

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫМ ПОЛЕМ КАМЕРЫ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

С. В. БЫСТРОВ<sup>1</sup>, В. В. ГРИГОРЬЕВ<sup>1</sup>, О. К. МАНСУРОВА<sup>2</sup>,  
И. М. ПЕРШИН<sup>3</sup>, М. И. ПЕРШИН<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: grigvv@yandex.ru

<sup>2</sup>Национальный минерально-сырьевой университет „Горный“,  
199106, Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup>Филиал Северо-Кавказского федерального университета, 357501, Пятигорск, Россия

Рассматривается проблема использования методики качественного распределения мод, определяющих показатели качества процессов в линейных системах с распределенными параметрами. Для разработки частотной методики синтеза распределенных регуляторов использована модификация критерия Найквиста, позволяющая проводить анализ параметров областей расположения пространственных мод, связанных с показателями качества процессов. Приведена конструкция камеры термической обработки, используемой при моделировании тепловых процессов.

**Ключевые слова:** *распределенные системы, пространственные моды, качественное распределение, камера термической обработки.*

**Введение.** Рассматривается задача применения качественной теории для синтеза систем управления с распределенными параметрами. Под качественным распределением мод понимается расположение мод (корней) в круге радиусом  $r > 0$  с центром в точке  $(\beta, j_0)$ , причем сумма  $\beta + r$  должна быть меньше нуля, т.е. данный круг должен лежать в левой полуплоскости комплексной плоскости корней [1—4], где параметр  $\beta$  определяет среднюю скорость сходимости процессов к положению равновесия, а параметр  $r$  — отклонения траекторий движения от их средних значений.

Рассмотрим применение качественной теории к синтезу распределенной системы управления, передаточная функция которой по отдельным модам может быть представлена в виде отношения полиномов:

$$W_{\eta}(s) = \frac{D_{\eta}(s)}{D_{1,\eta}(s)}, \quad \eta = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где  $s$  — оператор Лапласа.

Сведем задачу качественного расположения мод к классической задаче определения устойчивости, для чего введем конформное отображение левой полуплоскости комплексной плоскости в круг произвольным радиусом  $r$  с центром в точке  $(\beta, j_0)$  посредством преобразования  $s_1 = (1 + s) / (1 - s) \cdot r - \beta$ . Полагая, что  $s = j\omega$ ,  $s_1 = j\omega_1$ , получаем

$$j\omega = j \left( \left( 2\omega_1 r / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2) \right) + \left( \omega_1^2 - (r^2 - \beta^2) \right) / (\omega_1^2 + (r + \beta)^2) \right).$$

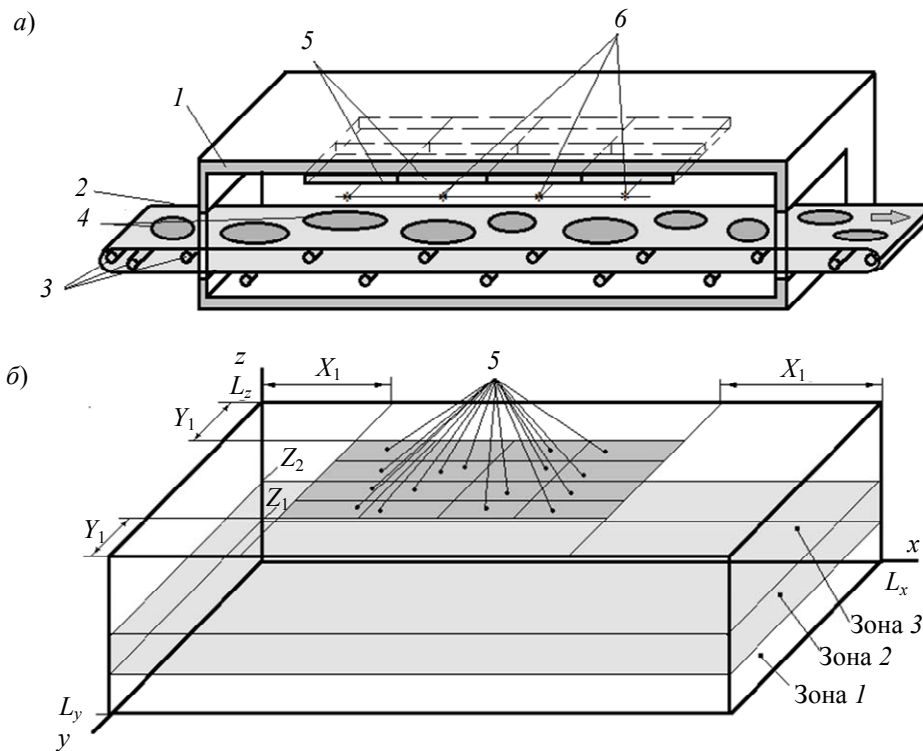
Передаточная функция (1) примет следующий вид:

