

УДК 004.42; 519.85

## РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕДУРЫ МНОГОМЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА<sup>1</sup>

Т.М. Зубкова<sup>a</sup>, Е.Н. Ишакова<sup>a, b</sup>, М.А. Токарева<sup>a</sup><sup>a</sup> Оренбургский государственный университет, Оренбург, Россия, bars87@mail.ru<sup>b</sup> Академия при Президенте Российской Федерации, РАНХиГС, Оренбург, Россия, en\_ischa@mail.ru

Описана методика проведения многокритериальной оптимизации конструктивных параметров технологического объекта. Приведен обзор существующих методов оптимизации и анализ работ в области фундаментальных исследований и решения прикладных задач. Сформулирована постановка задачи на основании требований к технологическому процессу, позволяющая подобрать геометрические размеры рабочих органов машины и скорости протекания технологического процесса таким образом, чтобы результирующие технико-экономические параметры были оптимальными. В постановке задачи описано применение метода рабочих характеристик, адаптированного к конкретной предметной области. Приведена реализация поставленной задачи, описана методика построения характеристик исследуемого объекта с условием ограничений некоторых параметров как в аналитическом, так и в графическом представлении. На основании теоретических исследований разработана программная система, позволяющая автоматизировать нахождение оптимальных решений для конкретных задач. Используя имеющиеся исходные данные, характеризующие объект исследования, можно установить идентификаторы и ввести ограничения как с одной стороны, так и в интервале. В результате получена визуальная картина зависимостей основных параметров исследования от остальных, которые могут оказывать влияние на протекание технологического процесса и на качество выпускаемой продукции. Полученная оптимальная область показывает использование разных вариантов конструкции технологического объекта в приемлемом кинематическом диапазоне, что позволяет исследователю выбирать наилучшее конструктивное решение.

**Ключевые слова:** векторная оптимизация, параметрический синтез, кубический сплайн, многокритериальная оптимизация, программная система, оптимальная область, технологический процесс, технологический объект.

## VISUALIZATION SOFTWARE DEVELOPMENT FOR PROCEDURE OF MULTI-DIMENSIONAL OPTIMIZATION OF TECHNOLOGICAL PROCESS FUNCTIONAL PARAMETERS<sup>1</sup>

T.M. Zubkova<sup>a</sup>, E.N. Ishakova<sup>a, b</sup>, M.A. Tokareva<sup>a</sup><sup>a</sup> Orenburg State University, Orenburg, Russia, bars87@mail.ru<sup>b</sup> Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Orenburg, Russia, En\_ischa@mail.ru

A method for multi-criteria optimization of the design parameters for technological object is described. The existing optimization methods are overviewed, and works in the field of basic research and applied problems are analyzed. The problem is formulated, based on the process requirements, making it possible to choose the geometrical dimensions of machine tips and the flow rate of the process, so that the resulting technical and economical parameters were optimal.

In the problem formulation application of the performance method adapted to a particular domain is described. Task implementation is shown; the method of characteristics creation for the studied object in view of some restrictions for parameters in both analytical and graphical representation. On the basis of theoretical research the software system is developed that gives the possibility to automate the discovery of optimal solutions for specific problems. Using available information sources, that characterize the object of study, it is possible to establish identifiers, add restrictions from the one side, and in the interval as well. Obtained result is a visual depiction of dependence of the main study parameters on the others, which may have an impact on both the flow of the process, and the quality of products. The resulting optimal area shows the use of different design options for technological object in an acceptable kinematic range that makes it possible for the researcher to choose the best design solution.

**Keywords:** vector optimization, parametric synthesis, cubic spline, multi-criteria optimization, program system, optimum area, technological process, technological object.

### Введение

Векторная оптимизация широко применяется при решении прикладных задач в области машиностроения [1], экономики [2], радиоэлектроники [3], систем автоматизированного управления [4], нефтеперерабатывающего производства [5] и других областях.

В фундаментальных исследованиях рассмотрены вопросы решения задач оптимизации на метрических пространствах [6, 7]; при заданных линейных ограничениях [8]; предложены методы выпуклого анализа [9–11]; решены вопросы устойчивости в задачах оптимизации [12, 13]; разработаны

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Оренбургской области (грант № 14-08-97031).<sup>1</sup> The paper was financially supported by the government of the Orenburg region (grant № 14-08-97031).

