

ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ МЕТОДОМ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В. И. СЕНЬЧЕНКОВ, В. М. МОТОРИН, П. А. ГРУШКОВСКИЙ

*Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: svi9@rambler.ru*

Рассматриваются особенности применения метода динамического программирования при построении оптимальных алгоритмов диагностирования систем со всеми видами ограничений. Приводится пример построения алгоритма, оптимального по критерию максимума средней вероятности получения правильного решения о техническом состоянии системы. Особое внимание обращается на формирование и проверку ограничений в промежуточных фазовых состояниях.

Ключевые слова: алгоритм, диагностирование, динамическое программирование, критерий, ограничения, оптимизация, проверка, техническое состояние.

Введение. Для построения алгоритма диагностирования системы, оптимального по некоторому заранее заданному критерию, необходимы следующие исходные данные:

— множество изображений (формальных представлений)

$$E = \{E_i \mid i = \overline{0, m}\} \quad (1)$$

всех видов технического состояния системы, полученных в результате обучения [1], где

$$E_i = (e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ij}, \dots, e_{in})^T; \quad (2)$$

— распределение вероятностей

$$P = \{P(E_i) \mid i = \overline{0, m}\}; \quad (3)$$

— множество проверок

$$\Pi = \{\pi_j \mid j = \overline{1, n}\}, \quad (4)$$

на котором заданные виды технического состояния наблюдаемы (изображения E_i попарно различимы между собой), т.е. выполняется условие

$$\forall E_i, E_f \in E, i \neq f \exists \pi_j: \pi_j \in \Pi, e_{ij} \neq e_{fj}; \quad (5)$$

— множества

$$A = \{\alpha_j \mid j = \overline{1, n}\}, B = \{\beta_j \mid j = \overline{1, n}\}, \quad (6)$$

где α_j и β_j — вероятности ошибок 1-го и 2-го рода соответственно проверки π_j ;

— множества

$$T = \{t(\pi_j) \mid j = \overline{1, n}\}, C = \{c(\pi_j) \mid j = \overline{1, n}\}, \quad (7)$$

где $t(\pi_j)$, $c(\pi_j)$ — временные и трудовые затраты соответственно для выполнения проверки π_j .

На основе исходных данных (1)—(7) в работе [2] сформулирована задача построения алгоритма, оптимального по критерию максимума средней вероятности получения правильного решения о техническом состоянии системы с учетом всех видов ограничений ([2],

выражения (22)). В исходных данных (1)—(7) и далее значения индексов i и f используются так же, как и в [2].

Оптимизация процесса диагностирования с ограничениями методом динамического программирования. Диагностирование обладает свойствами марковского процесса [3], так как его перевод из любого состояния в другое полностью определяется предыдущим состоянием и выбранной в нем проверкой. Данный процесс может быть представлен как композиция относительно самостоятельных подпроцессов (R_k -подалгоритмов), которые начинаются с промежуточных фазовых состояний R_k . Фазовое состояние $R_k \in E$ имеет место при выполнении некоторого подмножества проверок из множества (4).

Оптимизация таких процессов производится различными методами дискретного программирования. Наиболее общим методом оптимизации процесса, обладающего свойствами марковского и допускающего декомпозицию, является динамическое программирование [4]. Но применение этого метода возможно в том случае, когда не только целевую функцию, но и ограничения (выражения (22), работа [2]) удается преобразовать к виду, пригодному для оценивания эффективности R_k -подалгоритма диагностирования. Ввиду того что такие подалгоритмы рассматриваются как самостоятельные, критерий их оптимальности предлагается сформировать, адаптировав указанные выше выражения к структуре R_k -подалгоритма:

$$ED(R_k) = \max_{p \in m[A(\Pi_k)]} \left\{ \sum_{i: E_i \in R_k} P_k(E_i) \left(\prod_{\pi_j \in \Pi_{ik}} \gamma_{ii}(\pi_j) \right)_p \right\}; \quad (8)$$

