УДК 519.7; 004.056

С. А. Кущ

# ФОРМИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ АНАЛОГО-ЦИФРОВОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ С COGNATE-РЕАЛИЗАЦИЕЙ

Предложено использовать cognate-представление булевых функций при аналого-цифровом преобразовании. Это позволяет оптимальным образом доопределить полученную функцию и сэкономить аппаратурные затраты при проектировании и использовании аналого-цифровых преобразователей.

***Ключевые слова:*** *cognate-реализация, аналого-цифровой преобразователь, частично определенные булевые функции, доопределение булевых функций.*

**Введение.** Cognate-реализация булевых функций (БФ) предложена в работе [1] в качестве обобщения классической однозначной реализации комбинационных схем (КС). КС являются информационными ядрами конечных (цифровых) автоматов. Классическая реализация КС на *n* двоичных входах и выходах заключается в формировании системы БФ, каждая из которых реализует отдельную логическую функцию от *n* аргументов:

$$\left.\begin{array}{c} y_1 = f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f_1(X_n), \\ y_2 = f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f_2(X_n), \\ \ldots \\ y_m = f_m(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f_m(X_n), \end{array}\right\} \quad (1)$$

где $x_i$ — входные сигналы КС, $y_i$ — выходные функции КС, $f_i$ — логические функции для *i*-го выхода КС. Cognate-реализация БФ отличается от классической тем, что позволяет вместе с полиномиальными применять так называемые „близкие“ БФ. Система (1) в случае использования cognate-реализации будет выглядеть следующим образом:

$$\left.\begin{array}{c} Z_1 = f_1[X^{(n)}] \vee F_{11}[X^{(n)}] \vee \cdots \vee F_{1p_1}[X^{(n)}], \\ \vdots \\ Z_m = f_m[X^{(n)}] \vee F_{m1}[X^{(n)}] \vee \cdots \vee F_{mp_m}[X^{(n)}], \end{array}\right\} \quad (2)$$

где $X^{(n)}$ — вектор аргументов размерности *n*, т.е. вектор дискретных сигналов на входах КС; $f_1[X^{(n)}], \ldots, f_m[X^{(n)}]$ — БФ, которые задаются для КС с помощью таблицы истинности или другим способом, т.е. БФ, реализующие номинальный режим работы КС;

$F_{11}[X^{(n)}],\ldots,F_{1p_1}[X^{(n)}]$ — допустимые варианты реализации начальной БФ $f_1[X^{(n)}]$;

$F_{m1}[X^{(n)}],\ldots,F_{mp_1}[X^{(n)}]$ — допустимые варианты реализации начальной БФ $f_m[X^{(n)}]$.

Далее указания на действительную зависимость от $X^{(n)}$ всех компонентов системы (2) будем опускать, т.е. (1) будем записывать в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} Z_1 &= f_1 \vee F_{11} \vee \cdots \vee F_{1p_1}; \\ &\vdots \\ Z_m &= f_m \vee F_{m1} \vee \cdots \vee F_{mp_m}. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Из системы (3) видно, что каждая БФ в общем случае может быть реализована в виде $\rho_i$ родственных (близких) вариантов. В работе [2] доказано, что любая БФ имеет некоторое множество близких функций, мощность которого зависит от условий применения cognate-реализации, а следовательно реализована в cognate-форме.

Цель настоящей работы — количественно оценить эффективность применения cognate-реализации и сравнить ее с эффективностью классической однозначной реализации (см. (1)) в устройствах аналого-цифрового преобразования (АЦП).

Безусловно, эффективность cognate-реализации зависит от условий формирования множества близких БФ, многообразие вариантов такого формирования не позволяет описать их в полном объеме. Рассмотрим cognate-реализацию БФ:

1) в блоках, обрабатывающих цифровую информацию и содержащих элементы выявления и корректировки ошибок в одном или двух произвольных разрядах выходного сигнала;

2) в которых множество близких БФ состоит из различных альтернативных форм представления;

3) в которых цифровая информация обрабатывается на основе аналого-цифрового преобразования входной аналоговой информации.