методы приближенных решений в задачах векторной оптимизации [14]; теории векторных алгоритмов метода Монте-Карло для решения систем интегральных уравнений [15].

Среди методов отыскания оптимального (или рационального) решения по нескольким параметрам можно выделить метод Парето, весовой метод, метод векторной оптимизации на дискретном множестве; при линейных целевых функциях и линейных ограничениях; при гладких целевых функциях и отсутствии ограничений [16].

Несмотря на достаточную разработанность методов векторной оптимизации, остаются открытыми вопросы их прикладной привязки к решению проблем конкретной предметной области, и, в частности, к подбору конструктивных параметров технологических объектов.

### Постановка задачи

Любой технологический процесс характеризуется энергоемкостью, производительностью машины и качеством выпускаемой продукции. При проведении параметрического синтеза можно подобрать геометрические размеры рабочих органов и скорость протекания технологического процесса таким образом, чтобы энергоемкость была минимальной, производительность – максимальной, качество выпускаемой продукции – удовлетворительным и др. Таким образом, необходимо решить многокритериальную задачу, т.е. провести векторную оптимизацию для достижения поставленных целей.

Один из наиболее удобных методов проведения параметрического синтеза технологических машин – метод рабочих характеристик. В нем исследователь ищет оптимум одного из технологических параметров, например,  $p_1$ , при всех остальных показателях, приведенных в разряд ограничений типа равенства, т.е. решается задача нахождения  $p_{1\max}$  при  $p_2=\text{const}$ ,  $p_3=\text{const}$ , ...,  $p_n=\text{const}$  [16].

Найденное максимальное значение  $p_{1\max}$  зависит от фиксированных значений  $p_2=\text{const}$ ,  $p_3=\text{const}$ , ...,  $p_n=\text{const}$ . Эта зависимость является рабочей поверхностью вида  $p_{1\max}=f(p_2, p_3, \dots, p_n)$ .

Для нахождения рабочей поверхности величину  $p_{1\max}$  определяют при всех интересующих проектировщика комбинациях параметров  $p_2, \dots, p_n$ .

Рабочая поверхность, рассматриваемая как функция одного из своих аргументов, называется рабочей характеристикой. Таким образом, можно составить  $m-1$  рабочую характеристику. Доказано, что рабочая поверхность содержит все точки, принадлежащие оптимальной поверхности. Необходимым и достаточным условием совпадения рабочей и оптимальной поверхностей является монотонно убывающий характер всех соответствующих этой поверхности рабочих характеристик. Исходя из этого, после отыскания рабочих характеристик необходимо исключить из них все возрастающие участки [16].

### Реализация поставленной задачи

Суть рассматриваемого метода состоит в том, что в прямоугольной системе координат определяется зависимость одного параметра от другого при неизменных значениях всех остальных параметров оптимизируемого объекта. При изучении влияния на технико-экономические результаты конструктивного (геометрического или технологического) параметра объекта его фиксированное значение изменяется ступенчато при постоянных значениях остальных параметров. Получается система зависимостей первого параметра от второго, разнящихся значениями конструктивного параметра и образующих координатную сетку другой системы координат, в которой переменной является конструктивный (геометрический, технологический) параметр.

В первой системе координат строится координатная сетка изменения третьего, четвертого и пятого параметров. Поверхность, образованная точками зависимости первого параметра от второго, является рабочей или оптимальной поверхностью рассматриваемого конструктивного (геометрического, технологического) параметра. Данные характеристики могут быть использованы для нахождения оптимальной поверхности параметров и последующего параметрического синтеза оптимального технологического объекта.

Множество параметров  $M_i$ ,  $i \in [1, \dots, n]$  (множество качеств и свойств технологического объекта) может быть представлено в виде  $M_i = M_i(N_1, N_2, \dots, N_n)$ , где  $N_1, N_2, \dots, N_n$  – геометрические, конструктивные, кинематические и другие параметры.

