояния такой ЭМС без учета возмущающего воздействия имеет стандартный вид:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}. \quad (1)$$

Вектор состояния этой ЭМС $\mathbf{x} = [u_1 \quad i \quad \Omega_1 \quad \delta \quad \Omega_2 \quad \alpha_1]^T$, где u_1 – выходное напряжение управляемого преобразователя; i – эквивалентный ток статорной цепи вентильного двигателя; Ω_1 – угловая скорость первой массы; $\delta = (\alpha_1 - \alpha_2)$ – угол скручивания соединительного элемента первой и второй масс; Ω_2 – угловая скорость второй массы; α_1 – угол поворота первой массы, u – сигнал управления на входе преобразователя напряжения.

Типичным режимом работы опорно-поворотного устройства является воспроизведение сигнала целеуказания. Достаточно медленное изменение угловых координат объекта слежения позволяет аппроксимировать задающее воздействие кусочно-линейной функцией [6].

Эта задача решается с использованием изодромного (грубого) управления вынужденным движением. Подобные системы называют также системами с внутренней моделью [7]. Принципы построения математической модели такой системы описываются в работах [8, 9]. Идея заключается в том, что в качестве составной части регулятора используется модель внешнего воздействия, которая имеет вид

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{G}\mathbf{z} + \mathbf{L}(g - y) = \mathbf{G}\mathbf{z} + \mathbf{L}\varepsilon,$$

где g – сигнал задания, $\varepsilon = g - y$ – сигнал ошибки, а матрица \mathbf{L} выбирается простейшего вида, но так, чтобы пара матриц (\mathbf{G}, \mathbf{L}) была полностью управляемой. Эта часть регулятора вместе с объектом управления (ОУ) (1) образует объединенный ОУ с вектором состояния $\mathbf{x}_n = [\mathbf{x}^T \quad \mathbf{z}^T]^T$ [9],

$$\dot{\mathbf{x}}_n = \mathbf{A}_n \mathbf{x}_n + \mathbf{B}_n u.$$

Матрица состояния и матрица входа модели состояния этого объекта равны

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{L}\mathbf{C} & \mathbf{G} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}.$$

В качестве алгоритма управления используется регулятор (2) с обратными связями по всем переменным состояния, обеспечивающий устойчивость замкнутой системы и, при отсутствии возмущений, нулевую установившуюся ошибку [7]:

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x}_n. \quad (2)$$

Одним из самых распространенных методов расчета матрицы обратных связей \mathbf{K} является сведение характеристического полинома матрицы $\mathbf{A}_n - \mathbf{B}_n \mathbf{K}$ к полиному с заданными или желаемыми собственными числами [10–12].

Синтез оптимального в квадратичном смысле управления

Существует метод, в рамках которого выбор собственных чисел замкнутой системы не представлен в явном виде. В этом случае матрица обратных связей \mathbf{K} доставляет минимум квадратичному функционалу (3) [10, 12]:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}_n^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_n + u^T \mathbf{R} u) dt. \quad (3)$$

Метод поддерживается наличием мощных математических пакетов [13].

При любой положительно полуопределенной матрице \mathbf{Q} и положительно определенной матрице \mathbf{R} оптимальное в квадратичном смысле управление обеспечивает значение радиуса запасов устойчивости $r = 1$ [14]. В этом случае запас устойчивости системы по фазе – не менее 60° , что гарантирует хорошую демпфируемость системы. Однако быстродействие оптимальной системы сильно зависит от конкретного выбора матриц штрафа. Метод подбора матриц весьма трудоемок. Во избежание указанной трудности предлагается следующий прием.