Выбор варианта определяется четкими правилами формирования множеств близких БФ, которые позволяют средствами технологии Extended Data Mining [3] поставить вычислительный эксперимент по определению среднестатистической оценки эффективности cognate-реализации. Далее рассмотрим третий вариант, а именно — выигрыш при аналого-цифровом преобразовании. Как правило, количество разрядов в типичных АЦП среднего класса составляет 12, т.е. погрешность в одном младшем разряде составляет $2^{-12}$=2,4·$10^{-4}$ в двух разрядах — $2^{-12}$=4,9·$10^{-4}$, в трех — $2^{-10}$=9,8·$10^{-4}$. Таким образом, для типовых инженерных реализаций, когда погрешность входной аналоговой информации не превышает ± 0,1 %, вполне обоснованно считать, что номинальная функция $f_i$ (3) является частично определенной БФ (ЧОБФ) с тремя неопределенными младшими разрядами. Это позволяет для каждой номинальной ЧОБФ после оптимального доопределения составить соответствующую оптимально определенную БФ, например, в классической, Рида-Мюллера, или алгебраической форме представления [4]. На рис. 1 предлагается схема процесса аналого-цифрового преобразования с блоками обработки и минимизации при использовании cognate-реализации БФ.

Количественное сравнение параметров булевых функций в классической и оптимальной БФ после доопределения было проведено по суммам следующих показателей:

— $S_{ad}$ — число слагаемых в записи булевой функции, которая определяет количество входов подматрицы ПЛМ2, т.е. в той части ПЛМ, в которой формируются дизъюнкции;

— $S_s$ — габаритная площадь полуматрицы формирования конъюнкций ПЛМ1;

— $S_L$ — классический показатель — число букв в минимизированной дизъюнктивно-нормальной форме БФ [4]. Результаты расчетов приведены в табл. 1—3 (звездочкой обозначены приближенные значения показателей). Рассматривались случаи доопределения по одному, двум и трем младшим разрядам, для функций $n$ =2, 3, 4 переменных, по всему множеству функций. На рис. 2 приведен выигрыш $N$ при определении функций, $k$=1; рис. 3 — $k$=2; рис. 4 — $k$=3.