Анализ результатов оптимизации предопределен программой вычислений, в которой рассматриваемые параметры вычисляются и ограничиваются допустимыми значениями. Ограничения параметров имеют вид

$$p_n \leq k_1, \quad (1)$$

$$k_2 \leq p_n \leq k_3, \quad (2)$$

$$p_n \geq k_4, \quad (3)$$

где  $k_1, k_2, k_3, k_4$  – возможные уровни ограничения параметров. До начала оптимизации исследователь должен определить ограничения параметров в виде (1), (2) или (3). При построении рабочих характеристик первого, второго, третьего и так далее до  $n$ -го вспомогательного параметра необходимо включать эти

ограничения в число определяемых значений, причем таким образом, чтобы в область допустимых значений попало достаточное число функциональных зависимостей рабочих характеристик [17]. Тогда в принятой системе координат функциональные зависимости на рабочей поверхности ограничат оптимальный участок, если таковой имеется. Также оптимальный участок может быть ограничен значениями параметров, которые выбраны в качестве основных  $p_{осн1}$  и  $p_{осн2}$ . Графическое представление полученных результатов более наглядно отражает вид взаимосвязи между интересующими исследователя параметров.

По имеющейся математической модели, заданным исходным данным (геометрическим, конструктивным, кинематическим), а также данным, характеризующим свойства обрабатываемого материала, получаем результаты, которые являются технико-экономическими параметрами технологического процесса (рис. 1).

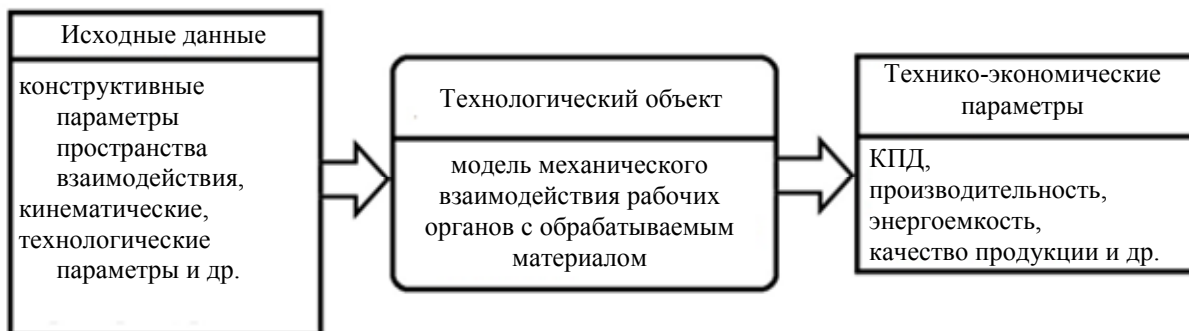


Рис. 1. Взаимосвязь входных параметров технологического процесса и результатов обработки материала

Из получившихся технико-экономических параметров можно выбрать два, которые в настоящий момент имеют наибольший интерес, и обозначить их через  $I_1$  и  $I_2$ , далее по этим параметрам провести оптимизацию.

Выбрав какой-то параметр из исходных, например, диаметр конструктивного элемента, можно изменять его значения в сторону увеличения или уменьшения и соответственно получать значения технико-экономических параметров для каждого изменения, т.е. получать семейства зависимостей  $p_i = f(I_1)$ ,  $i \in [1, \dots, n]$  и  $I_2 = f(I_1)$  для выбранного изменяющегося входного параметра.

Затем технико-экономические параметры разделяются по конструкциям, сортируются по интересующему параметру ( $I_1$ ). Проводится интерполяция кубическим сплайном в виде

$$y_i = a_i + b_i(x - x_{i-1}) + c_i(x - x_{i-1})^2 + d_i(x - x_{i-1})^3,$$

где  $a_i, b_i, c_i, d_i$  – коэффициенты кубического сплайна,  $x \in [x_{i-1}, x_i]$ ,  $i \in [2, \dots, n]$ .

Коэффициенты сплайна можно определить, если принять в узлах непрерывность первой и второй производных и нулевую кривизну в граничных точках  $x_0$  и  $x_n$ . Последнее предположение не может существенно отразиться на точности определения оптимальной области, поскольку относится к контуру рабочей характеристики. Интерполяция проводится для выходных параметров  $p_1$  от интересующего параметра  $I_1$ ,  $p_2$  от  $I_1$ ,  $p_3$  от  $I_1$ , ...,  $p_n$  от  $I_1$ , а также  $I_2$  от  $I_1$ .