Известно [15], что если квадратные матрицы связаны некоторым функциональным соотношением $\mathbf{M} = f(\mathbf{N})$, то точно таким же соотношением связаны собственные числа этих матриц:

$$s_i^{\mathbf{M}} = f(s_i^{\mathbf{N}}), \quad i = 1, \dots, n.$$

Учитывая сказанное, в задаче синтеза оптимального управления объектом (1) вместо матрицы состояния объединенного ОУ \mathbf{A}_n выберем матрицу

$$\mathbf{A}_{ns} = \mathbf{A}_n + \eta \mathbf{I}, \quad (4)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица; η – желаемая степень устойчивости для матрицы замкнутой системы $\mathbf{F}_n = \mathbf{A}_n - \mathbf{B}_n \mathbf{K}$.

При произвольных определенно положительных матрицах штрафа \mathbf{Q} и \mathbf{R} , например, единичных, решим уравнение Риккати (5),

$$\mathbf{P} \mathbf{B}_n \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_n^T \mathbf{P} - \mathbf{Q} - \mathbf{A}_{ns}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{A}_{ns} = 0, \quad (5)$$

и вычислим матрицу обратных связей (6),

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_n^T \mathbf{P}, \quad (6)$$

тогда матрица состояния

$$\mathbf{F}_{ns} = \mathbf{A}_{ns} - \mathbf{B}_n \mathbf{K} \quad (7)$$

замкнутой системы гарантированно будет иметь все собственные числа слева от мнимой оси на плоскости корней. Воспользовавшись (4), перепишем матрицу состояния (7) в виде

$$\mathbf{F}_{ns} = \mathbf{A}_n + \eta \mathbf{I} - \mathbf{B}_n \mathbf{K} = \mathbf{F}_n + \eta \mathbf{I}, \quad (8)$$

откуда

$$\mathbf{F}_n = \mathbf{F}_{ns} - \eta \mathbf{I}. \quad (9)$$

Собственные числа матрицы (8) лежат слева от мнимой оси, следовательно, собственные числа матрицы (9) будут сдвинуты влево от мнимой оси на расстояние, не меньшее, чем η . В результате неопределенная процедура выбора матриц штрафа в задаче оптимального управления заменена процедурой выбора степени устойчивости, которая имеет прозрачный физический смысл. Она определяет быстродейст-

вие оптимальной системы.

При наличии неизмеряемых координат вектора состояния x_{OU} (1), как обычно, используется наблюдатель пониженной размерности, и оптимальное управление (2) трансформируется соответствующим образом [9].

Эксперимент

Отработка предложенной методики синтеза оптимального в квадратичном смысле управления производилась на лабораторном стенде электропривода с двухмассовым механизмом. Общий вид и принципиальная схема электромеханической части лабораторного стенда представлены на рис. 1.

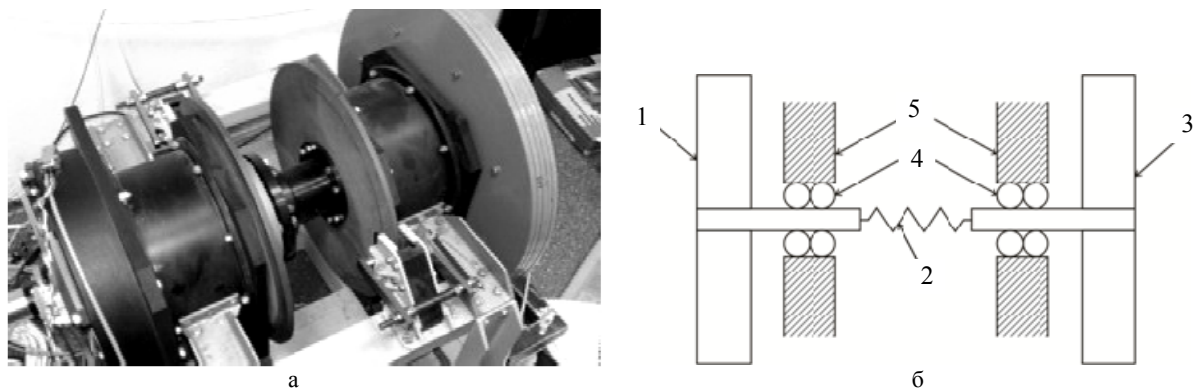


Рис. 1. Общий вид электромеханической части лабораторного стенда (а); принципиальная схема электро-механической части лабораторного стенда (б): 1 – вал с трехфазным двигателем; 2 – соединительная муфта; 3 – вал с полезной нагрузкой; 4 – подшипниковые узлы; 5 – опоры