$$\Pi_{ik} = \{\pi_j \mid \pi_j \in \Pi_i, \forall E_i \in R_k, \forall E_f \in R_k \setminus \{E_i\}, e_{ij} \neq e_{fj}\}; \quad (9)$$

$$\sum_{\pi_j \in \Pi_{ik}} \dim \ker \pi_j = |F_k| - 1; \quad (10)$$

$$M_t - \sum_{i: E_i \in R_k} P_k(E_i) \sum_{\pi_j \in \Pi_{ik}} t(\pi_j) \geq 0; \quad M_c - \sum_{i: E_i \in R_k} P_k(E_i) \sum_{\pi_j \in \Pi_{ik}} c(\pi_j) \geq 0. \quad (11)$$

Выражение (8) задает условие максимума целевой функции, т.е. средней вероятности $ED(R_k)$ получения правильного решения о техническом состоянии системы при реализации R_k -подалгоритма; P_k — множество проверок в подалгоритме; Π_{ik} — множество проверок в i -й ветви подалгоритма; $A(\Pi_k)$ — алгебра подмножеств проверок на множестве Π_k ; $m[A(\Pi_k)]$ — множество перестановок на элементах алгебры $A(\Pi_k)$; $\gamma_{ij}(\pi_j)$ — величины, которые определяются на основе решающих правил [5] и вероятностей ошибок 1-го и 2-го рода проверок π_j ; $P_k(E_i)$ — вероятность возникновения i -го вида технического состояния системы, уточненная по результатам предыдущих проверок, с помощью которых реализован переход от начального фазового состояния E к рассматриваемому R_k :

$$P_k(E_i) = \frac{P(E_i)}{\sum_{E_f \in R_k} P(E_f)}, \quad i: E_i \in R_k. \quad (12)$$

Выражениями (9)—(11) задаются ограничения. Соотношение (9) указывает, что каждое подмножество Π_{ik} содержит проверки π_j , на которых изображения в i -й ветви R_k -подалгоритма попарно различимы между собой. Выражением (10) задается правило остановки процесса диагностирования из состояния R_k , где $|F_k|$ — мощность индексного множества изображений в данном фазовом состоянии; $\dim \ker \pi_j$ — размерность ядра отображения [6], реализующего переход процесса диагностирования с помощью проверки π_j из предыдущего фазового состояния в последующие. Конечное фазовое состояние $R_i = \{E_i\}$ представляет идентифицированный вид технического состояния системы.

Выражениями (11) определяются ограничения на средние затраты временных и трудовых ресурсов для выполнения проверок по определению i -го вида технического состояния, принадлежащего фазовому R_k . Затраты не должны превышать максимально допустимых величин M_t и M_c соответственно.

Сформулированная оптимизационная задача позволяет в любом из фазовых состояний R_k выбрать наиболее эффективную проверку по заданному критерию. Такая возможность вытекает из принципа оптимальности Беллмана [7], согласно которому проверка, выбираемая в конкретном фазовом состоянии, должна быть оптимальной вне зависимости от того, каковы были предшествующее фазовое состояние и выбранная в нем проверка.

Процесс выбора проверок начинается с рассмотрения фазовых состояний, содержащих по два элемента. Очередная проверка находится из условия обеспечения максимального значения целевой функции при выполнении заданных ограничений, т.е. решается задача (8)—(11). В фазовых состояниях, включающих три элемента, к уже найденной проверке добавляется новая, которая также выбирается на основе решения задачи (8)—(11). В таком порядке процесс выбора проверок продолжается до начального фазового состояния. В каждом фазовом состоянии возможен выбор только из множества Π_k попарно различимых между собой проверок:

$$\Pi_k = \{\pi_j \mid \pi_j \in \Pi, \exists \mathbf{E}_i, \mathbf{E}_f \in \mathbf{R}_k : e_{ij} \neq e_{ff}\}. \quad (13)$$