Получаем зависимости  $p_1 = f(n, I_1)$ ,  $p_2 = f(n, I_1)$ ,  $p_3 = f(n, I_1)$ , ...,  $p_n = f(n, I_1)$  и  $I_2 = f(n, I_1)$ , где  $n$  – варианты изменения входного параметра (рис. 2). Все эти зависимости характерны тем, что каждая из них построена при изменении некоторого входного параметра, влияние которого исследуется при изменении скорости протекания технологического процесса, а все остальные входные параметры имеют постоянные значения. Количество семейств диаграмм на характеристике определяется количеством вариантов, которых должно быть не менее пяти, поскольку при таком значении можно определить вид графика достаточно точно.

Далее определяем интервалы изменения выходных параметров, они могут иметь верхнюю границу  $p_{1в}$  – считаем, что большие значения этого параметра могут негативно сказаться на качестве готовой продукции или привести к быстрому износу оборудования и т.п. (рис. 2, а). Параметры могут иметь нижнюю границу  $p_{3н}$  – меньшие значения данного параметра нецелесообразны (рис. 2, в). Значения параметров могут также находиться в интервале  $p_{2в}-p_{2н}$ , как показано на рис. 2, б, или не иметь ограничений, когда весь диапазон представленной характеристики удовлетворяет заданным требованиям (рис. 2, г).

Если прямая ограничений не пересекает все варианты зависимости  $p_1 = f(n, I_1)$ , то нас будут интересовать первая и последняя точки на этих кривых. Если ветвь кривой параллельна оси абсцисс, то может быть два варианта решения. В первом случае, если ограничения на данный параметр выполняют все конструкции, то на основном графике они отображаются согласно своим граничным значениям по  $I_1$ . Во

втором случае, если какие-то конструкции не попадают в заданный интервал, на основном графике они просто отбрасываются.