На рис. 1, б, показано, что в двух опорах 5 с помощью подшипниковых узлов 4 закреплены два вала. На первом валу 1 установлен трехфазный двигатель производства фирмы Рухсервомотор и инкрементный оптический датчик фирмы Renishaw. Макет полезной нагрузки, закрепленный на втором валу 3, выполнен в виде наборных колец, что позволяет менять его момент инерции.

Оба вала соединены специальной муфтой 2, устройство которой позволяет менять крутильную жесткость (или податливость) этого соединения. Также следует отметить, что момент сухого трения в подшипниковых узлах в значительной степени неравномерно распределен по окружности вращения вала.

В силу того, что не все параметры исследуемого ОУ имеются в наличии, для синтеза регулятора будем использовать математическую модель ОУ, полученную в ходе анализа экспериментальной амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) ОУ.

На рис. 2 кривая 1 представляет собой АЧХ объекта с выходным сигналом в виде скорости вращения первой массы Ω_1 .

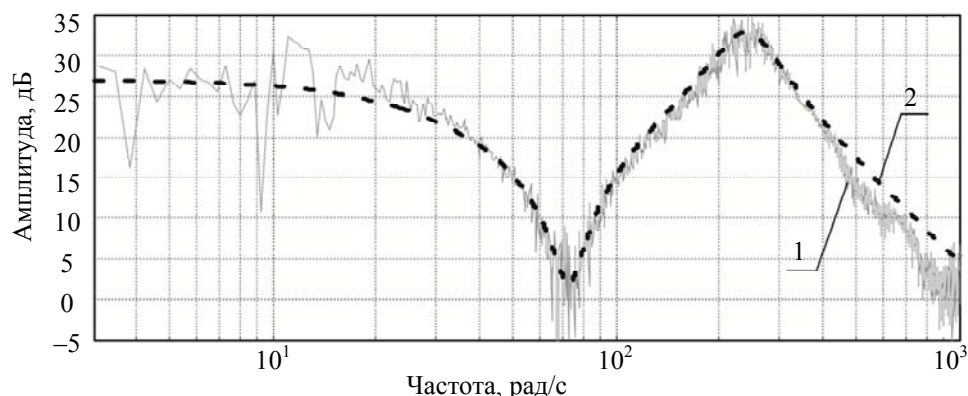


Рис. 2. АЧХ электропривода с двухмассовой нагрузкой: объекта (1) и модели (2)

Аппроксимируя АЧХ прямыми линиями с наклонами, кратными 20 дБ/дек, получаем модель ОУ в виде передаточной функции (10):

$$W(s) = \frac{\Omega_1(s)}{u(s)} = \frac{k(\tau^2 s^2 + 2\zeta\tau s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2^2 s^2 + 2\xi T_2 s + 1)(T_3 s + 1)}. \quad (10)$$

Параметры этой передаточной функции, определенные по асимптотической логарифмической ха-

рактеристике, следующие: $k = 22,4$, $\tau = 0,014$ с, $\zeta = 0,078$, $\xi = 0,206$, $T_1 = 0,038$ с, $T_2 = 0,004$ с, $T_3 = 0,004$ с. Рассчитанная согласно (10) АЧХ модели представлена кривой 2 на рис. 2. АЧХ объекта и модели совпадают в достаточной степени, что говорит об адекватности аппроксимации экспериментальной характеристики.