В процессе обратного прохождения от начального фазового состояния $R_k = E$ к конечным непосредственно формируется алгоритм диагностирования из оптимальных проверок. Значения средней вероятности и средней продолжительности получения решения о техническом состоянии системы, а также среднее значение затрат трудовых ресурсов в соответствии с построенным алгоритмом определяются по формулам [5]:

$$ED = \sum_{i=0}^m P(\mathbf{E}_i) \left(\prod_{\pi_j \in \Pi_i} \gamma_{ii}(\pi_j) \right); \quad ET = \sum_{i=0}^m P(\mathbf{E}_i) \sum_{\pi_j \in \Pi_i} t(\pi_j); \quad EC = \sum_{i=0}^m P(\mathbf{E}_i) \sum_{\pi_j \in \Pi_i} c(\pi_j). \quad (14)$$

Алгоритм диагностирования может быть представлен ориентированным древовидным графом. Вершинам граф-дерева соответствуют фазовые состояния R_i, R_k , а дугам — исходы проверок $\pi_j \in \Pi_i$, причем начальное состояние $R_k = E$ обозначается корневой вершиной, промежуточные вершины обозначают промежуточные состояния $R_k \in E$, а висячие вершины — конечные $R_i, i = \overline{0, m}$. Путь от E к R_i является i -й ветвью алгоритма. Подмножество $\Pi_i \in \Pi$ включает проверки, входящие в i -ю ветвь алгоритма, а условие (10) — это последовательность переходов по i -й ветви от состояния R_k к конечному.

Средняя вероятность получения правильного решения о техническом состоянии системы при реализации R_k -подалгоритма, который начинается с проверки π_j , определяется выражением [8]

$$D_k(\pi_j) = \sum_{i: \mathbf{E}_i \in R_k} P_k(\mathbf{E}_i) P_k(R_i / R_i^*(\pi_j)), \quad (15)$$

где $P_k(R_i / R_i^*(\pi_j))$ — вероятность правильного определения i -го вида технического состояния системы по i -й ветви R_k -подалгоритма, начинающегося с проверки π_j .

Условие выбора оптимальных проверок может быть представлено как

$$D_k(\pi_j) = \max_{\pi_s \in \Pi_k} D_k(\pi_s) \quad (16)$$

при выполнении ограничений (9)—(11).

Условные вероятности $P_k(R_i / R_i^*(\pi_j))$ в выражении (15) определяются по формуле Байеса [9]:

$$P_k(R_i / R_i^*(\pi_j)) = \frac{P(R_i)P_k(R_i^*(\pi_j) / R_i)}{\sum_{f: E_f \in R_k} P(R_f)P_k(R_i^*(\pi_j) / R_f)}, \quad i: E_i \in R_k. \tag{17}$$

Обратные условные вероятности $P_k(R_i^*(\pi_j) / R_f)$ в выражении (17) характеризуют вероятность получения ошибочных решений при диагностировании, когда по результатам проверок $\pi_j \in \Pi_{ik}$ вместо f -го вида технического состояния, в котором находится система, фиксируется i -й вид. Данные вероятности представляются как произведения

$$P_k(R_i^*(\pi_j) / R_f) = \prod_{\pi_j \in \Pi_{ik}} \gamma_{if}(\pi_j). \tag{18}$$

Пример. Построить алгоритм диагностирования системы, оптимальный по критерию максимума средней вероятности получения правильного решения о техническом состоянии. Функциональная схема системы представлена на рис. 1. Доступны проверки π_1 — π_6 каждого из блоков 1—6 соответственно. Каждая проверка имеет два возможных исхода:

π_j^1 , если $e_{ij} \geq 0$ (положительный); π_j^2 , если $e_{ij} < 0$ (отрицательный).