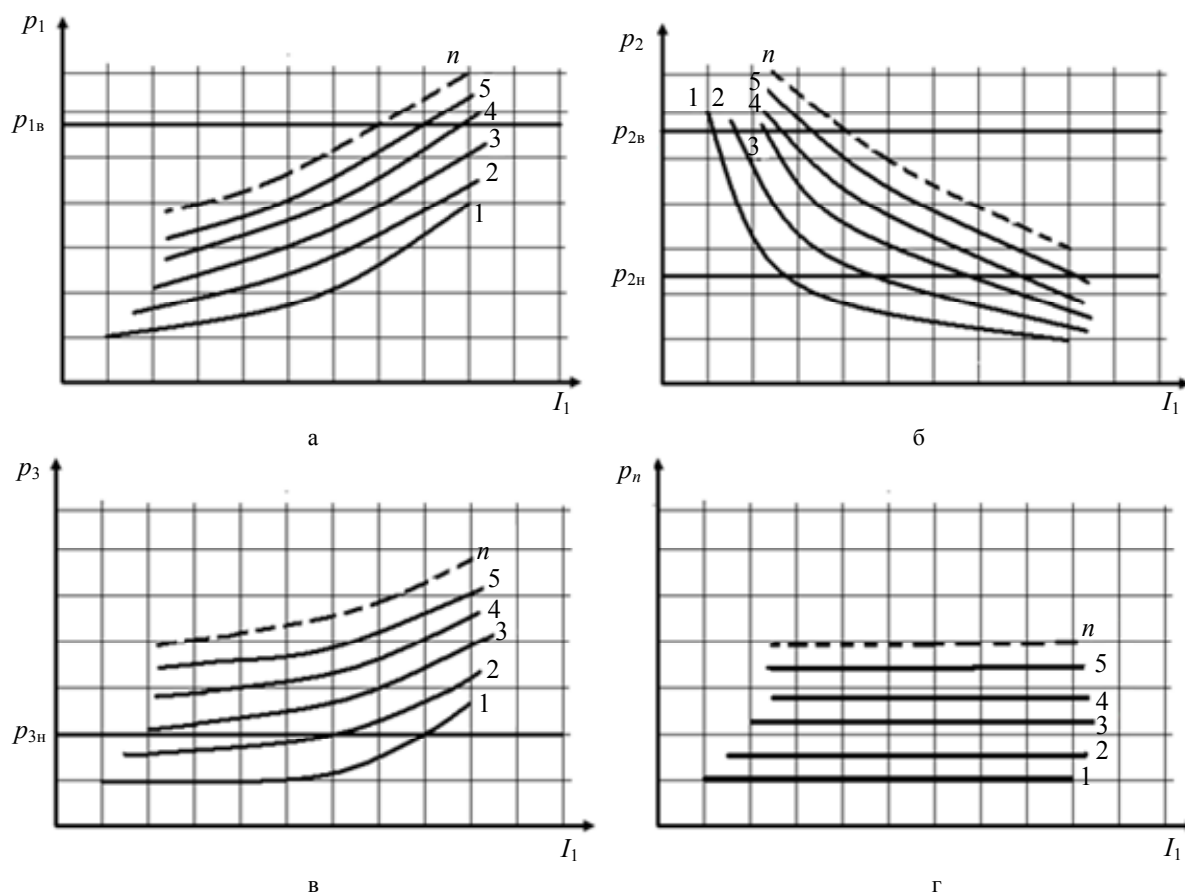


Рис. 2. Схематическое изображение зависимостей  $p_1 = f(n, I_1)$ ,  $p_2 = f(n, I_1)$ ,  $p_3 = f(n, I_1)$ ,  $p_n = f(n, I_1)$  и промежуточные построения для границ оптимальной области: параметры имеют верхнюю границу (а); параметры находятся в интервале (б); параметры имеют нижнюю границу (в); параметры не имеют ограничений (г); 1– $n$  – номера вариантов конструкций

Таким образом, в результате вышеописанных действий получаем от первого параметра  $I_1$  матрицу размерностью  $(n \times 2)$  значений, аналогичные матрицы получаем от второго и третьего параметров и т.д. Затем по сплайнам зависимостей второго основного параметра от первого  $I_2 = f(I_1)$  и найденным значениям первого основного параметра  $I_1(n, 2)$  находим значения второго основного параметра. По вновь полученным точкам строим кубический сплайн  $I_2 = f(I_1)$  при постоянном значении первого основного параметра  $p_1 = \text{const}$ , по этим кривым определим оптимальную область выбранного входного параметра согласно условиям (1)–(3).

Далее по полученным данным возможно построение графических зависимостей. Строятся оси координат первого и второго основных параметров, координатная сетка по оси  $Ox$ , проводится масштабирование и разбивка по осям  $Ox$  и  $Oy$ . Строятся кривые  $I_2 = f(n, I_1)$ ,  $p_1 = \text{const}$ ,  $p_2 = \text{const}$ ,  $p_3 = \text{const}$  и т.д., затем с учетом ограничений определяется оптимальная область. На ней видно, при каких значениях входного параметра интересующий нас технико-экономический параметр (выходной параметр) становится максимальным с учетом ограничений других параметров. Согласно ограничениям, показанным на рис. 2, получаем оптимальную область (рис. 3).

На рис. 3 видно, что конструкции 1 и 2 не попадают в оптимальную область, т.е. не удовлетворяют заданным требованиям по некоторым параметрам. В оптимальную область входят конструкции 3, 4 и 5 в определенных кинематических ограничениях.

Далее фиксируем значение этого входного параметра и переходим к нахождению оптимального значения другого параметра. Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будут исследованы все входные параметры, для которых есть смысл проводить параметрический синтез.

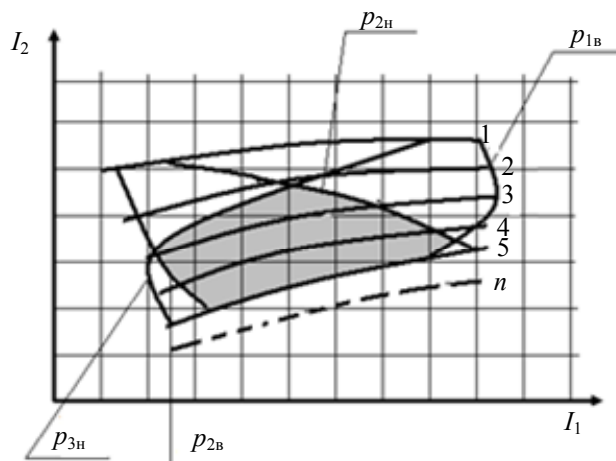


Рис. 3. Построение оптимальной области

**Результаты применения разработанной методики**

По данной методике разработана программная система (ПС), которая позволяет автоматизировать процесс оптимизации [18]. На рис. 4, а, показана работа ПС.