Используя функцию (11) пакета прикладных программ MATLAB,

$$[\mathbf{A} \ \mathbf{B} \ \mathbf{C}] = ss(W(s)), \tag{11}$$

и дополнив вектор переменных состояния углом поворота первой массы, получим модель ОУ в векторно-матричном виде:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \Omega_1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -379 & -182 & -131 & -47,5 & 0 \\ 512 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 256 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 64 & 0 & 0 \\ 0 & 51,2 & 2,26 & 16,6 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 64 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Собственные числа матрицы состояния данного ОУ равны

$$\mathbf{s}_A = [0 \ -26 \ -49 + 238i \ -49 - 238i \ -254].$$

Пара комплексно сопряженных собственных чисел, в рассматриваемом случае это $-49 \pm 238i$, определяет затухающие колебания, вызванные упругой связью между первой и второй массами. Демпфирование этих колебаний является одной из проблем управления объектами с упругими связями. Убедимся, что использование оптимального в квадратичном смысле управления обеспечивает быстрое затухание указанных колебаний.

Рассчитаем матрицу обратных связей регулятора состояния ОУ в виде (6), задавшись значением степени устойчивости системы $\eta = 19 \text{ с}^{-1}$. Процедура решения уравнения Риккати (5) в пакете прикладных программ MATLAB выглядит следующим образом:

$$\mathbf{K} = \text{lqr}(\mathbf{A}_n, \mathbf{B}_n, \mathbf{Q}, \mathbf{R}),$$

где \mathbf{K} – матрица коэффициентов обратной связи.

Матрица состояния замкнутой системы (9) с рассчитанной матрицей обратных связей будет иметь собственные числа, равные

$$\mathbf{s}_{F_n} = [-38 \ -45,7 + 8,8i \ -45,7 - 8,8i \ -91 + 2,6i \ -91 - 2,6i \ -267].$$

Структура собственных чисел оптимальной замкнутой системы говорит о том, что степень устойчивости 38, т.е. не меньше заданной.

В рассматриваемом случае непосредственно измерялась лишь переменная состояния α_1 , помимо этого, регулятору доступна также переменная состояния z_1 интегратора, введенного в канал ошибки [9]. Реализация оптимальной системы в этом случае возможна с использованием наблюдателя пониженной размерности, при этом закон управления (2) примет вид

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x}_n = \mathbf{N}_1\mathbf{y} + \mathbf{N}_2\tilde{\mathbf{w}},$$

здесь $\mathbf{y} = [\alpha_1 \ z_1]^T$ – вектор измеряемых переменных состояния; $\tilde{\mathbf{w}} = [\tilde{w}_1 \ \tilde{w}_2 \ \tilde{w}_3 \ \tilde{w}_4]^T$ – вектор наблюдаемых переменных состояния; $\mathbf{N}_1 = [n_{11} \ n_{12}]$ – вектор коэффициентов измеряемых переменных; $\mathbf{N}_2 = [n_{21} \ n_{22} \ n_{23} \ n_{24}]$ – вектор коэффициентов наблюдаемых или оцениваемых переменных. Матрицы $\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$ находятся согласно выражению $[\mathbf{N}_1 \ \mathbf{N}_2] = -\mathbf{K}[\mathbf{C}^T \ \mathbf{M}^T]^{-T}$, где \mathbf{M} есть решение уравнения Сильвестра $\mathbf{M}\mathbf{A} - \mathbf{A}_n\mathbf{M} = \mathbf{R}_n\mathbf{C}$. Матрицы \mathbf{A}_n и \mathbf{R}_n определяют динамику наблюдателя.

На рис. 3 представлена структурная схема оптимальной системы управления с наблюдателем пониженной размерности (obsv).