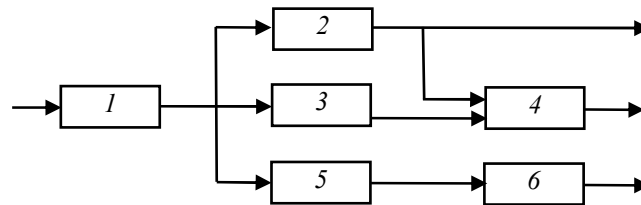


Рис. 1

Исходные данные (1)—(7) сведены в табл. 1, здесь E_0 и E_1, \dots, E_6 — соответственно работоспособное и неработоспособные технические состояния, соответствующие отказам блоков 1—6. Максимально допустимый расход ресурсов: $M_i = 8, M_c = 11$.

Таблица 1

Исходные данные для построения оптимальной программы диагностирования

E	Проверка π_j						P(E _i)
	π_1	π_2	π_3	π_4	π_5	π_6	
E ₀	1	1	0,94	1	0,97	1	0,619
E ₁	-0,98	-0,89	-1	-0,97	-1	-0,94	0,039
E ₂	0,86	-0,95	0,87	-0,96	0,92	0,85	0,054
E ₃	0,84	0,87	-0,91	-0,92	0,96	0,90	0,109
E ₄	1	0,91	0,99	-0,94	0,87	0,93	0,084
E ₅	0,96	0,90	0,92	0,91	-0,86	-0,98	0,026
E ₆	0,94	0,88	0,84	0,99	1	-1	0,069
A	0,012	0,03	0,07	0,02	0,01	0,06	$\sum_{i=0}^6 P(E_i) = 1$
B	0,02	0,05	0,08	0,03	0,008	0,09	
T	3	2	2	4	5	1	
C	7	4	8	5	2	4	

1. *Определение фазовых состояний и подмножеств допустимых проверок.* Для заданного множества

$$E = \{E_0, E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6\} \tag{П1}$$

необходимо найти все возможные фазовые состояния R_k процесса диагностирования и соответствующие им подмножества допустимых проверок Π_k . Из условия (5) следует, что в начальном фазовом состоянии (П1) все проверки π_1 — π_6 допустимы. Фазовые состояния R_k , которые могут быть получены из начального состояния E при положительном π_j^1 и отрицатель-

ном π_j^2 исходах каждой проверки, формируются на основе подхода, предложенного в работе [2]. Из табл. 1 видно, например, что проверка π_4 дает положительный исход в работоспособном состоянии \mathbf{E}_0 , а также при отказах \mathbf{E}_5 и \mathbf{E}_6 , следовательно

$$\pi_4^1 : \mathbf{E} \rightarrow R_{k4}^1 = \{\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_5, \mathbf{E}_6\}. \tag{П2}$$

Отрицательный исход проверки π_4 :

$$\pi_4^2 : \mathbf{E} \rightarrow R_{k4}^2 = \{\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \mathbf{E}_4\}. \tag{П3}$$

Отображения (П2) и (П3) показаны так, как это принято в работе [2]. В соответствии с выражением (13) в фазовом состоянии R_{k4}^1 допустимые проверки образуют подмножество

$$\Pi_k^1 = \{\pi_5, \pi_6\},$$

а в состоянии R_{k4}^2 —

$$\Pi_k^2 = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_5, \pi_6\}.$$

Аналогично формируются состояния R_k из \mathbf{E} с помощью остальных проверок. Для каждого из них определяются допустимые проверки по формуле (13) и новые фазовые состояния, которые получаются с помощью этих проверок.

Процесс продолжается до получения состояний R_k , содержащих не более двух элементов. Найденные состояния упорядочиваются по числу содержащихся в них элементов и заносятся в графу 1 (табл. 2; в данной таблице информация представлена выборочно). Состояния R_0, R_1, \dots, R_6 являются конечными и в таблицу не заносятся. Подмножества допустимых проверок $\Pi_7, \Pi_8, \dots, \Pi_{40}$ в фазовых состояниях R_7, R_8, \dots, R_{40} соответственно заносятся в графу 2 (табл. 2).