$$W_{\eta}(s_1) = \frac{D_{\eta}(s_1)}{D_{1,\eta}(s_1)}. \quad (2)$$

В работах [1, 3, 5] показано, что критерий Найквиста может быть применен к системам с распределенными параметрами и характеристический полином по каждой пространственной моде замкнутой системы должен иметь все корни, относительно переменной  $s_1$ , в левой полуплоскости.

**Описание объекта управления.** В качестве объекта управления рассмотрим нагревательную камеру, предназначенную для термической обработки различных изделий. Конструкция камеры показана на рисунке, а, где 1 — стенка камеры, выложенная из теплоизоляционного материала; 2 — транспортер, изготовленный из жаростойкой (нихромовой) сетки; 3 — валики, обеспечивающие движение сетки вдоль камеры; 4 — изделия; 5 — секционный нагреватель (число секций равно 16).

Температура внутри камеры устанавливается в зависимости от технологического процесса и может изменяться от 300 до 900 °С. Информация о температуре снимается с помощью датчиков 6 (число таких датчиков 16), расположенных внутри камеры на плоскости  $\{y, x, z=Z^*\}$ . Входное и выходное отверстия камеры закрыты гибкими шторками.



Для построения математической модели температурных полей камеры введем следующие допущения:

- температура передней и задней поверхностей камеры поддерживается постоянной;
- нижняя часть камеры и боковые поверхности теплоизолированы;
- входное воздействие (тепловой поток) излучается секционным нагревателем;
- скорость движения транспортера в камере определяется технологическим процессом.

**Математическая модель объекта управления.** Схема камеры, используемая при моделировании тепловых процессов, представлена на рисунке, б. Геометрические параметры камеры (в метрах) приведены в таблице.

$L_x$	$L_y$	$L_z$	$Z_1$	$Z_2$	$Z^*$	$X_1$	$Y_1$
3	1	0,29	0,05	0,2	0,23	0,6	0,21

С учетом принятых выше допущений математическая модель объекта управления имеет следующий вид:

- для температурного поля в зоне 1:

$$\frac{dT_1(y, x, z, \tau)}{d\tau} = a_1 \left[ \frac{d^2 T_1(y, x, z, \tau)}{dx^2} + \frac{d^2 T_1(y, x, z, \tau)}{dy^2} + \frac{d^2 T_1(y, x, z, \tau)}{dz^2} \right],$$

$$0 < y < L_y, \quad 0 < x < L_x, \quad 0 < z < Z_1;$$

— для температурного поля в зоне 2:

$$\frac{dT_2(y, x, z, \tau)}{d\tau} = a_2 \left[ \frac{d^2 T_2(y, x, z, \tau)}{dx^2} + \frac{d^2 T_2(y, x, z, \tau)}{dy^2} + \frac{d^2 T_2(y, x, z, \tau)}{dz^2} \right] - V \frac{dT_2(y, x, z, \tau)}{dx},$$

$$0 < y < L_y, \quad 0 < x < L_x, \quad Z_1 < z < Z_2;$$

— для температурного поля в зоне 3:

$$\frac{dT_3(y, x, z, \tau)}{d\tau} = a_3 \left[ \frac{d^2 T_3(y, x, z, \tau)}{dx^2} + \frac{d^2 T_3(y, x, z, \tau)}{dy^2} + \frac{d^2 T_3(y, x, z, \tau)}{dz^2} \right],$$

$$0 < y < L_y, \quad 0 < x < L_x, \quad Z_2 < z < L_z;$$

здесь  $T_i(y, x, z, \tau)$  — температурное поле в  $i$ -й зоне нагревательной камеры,  $i=1, 2, 3$ ;  $a_i$  — коэффициент теплопроводности  $i$ -й среды;  $V$  — скорость движения транспортера в нагревательной камере.