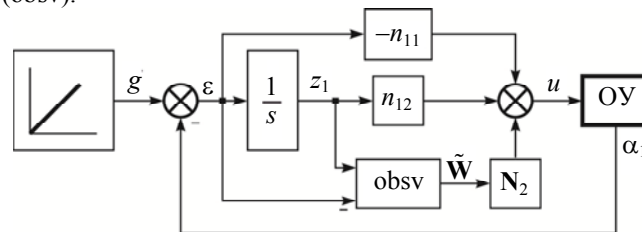


Рис. 3. Структурная схема системы управления

На рис. 4, а, приведен график переходного процесса ошибки слежения в системе с оптимальным регулятором состояния и редуцированным наблюдателем при воспроизведении входного воздействия, возрастающего линейно со скоростью 1 %/с, кривая 1 представляет собой переходной процесс в математической модели, кривая 2 – переходной процесс в системе с реальным ОУ. Более быстрый переходной процесс в системе с математической моделью можно объяснить тем, что ни одна модель не в состоянии отобразить все особенности физического объекта.

График ошибки в установившемся режиме при том же воздействии представлен на рис. 4, б. Максимальная ошибка составляет 3,2", среднеквадратическая ошибка – 1,4".

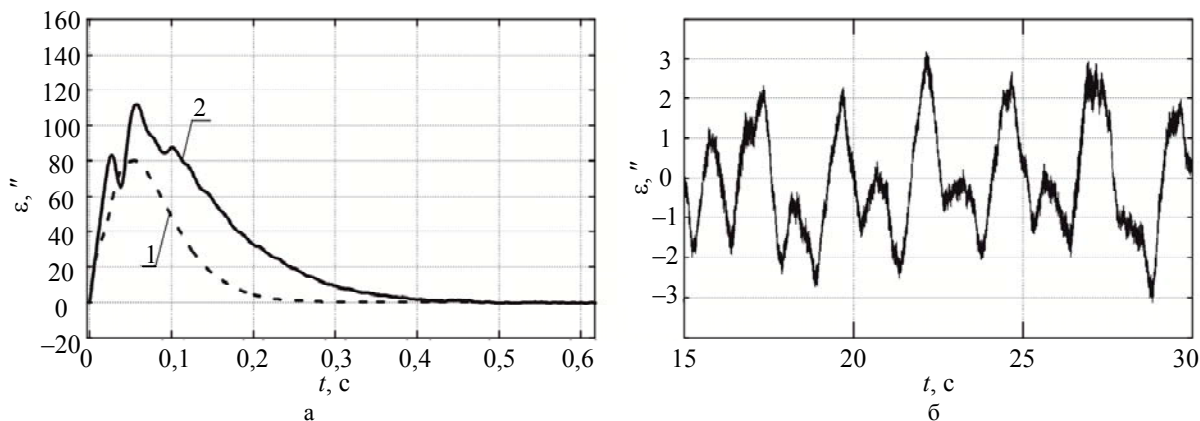


Рис. 4. Результаты эксперимента: график переходного процесса ошибки слежения (1 – математической модели, 2 – системы с реальным ОУ) (а); график ошибки в установившемся режиме (б)

Заключение

Модифицированная процедура синтеза оптимального управления обеспечивает в замкнутой системе получение степени устойчивости, не меньшей заданной. Она снимает проблему выбора матриц штрафа квадратичного функционала качества.

Экспериментальная проверка предлагаемой процедуры для построения системы управления физическим макетом объекта с упругими связями показала хорошие с практической точки зрения результаты.