Таблица 2

Определение оптимальной проверки в каждом фазовом состоянии

R_k	Π_k	π_j	$D_k(\pi_j)$
1	2	3	4
$R_7 = \{\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_2\}$	$\Pi_7 = \{\pi_2, \pi_4\}$	π_4	0,9774
$R_8 = \{\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_3\}$	$\Pi_8 = \{\pi_3, \pi_4\}$	π_4	0,9746
...
$R_{17} = \{\mathbf{E}_5, \mathbf{E}_6\}$	$\Pi_{17} = \{\pi_5\}$	π_5	0,9915
$R_{18} = \{\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3\}$	$\Pi_{18} = \{\pi_2, \pi_3, \pi_4\}$	π_2	0,9652
$R_{19} = \{\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_4\}$	$\Pi_{19} = \{\pi_2, \pi_4\}$	π_4	0,9671
...
$R_{24} = \{\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_5, \mathbf{E}_6\}$	$\Pi_{24} = \{\pi_5, \pi_6\}$	π_6	0,9499
...
$R_{27} = \{\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \mathbf{E}_4\}$	$\Pi_{27} = \{\pi_2, \pi_3, \pi_4\}$	π_4	0,9316
$R_{28} = \{\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \mathbf{E}_6\}$	$\Pi_{28} = \{\pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_6\}$	π_2	0,9257
...
$R_{34} = \{\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \mathbf{E}_4\}$	$\Pi_{34} = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_5, \pi_6\}$	π_2	0,9194
$R_{35} = \{\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \mathbf{E}_4, \mathbf{E}_6\}$	$\Pi_{35} = \{\pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_6\}$	π_4	0,9237
...
$R_{40} = \{\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \mathbf{E}_4, \mathbf{E}_5, \mathbf{E}_6\}$	$\Pi_{40} = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6\}$	π_4	0,9071

Для каждого фазового состояния R_k находится оптимальная проверка по критерию (8)—(11). Так, в $R_{24} = \{\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_5, \mathbf{E}_6\}$ допустимы проверки из множества $\Pi_{24} = \{\pi_5, \pi_6\}$. Средняя вероятность получения правильного решения о техническом состоянии системы при реализации R_{24} -подалгоритма, начинающегося с проверки π_5 , определяется в следующей последовательности:

— формируются фазовые состояния (из табл. 1), в которые переводит процесс диагностирования проверка π_5 из состояния R_{24} :

$$\pi_5^1: R_{24} \rightarrow R_{10} = \{E_0, E_6\}, \pi_5^2: R_{24} \rightarrow R_5 = \{E_5\};$$

— определяются условные вероятности (18), для вычисления величин $\gamma_{ij}(\pi_j)$ используются выражения (20) и (21) из работы [2]:

$$P_{24}(R_0^*(\pi_5)/R_0) = (1 - \alpha_5)(1 - \alpha_6) = (1 - 0,01)(1 - 0,06) = 0,9306;$$

$$P_{24}(R_0^*(\pi_5)/R_5) = \beta_5\beta_6 = 0,0007; P_{24}(R_0^*(\pi_5)/R_6) = (1 - \alpha_5)\beta_6 = 0,0891;$$

$$P_{24}(R_5^*(\pi_5)/R_0) = \alpha_5 = 0,01; P_{24}(R_5^*(\pi_5)/R_5) = 1 - \beta_5 = 0,992; P_{24}(R_5^*(\pi_5)/R_6) = \alpha_5 = 0,01;$$

$$P_{24}(R_6^*(\pi_5)/R_0) = (1 - \alpha_5)\alpha_6 = 0,0594; P_{24}(R_6^*(\pi_5)/R_5) = \beta_5(1 - \beta_6) = 0,0073;$$

$$P_{24}(R_6^*(\pi_5)/R_6) = (1 - \alpha_5)(1 - \beta_6) = 0,9009;$$

— находятся условные вероятности (17):