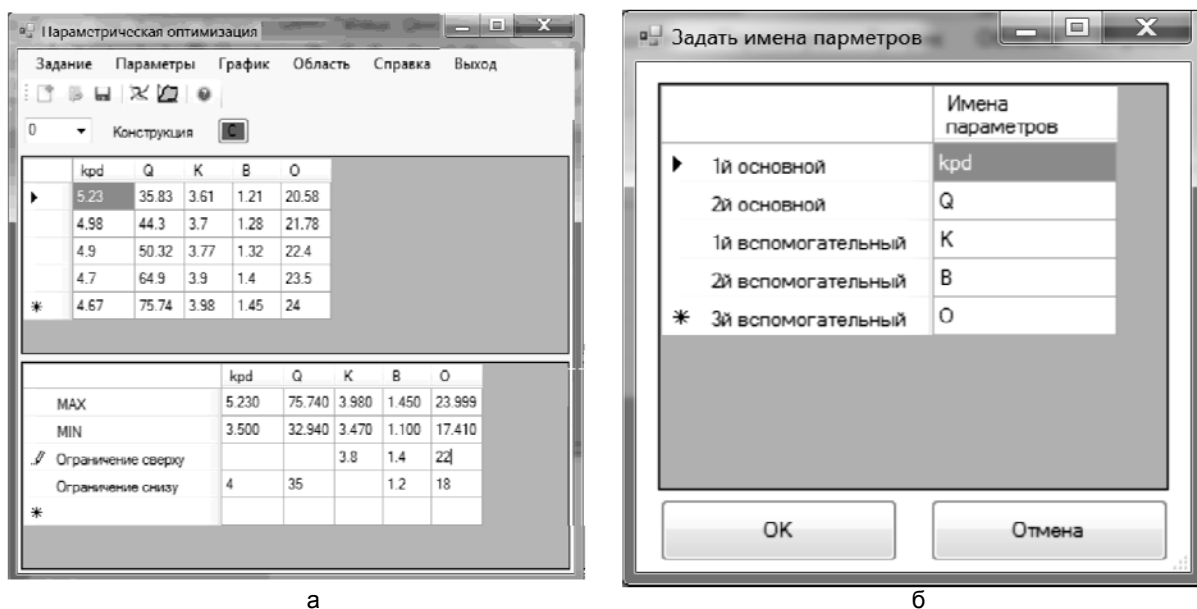


Рис. 4. Работа программной системы (а); идентификация параметров (б)

В закладке «Задание» можно ввести новые данные (например, полученные с помощью физического эксперимента) или открыть данные, сохраненные в результате вычислительного эксперимента (рис 4, а). В закладке «Параметры» можно ввести названия исследуемых переменных, как основных, так и вспомогательных (рис. 4, б). В нижней части основного окна вводятся ограничения параметров, которые по семантике могут задавать границу сверху и снизу или диапазон. Можно построить зависимости выбранных параметров в виде графиков, как показано на рис. 5, а (закладка «Графики»). С учетом ограничений, показанных на рис. 4, а, оптимальная область исследуемого объекта имеет вид, представленный на рис. 5, б. Панель инструментов дублирует наиболее частые действия основного меню.

Графики зависимостей параметров выполняются разными цветами для улучшения визуального восприятия идентифицируемых параметров.

**Заключение**

Таким образом, на основании рассмотренной методики векторной оптимизации у исследователя появляется возможность получить технологическую машину с заранее заданными свойствами и характеристиками. Разработанная программная система позволяет повысить производительность труда инженера-конструктора. Данный метод также может быть успешно применен для решения задач оптимизации в других научных областях.