Граничные условия с учетом принятых допущений записываются в виде следующих соотношений:

— для границы раздела фазовых переменных  $T_1, T_2$ :

$$\lambda_1 \frac{dT_1(y, x, Z_1, \tau)}{dz} = \lambda_2 \frac{dT_2(y, x, Z_1, \tau)}{dz}, \quad T_1(y, x, Z_1, \tau) = T_2(y, x, Z_1, \tau),$$

$$\frac{dT_1(y, x, 0, \tau)}{dz} = 0, \quad 0 < y < L_y, \quad 0 < x < L_x;$$

— для границы раздела фазовых переменных  $T_2, T_3$ :

$$\lambda_2 \frac{dT_2(y, x, Z_2, \tau)}{dz} = \lambda_3 \frac{dT_3(y, x, Z_2, \tau)}{dz}, \quad T_2(y, x, Z_2, \tau) = T_3(y, x, Z_2, \tau),$$

$$0 < y < L_y, \quad 0 < x < L_x,$$

где  $\lambda_1, \lambda_3$  — теплопроводность воздуха,  $\lambda_2$  — усредненная теплопроводность зоны расположения транспортера с изделиями.

Входное воздействие (тепловой поток секционного нагревателя) на объект управления может быть определено как

$$-\lambda_3 \frac{dT_3(y, x, L_z, \tau)}{dz} = U(y, x, \tau), \quad Y_1 < y < Y_2, \quad X_1 < x < X_2; \quad (3)$$

$$\frac{dT_3(y, x, L_z, \tau)}{dz} = 0, \quad 0 < y < Y_1, \quad 0 < x < X_1; \quad Y_2 < y < L_y, \quad X_2 < x < L_x.$$

Граничные условия для боковых поверхностей определяются выражениями

$$T_1(y, 0, z, \tau) = T_1(y, L_x, z, \tau) = 0, \quad 0 < y < L_y, \quad 0 < z < Z_1, \quad 0 < x < L_x, \quad 0 < z < Z_1;$$

$$T_2(y, 0, z, \tau) = T_2(y, L_x, z, \tau) = 0, \quad 0 < y < L_y, \quad Z_1 < z < Z_2;$$

$$\frac{dT_2(0, x, z, \tau)}{dy} = \frac{dT_2(L_y, x, z, \tau)}{dy} = 0, \quad 0 < x < L_x, \quad Z_1 < z < Z_2;$$

$$T_3(y, 0, z, \tau) = T_3(y, L_x, z, \tau) = 0, \quad 0 < y < L_y, \quad Z_2 < z < Z_3;$$

$$\frac{dT_3(0, x, z, \tau)}{dy} = \frac{dT_3(L_y, x, z, \tau)}{dy} = 0, \quad 0 < x < L_x, \quad Z_2 < z < Z_3.$$

Начальные условия полагаются нулевыми. Теплофизические параметры заданы следующими значениями:  $a_1 = a_3 = 0,000004 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $a_2 = 0,000019 \text{ м}^2/\text{с}$ ;  $\lambda_1 = \lambda_3 = 0,059 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})$ ,  $\lambda_2 = 12,01 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})$ . Управляющим воздействием служит тепловой поток нагревателей (функция  $U(x, y, \tau)$ ), а функцией выхода — температурное поле  $T_3(x, y, z = Z^*, \tau)$ , состояние которого измеряется с помощью датчиков.