$$\begin{aligned} & P_{24}(R_0/R_0^*(\pi_5)) = \\ & \frac{P(R_0)P_{24}(R_0^*(\pi_5)/R_0)}{P(R_0)P_{24}(R_0^*(\pi_5)/R_0) + P(R_5)P_{24}(R_0^*(\pi_5)/R_5) + P(R_6)P_{24}(R_0^*(\pi_5)/R_6)} = \\ & \frac{0,619 \cdot 0,9306}{0,619 \cdot 0,9306 + 0,026 \cdot 0,0007 + 0,069 \cdot 0,0891} = 0,9894; \\ & P_{24}(R_5/R_5^*(\pi_5)) = \\ & \frac{P(R_5)P_{24}(R_5^*(\pi_5)/R_5)}{P(R_5)P_{24}(R_5^*(\pi_5)/R_5) + P(R_0)P_{24}(R_5^*(\pi_5)/R_0) + P(R_6)P_{24}(R_5^*(\pi_5)/R_6)} = 0,7894; \\ & P_{24}(R_6/R_6^*(\pi_5)) = \\ & \frac{P(R_6)P_{24}(R_6^*(\pi_5)/R_6)}{P(R_6)P_{24}(R_6^*(\pi_5)/R_6) + P(R_0)P_{24}(R_6^*(\pi_5)/R_0) + P(R_5)P_{24}(R_6^*(\pi_5)/R_5)} = 0,6271; \end{aligned}$$

— находятся уточненные вероятности (12) видов технического состояния E_0 , E_5 и E_6 :

$$P_{24}(E_0) = \frac{P(E_0)}{P(E_0) + P(E_5) + P(E_6)} = \frac{0,619}{0,619 + 0,026 + 0,069} = 0,8669;$$

$$P_{24}(E_5) = 0,0364; P_{24}(E_6) = 0,0967;$$

— вычисляется искомая средняя вероятность (15):

$$\begin{aligned} D_{24}(\pi_5) &= P_{24}(E_0)P_{24}(R_0/R_0^*(\pi_5)) + P_{24}(E_5)P_{24}(R_5/R_5^*(\pi_5)) + P_{24}(E_6)P_{24}(R_6/R_6^*(\pi_5)) = \\ &= 0,8669 \cdot 0,9894 + 0,0364 \cdot 0,7894 + 0,0967 \cdot 0,6271 = 0,9471. \end{aligned}$$

Для проверки π_6 значение средней вероятности $D_{24}(\pi_6) = 0,9499$ вычисляется аналогичным образом. В соответствии с условием (16) в качестве оптимальной в фазовом состоянии R_{24} выбирается проверка π_6 . Полученный результат заносится в графы 3 и 4 (табл. 2).

После нахождения оптимальных проверок во всех фазовых состояниях выполняется процесс обратного прохождения. В начальном фазовом состоянии $R_{40} = \{E_0, E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6\}$ оптимальной является π_4 (табл. 2). Она и будет первой в синтезируемом алгоритме. Данная проверка переводит процесс диагностирования в фазовые состояния R_{24} и R_{34} :

$$\pi_4^1: R_{40} \rightarrow R_{24} = \{E_0, E_5, E_6\}, \pi_4^2: R_{40} \rightarrow R_{34} = \{E_1, E_2, E_3, E_4\}.$$

В состоянии R_{24} оптимальная проверка — π_6 , причем

$$\pi_6^1: R_{24} \rightarrow R_0 = \{E_0\}, \pi_6^2: R_{24} \rightarrow R_{17} = \{E_5, E_6\}.$$

Состояние $R_0 = \{E_0\}$ является конечным. Таким образом, подмножеством оптимальных проверок для определения работоспособного состояния системы является $\Pi_0 = \{\pi_4, \pi_6\}$. В состоянии $R_{17} = \{E_5, E_6\}$ оптимальная проверка — π_5 (табл. 2), при этом

$$\pi_5^1: R_{17} \rightarrow R_6 = \{E_6\}, \pi_5^2: R_{17} \rightarrow R_5 = \{E_5\}.$$

Состояния $R_5 = \{E_5\}$ и $R_6 = \{E_6\}$ являются конечными, следовательно, для определения отказов пятого и шестого блоков существует одно и то же подмножество оптимальных проверок, т.е. $\Pi_5 = \Pi_6 = \{\pi_4, \pi_6, \pi_5\}$. Аналогично находятся подмножества оптимальных проверок для определения отказов остальных блоков системы.