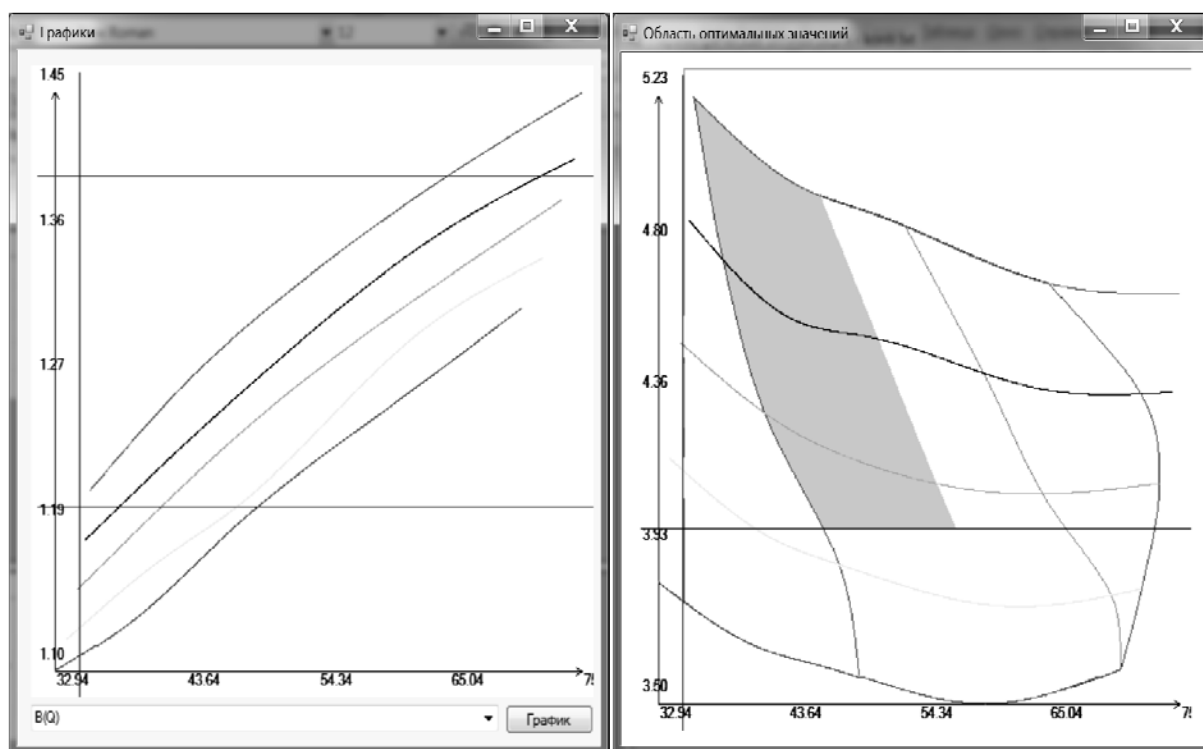


Рис. 5. Построение графических зависимостей (а); оптимальная область исследуемого объекта (б)

### Reference

- Zubkova T.M. Parametricheskii sintez tekhnologicheskikh ob'ektov s ispol'zovaniem programnykh sredstv [Parametric synthesis of technological objects with using of software tools]. *Vestnik Orenburgskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2006, no. 5, pp. 150–157.
- Nikonov O.I., Medvedev M.A. Metody vektornoj optimizatsii v rabote s kontragentami predpriyatiya [Vector optimization technique in the problems of interaction between an enterprise and its counteragents]. *Ekonomika Regiona*, 2011, no. 3, pp. 217–224.
- Okhrushchak D.V., Skoblilova N.M., Stasyuk V.N., Mukhin A.M. Vektornaya optimizatsiya kombinirovannykh sistem fazovoi avtopodstroiki [Vector optimization of combined systems of automatic phase control]. *Radioelectronics and Communications Systems*, 2003, vol. 46, no. 8, pp. 30–34.
- Severin V.P. Vector optimization of integral quadratic estimates for automated control systems. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2005, vol. 44, no. 2, pp. 207–216.
- Sizikov A.P. Razrabotka predmetno-orientirovannykh sistem optimizatsii (na primere neftepererabatyvayushchego proizvodstva) [Disigning of object-oriented systems optimization (on the example of refinery)]. *Upravlenie bolsimi sistemami*, 2012, vol. 40, pp. 291–310.
- Bakhtin V.I., Gorokhovik V.V. Usloviya optimal'nosti pervogo i vtorogo poryadka v zadachakh vektornoj optimizatsii na metricheskikh prostranstvakh [Optimality conditions of the first and second order in vector optimization problems on metric spaces]. *Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics Ural Branch of RAS*, 2009, vol. 15, no. 4, pp. 32–43.
- Brusov V.S., Suzdal'tsev A.L. Application of the set-theoretic approach to accounting of uncertainties in the solution of vector optimization problems. *Automation and Remote Control*, 2008, vol. 69, no. 4, pp. 630–636. doi: 10.1134/S0005117908040097
- Gavalec M., Gad M., Zimmermann K. Optimization problems under (max,min)-linear equation and/or inequality constraints. *Fundamental'naya i Prikladnaya Matematika*, 2012, vol. 17, no. 6, pp. 3–21.
- Kutateladze S.S. Multiobjective problems of convex geometry. *Siberian Mathematical Journal*, 2009, vol. 50, no. 5, pp. 887–897. doi: 10.1007/s11202-009-0099-z
- Titarenko V.N., Yagola A.G. Metod otsecheniya vypuklykh mnogogrannikov i ego primenenie k nekorrektnym zadacham [Method to cut convex polyhedrons and its application to ill-posed problems]. *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye*, 2000, vol. 1, no. 1, pp. 8–13.
- Piunovskii A.B. Controlled random sequence: Methods of convex analysis and problems with functional constraints. *Russian Mathematical Surveys*, 1998, vol. 53, no. 6, pp. 1233–1293. doi: 10.1070/RM1998v053n06ABEH000090
- Emelichev V.A., Kuz'min K.G., Leonovich A.M. Stability in the combinatorial vector optimization problems. *Automation and Remote Control*, 2004, vol. 65, no. 2, pp. 227–240. doi: 10.1023/B:AURC.0000014719.45368.36
- Lebedeva T.T., Semenova N.V., Sergienko T.I. Stability of vector problems of integer optimization: Relationship with the stability of sets of optimal and nonoptimal solutions. *Cybernetics and Systems Analysis*, 2005, vol. 41, no. 4, pp. 551–558. doi: 10.1007/s10559-005-0090-z