Reference

1. Vasiliev V.N., Tomasov V.S., Shargorodsky V.D., Sadovnikov M.A. Sostoyanie i perspektivy razvitiya pretsizionnykh elektroprivodov kompleksov vysokotochnykh nablyudenii [Precision electric drive systems used in high accuracy complexes of watching for space objects, current statement and development prospects]. *Izv. vuzov. Priborostroenie*, 2008, vol. 51, no. 6, pp. 5–12.
2. Tomasov V.S., Denisov K.M., Tolmachev V.A. Sledyashchie elektroprivody sistem navedeniya optiko-mekhanicheskikh kompleksov novogo pokoleniya. Problemy i dostizheniya [Tracking electric drives of guidance systems in optomechanical systems of new generation. Problems and achievements]. *Trudy V mezhdunarodnoi (XVI Vserossiiskoi) konferentsii po avtomatizirovannomu elektroprivodu* [Proc. of V Int. Conf. by automated electric drive]. St. Petersburg, 2007, pp. 175–177.
3. Sinitsin V.A., Tomasov V.S. Energopodsystemy sledyashchikh elektroprivodov izmeritel'nykh teleskopov [Power sub-systems of tracking electric drives used in measurement telescopes]. *Izv. vuzov. Priborostroenie*, 2008, vol. 51, no. 6, pp. 12–17.
4. Tolmachev V.A., Antipova I.V., Fomin S.G. Matematicheskaya model' sledyashchego elektroprivoda osi opomopovorotnogo ustroystva [A mathematical model of the servo electric drive of support-rotating positioner axis]. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2007, no. 10 (44), pp. 142–146.
5. Tolmachev V.A. Sintez sledyashchego elektroprivoda osi opomo-povorotnogo ustroystva [Synthesis of tracking electric drive used for the axis of turret bearing mechanism]. *Izv. vuzov. Priborostroenie*, 2008, vol. 51, no. 6, pp. 68–72.
6. Drozdov V.N., Miroshnik I.V., Skorubskii V.I. Sistema avtomaticheskogo upravleniya s mikroEVM [Automatic control system with microcomputer]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1989, 284 p.
7. Grigor'ev V.V., Drozdov V.N., Lavrent'ev V.V., Ushakov A.V. Sintez diskretnykh regulyatorov pri pomoshchi EVM [Synthesis of discrete controllers using computer]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1983, 245 p.
8. Abdullin A.A., Drozdov V.N. Analiz robastnosti neadaptivnoi sistemy upravleniya elektroprivoda s variatsiyami struktury i parametrov [Robustness analysis of the electric drive non-adaptive control system with structure and parameters variations]. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2012, no. 6 (82), pp. 40–44.
9. Abdullin A.A., Drozdov V.N. Sintez algoritma upravleniya pretsizionnogo sledyashchego elektroprivoda [Synthesis of control algorithm of precision tracking actuator]. *Trudy VII Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii po avtomatizirovannomu elektroprivodu* [Proc. of VII International scientific-technical conference on automated electric drive]. Ivanovo, Russia, 2012, pp. 208–212.

10. Kuzovkov N.T. *Modal'noe upravlenie i nablyudayushchie ustroystva* [Modal control and observing devices]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976, 184 p.
11. Fairman F. *Linear Control Theory: The State Space Approach*. John Wiley and Sons Ltd, 1998, 330 p.
12. Kwakernaak H., Sivan R. *Linear Optimal Control Systems*. John Wiley and Sons Inc, 1972, 575 p.
13. D'yakonov V.P. *MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Osnovy primeneniya. Polnoe rukovodstvo pol'zovatelya* [MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Bases of application. Full user manual]. Moscow, Solon-press Publ., 2002, 768 p.
14. Alikssandrov A.G. *Metody postroeniya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Methods for building automatic control systems]. Moscow, IPU RAN Publ., 2008, 260 p.
15. Gantmakher F.R. *Teoriya matrits* [Matrix theory]. Moscow, Nauka Publ., 1966, 576 p.

<i>Абдуллин Артур Александрович</i>	– аспирант, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, artur.abdullin@gmail.com
<i>Дроздов Валентин Нилович</i>	– доктор технических наук, профессор, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, drozdovuprint@rambler.com
<i>Плотыцын Андрей Андреевич</i>	– студент, инженер, Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия, andreiploticin@gmail.com
<i>Artur A. Abdullin</i>	– engineer, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, artur.abdullin@gmail.com
<i>Valentin N. Drozdov</i>	– Professor, D.Sc., Professor, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, drozdovuprint@rambler.com
<i>Andrei A. Plotitsyn</i>	– engineer, ITMO University, Saint Petersburg, Russia, andreiploticin@gmail.com

Принято к печати 21.02.2014
Accepted 21.02.2014