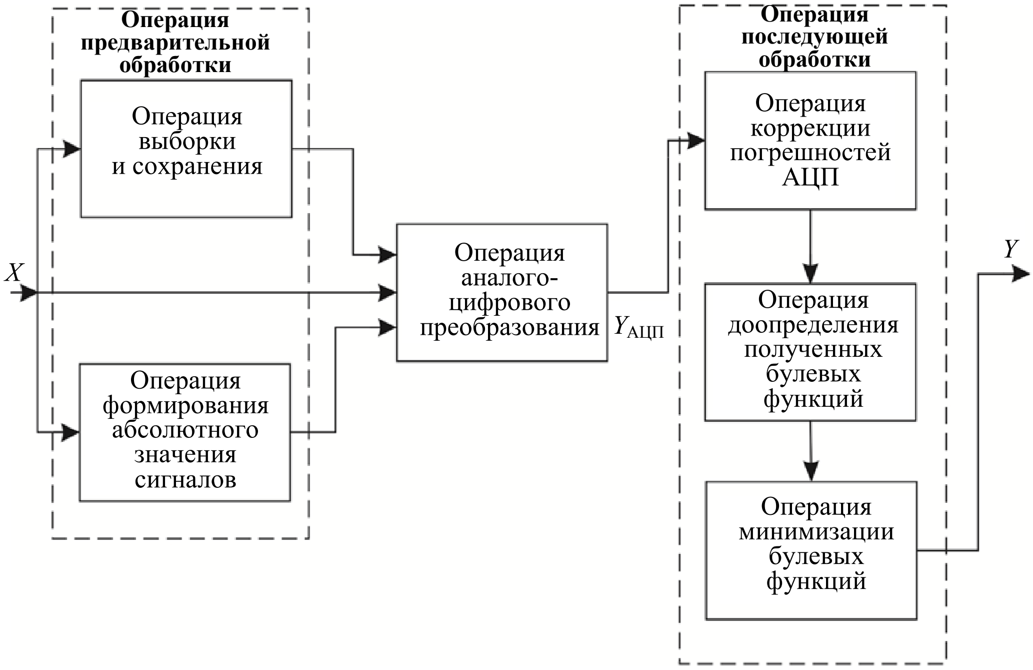


*Рис. 1*

*Таблица 1*

**Сравнение суммарных показателей при $k$=1**

| $n$ | Число БФ | $S_s$ | $S_s$* | $S_L$ | $S_L$* | $S_{ad}$ | $S_{ad}$* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 16 | 80 | 28 | 29 | 16 | 20 | 14 |
| 3 | 256 | 3540 | 1548 | 1218 | 756 | 590 | 486 |
| 4 | 65536 | 2167176 | 1206936 | 766860 | 550650 | 270897 | 248066 |

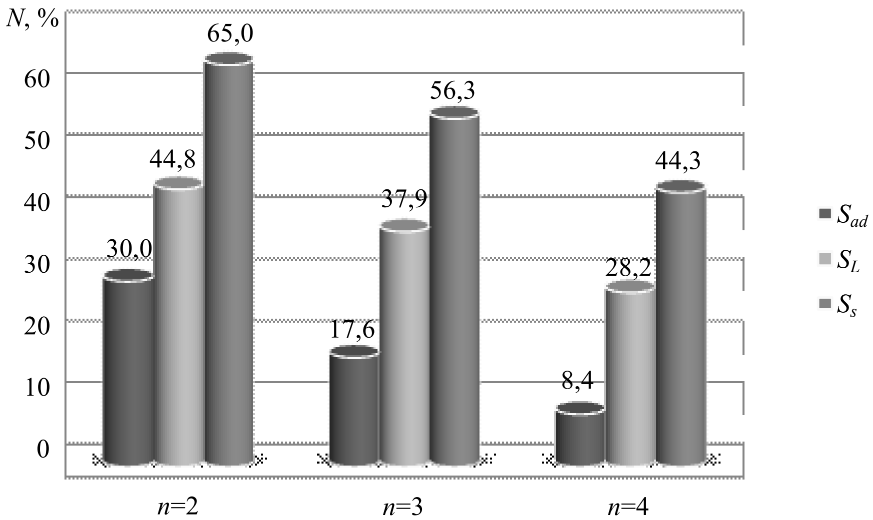


*Рис. 2*

*Таблица 2*

**Сравнение суммарных показателей при $k$=2**

| $n$ | Число БФ | $S_s$ | $S_s$* | $S_L$ | $S_L$* | $S_{ad}$ | $S_{ad}$* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 16 | 80 | 16 | 29 | 8 | 20 | 16 |
| 3 | 256 | 3540 | 1332 | 1218 | 624 | 590 | 428 |
| 4 | 65536 | 2167176 | 1101424 | 766860 | 492908 | 270897 | 232344 |