14. Rabinovich Ya.I. On comparison of approximate solutions in vector optimization problems. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2006, vol. 46, no. 10, pp. 1705–1716. doi: 10.1134/S0965542506100083
15. Mikhailov G.A., Medvedev I.N. Vector estimators of the Monte Carlo method: Dual representation and optimization. *Numerical Analysis and Applications*, 2010, vol. 3, no. 4, pp. 344–356. doi: 10.1134/S1995423910040063
16. Rudnev V.E., Volodin K.M., Luchanskii V.B., Petrov V.B. *Formirovanie tekhnicheskikh ob"ektov na osnove sistemnogo analiza* [Formation of technical objects on the basis of systematic analysis]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1991, 318 p.
17. Kartashov L.P., Zubkova T.M. *Parametricheskii i strukturnyi sintez tekhnologicheskikh ob"ektov na osnove sistemnogo podkhoda i matematicheskogo modelirovaniya* [Parametric and structural synthesis of technological objects on the basis of a systematic approach and mathematical modeling]. Ekaterinburg, Ural Branch of Russian Academy of Sciences Publ., 2009, 225 p.
18. Zubkova T.M., Ishakova E.N., Kuz'min M.I. *Programmnaya sistema provedeniya parametricheskoi vektornoj optimizatsii* [Software system of parametric vector optimization]. Certificate of state registration of the computer program, no. 2013660216, filing 02.09.2013.

- |   |   |
|---|---|
| <b><i>Зубкова Татьяна Михайловна</i></b>  | – доктор технических наук, профессор, Оренбургский государственный университет, Оренбург, Россия, bars87@mail.ru  |
| <b><i>Ишакова Елена Николаевна</i></b>    | – кандидат педагогических наук, доцент, Оренбургский государственный университет Оренбург, Россия; Академия при Президенте Российской Федерации, РАНХиГС, доцент, en_ischa@mail.ru  |
| <b><i>Токарева Марина Афанасьевна</i></b> | – кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой, Оренбургский государственный университет, Оренбург, Россия, tokareva@unpk.osu.ru  |
| <b><i>Tatiana M. Zubkova</i></b>          | – Professor, D.Sc., Professor, Orenburg State University, Orenburg, Russia, bars87@mail.ru  |
| <b><i>Elena N. Ishakova</i></b>           | – Associate professor, PhD, Associate professor, Orenburg State University, Orenburg, Russia; Associate professor, Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration, Orenburg, Russia; en_ischa@mail.ru |
| <b><i>Marina A. Tokareva</i></b>          | – PhD, Associate professor, Department head, Orenburg State University, Orenburg, Russia, tokareva@unpk.osu.ru  |

*Принято к печати 03.03.2014*  
*Accepted 03.03.2014*