**Заключение.** Для системы управления температурным полем камеры термической обработки построена математическая модель, позволяющая анализировать протекающие динамические процессы и применять методику качественного распределения мод для синтеза распределенных регуляторов, обеспечивающих желаемые показатели качества процессов [3—7].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григорьев В. В., Быстров С. В., Першин И. М. Синтез распределенных регуляторов: Учеб. пособие. СПб: СПбГУ ИТМО, 2011. 200 с.
2. Qualitative exponential stability and instability of dynamical systems / V. V. Grigoriev, O. K. Mansurova. St. Petersburg, 2001. Preprint of 5th IFAK Symp. on Nonlinear Control Systems (NOLCOS'01).
3. Григорьев В. В., Быстров С. В., Мансурова О. К., Першин И. М. Анализ устойчивости линейных систем с распределенными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 9. С. 2—5.
4. Першин И. М. Проектирование системы управления параметрами Кисловодского месторождения минеральных вод. Технологии развития курортно-рекреационного комплекса СКФО // Сб. науч. тр. 2-й науч.-практ. конф. преподавателей, студентов и молодых ученых СКФУ: „Университетская наука — региону“. Пятигорск: Изд-во СКФУ, 2014. Т. 1. С. 141—155.
5. Першин И. М. Синтез систем с распределенными параметрами: проблемы и перспективы // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 6. С. 2—10.
6. Малков А. В., Першин И. М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
7. Першин И. М., Веселов Г. Е., Першин М. И. Синтез распределенных систем управления гидротермическими процессами месторождений минеральных вод // Изв. Южн. фед. ун-та. Технические науки. 2014. № 8. С. 123—137.

#### Сведения об авторах

- Сергей Владимирович Быстров** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Валерий Владимирович Григорьев** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, кафедра систем управления и информатики; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Ольга Карибековна Мансурова** — канд. техн. наук, доцент; Университет „Горный“, кафедра автоматизации технологических процессов и производств; E-mail: erke7@mail.ru
- Иван Митрофанович Першин** — д-р техн. наук, профессор; Филиал СКФУ, кафедра управления в технических и биотехнических системах; E-mail: ivmp@yandex.ru
- Максим Иванович Першин** — аспирант; Филиал СКФУ, кафедра управления в технических и биотехнических системах; E-mail: ivmp@yandex.ru

Рекомендована кафедрой систем управления и информатики Университета ИТМО

Поступила в редакцию 22.04.15 г.

**Ссылка для цитирования:** Быстров С. В., Григорьев В. В., Мансурова О. К., Першин И. М., Першин М. И. Математическая модель системы управления температурным полем камеры термической обработки // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 9. С. 720—724.

**MATHEMATICAL MODEL OF CONTROL SYSTEM FOR TEMPERATURE FIELD OF THE HEAT TREATMENT CHAMBER****S. V. Bystrov<sup>1</sup>, V. V. Grigoriev<sup>1</sup>, O. K. Mansurova<sup>2</sup>,  
I. M. Pershin<sup>3</sup>, M. I. Pershin<sup>3</sup>**<sup>1</sup>*ITMO University, 197101, Saint Petersburg, Russia  
E-mail: grigvv@yandex.ru*<sup>2</sup>*National Mineral Resources University,  
199106, Saint Petersburg, Russia*<sup>3</sup>*Branch of the North-Caucasus Federal University,  
357501, Pyatigorsk, Russia*

Application of the method of qualitative distribution of modes determining the process feature parameters in linear systems with distributed parameters is considered. A frequency technique is developed for synthesis of distributed regulators on the base of modified Nyquist criterion allowing for analysis of parameters of the layout areas of spatial mod-related indicators of quality processes.

**Keywords:** distributed systems, spatial mode, quality distribution, heat treatment chamber.

**Data on authors**

- |                            |   |   |
|----------------------------|---|---|
| <b>Sergey V. Bystrov</b>   | — | PhD, Associate Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: sbystrov@mail.ru                   |
| <b>Valery V. Grigoriev</b> | — | Dr. Sci., Professor; ITMO University; Department of Computer Science and Control Systems; E-mail: grigvv@yandex.ru                        |
| <b>Olga K. Mansurova</b>   | — | PhD, Associate Professor; University of Mines, Department of Automation of Technological Processes and Productions; E-mail: erke7@mail.ru |
| <b>Ivan M. Pershin</b>     | — | Dr. Sci., Professor; NCFU, Branch in Pyatigorsk; Department of Control in Technical and Biotechnical Systems; E-mail: ivmp@yandex.ru      |
| <b>Maksim I. Pershin</b>   | — | Post-Graduate Student; NCFU, Branch in Pyatigorsk; Department of Control in Technical and Biotechnical Systems; E-mail: ivmp@yandex.ru    |

**For citation:** Bystrov S. V., Grigoriev V. V., Mansurova O. K., Pershin I. M., Pershin M. I. Mathematical model of control system for temperature field of the heat treatment chamber // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2015. Vol. 58, N 9. P. 720—724 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-9-720-724