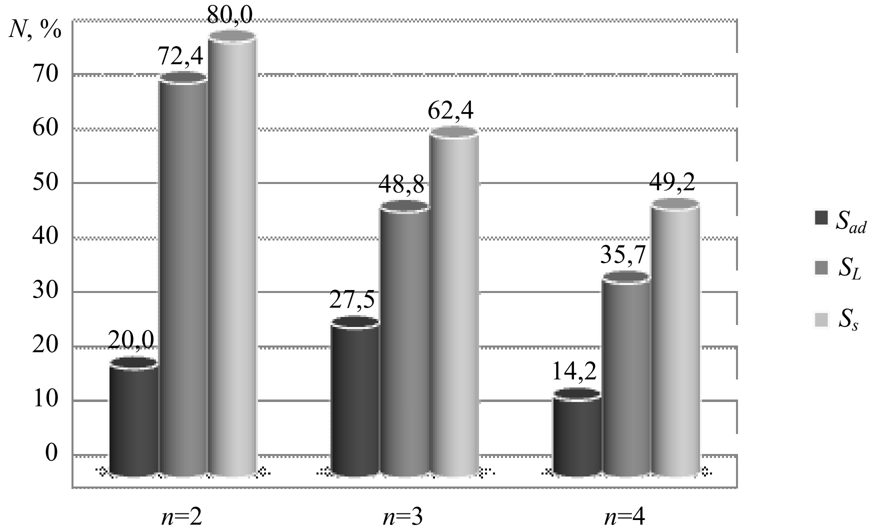


*Рис. 3*

*Таблица 3*

**Сравнение суммарных показателей при *k*=3**

| *n* | Число БФ | $S_s$ | $S_s$* | $S_L$ | $S_L$* | $S_{ad}$ | $S_{ad}$* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 16 | 80 | — | 29 | — | 20 | — |
| 3 | 256 | 3540 | 1128 | 1218 | 512 | 590 | 376 |
| 4 | 65536 | 2167176 | 995264 | 766860 | 437528 | 270897 | 215288 |

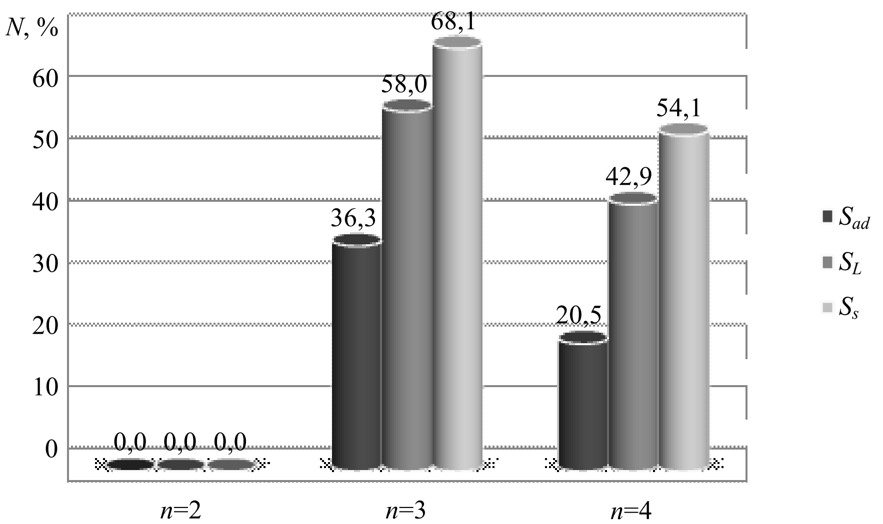


*Рис. 4*

**Выводы.** Результаты вычислительного эксперимента показали, что при использовании cognate-реализации эффективность получения оптимальной БФ растет: для коэффициента $S_s$ — с 44 до 80 %, для $S_{ad}$ — с 8,4 до 36,3 %, для $S_L$ — с 28,2 до 72,4%. Это позволяет сделать вывод о перспективности предложенного метода, что выразится в экономии аппаратурных затрат при создании оптимальных аналого-цифровых преобразователей для применения в устройствах считывания и защиты информации, а также радиоэлектронной аппаратуре широкого использования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кочкарев Ю. А., Кущ С. А.* Представление и реализация логических функций в родственной форме // Электронное моделирование. 2011. № 6. С. 73—80.

2. *Кочкарев Ю. А., Кущ С. А*. Родственная реализация логических функций на основе их представления в изоморфной форме // Электронное моделирование. 2012. № 4. С. 119—123.

3. *Кочкарев Ю. А., Бузько В. В., Кучерова Н. С.* Исследование структуры полного множества логических функций на основе технологии EDM // Вестн. Черкасского гос. техн. ун-та. 2007. № 1—2. С. 60—65.

4. *Кочкарев Ю. А., Казаринова Н. Л., Пантелеева Н. Н., Шакун С. А.* Классические и альтернативные минимальные формы логических функций. Черкассы: ИПМЭ, 1999. 195 с.

***Сведения об авторе***

***Сергей Александрович Кущ*** — канд. техн. наук; Черкасский государственный технологический университет, кафедра информатики и информационной безопасности; старший преподаватель; E-mail: kushch@ieee.org

Рекомендована кафедрой информатики и информационной безопасности

Поступила в редакцию 05.02.14 г.