В каждом фазовом состоянии в процессе обратного прохождения проверяются ограничения (11). Например, в состоянии R_{24} :

$$M_t - \sum_{i: E_i \in R_{24}} P_{24}(E_i) \sum_{\pi_j \in \Pi_{i24}} t(\pi_j) = M_t - (P_{24}(E_0) \cdot t(\pi_6) + P_{24}(E_5)(t(\pi_6) + t(\pi_5)) + P_{24}(E_6)(t(\pi_6) + t(\pi_5))) = 8 - (0,8669 \cdot 1 + 0,0364 \cdot 1 + 0,0967(1 + 5)) = 8 - 1,49 = 6,51 > 0;$$

$$M_c - \sum_{i: E_i \in R_{24}} P_{24}(E_i) \sum_{\pi_j \in \Pi_{i24}} c(\pi_j) = 11 - 4,27 = 7,73 > 0.$$

Оптимальный алгоритм диагностирования системы в виде ориентированного графа-дерева показан на рис. 2. Из алгоритма видно, что ограничения (9) и (10) для каждой ветви алгоритма и в каждом фазовом состоянии выполняются. Характеристики процесса диагностирования, которые определяются выражением (14), принимают значения:

$$ED = P(E_0)(1 - \alpha_4)(1 - \alpha_6) + P(E_1)(1 - \beta_4)(1 - \beta_2)(1 - \beta_5) + P(E_2)(1 - \beta_4)(1 - \beta_2)(1 - \alpha_5) + P(E_3)(1 - \beta_4)(1 - \alpha_2)(1 - \beta_3) + P(E_4)(1 - \beta_4)(1 - \alpha_2)(1 - \alpha_3) + P(E_5)(1 - \alpha_4)(1 - \beta_6)(1 - \beta_5) + P(E_6)(1 - \alpha_4)(1 - \beta_6)(1 - \alpha_5) = 0,907;$$

$$ET = 6,57; EC = 10,92.$$

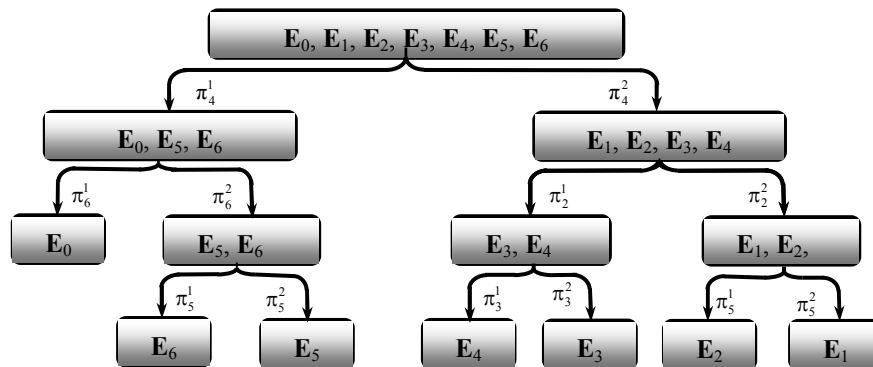


Рис. 2

Полученные значения ET и EC свидетельствуют, что средняя продолжительность диагностирования и средние затраты трудовых ресурсов для алгоритма в целом (выражения (22), работа [2]) не превышают допустимых величин. Значение средней вероятности ED является максимальным.

Полный и корректный учет ограничений при построении алгоритмов — это одно из ключевых условий повышения достоверности диагностической информации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сеньченков В. И. Процедура обучения при разработке моделей контроля технического состояния сложных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53, № 1. С. 3—8.
2. Сеньченков В. И., Некрасов И. Н. Ограничения в задачах построения оптимальных алгоритмов определения технического состояния системы // Изв. вузов. Приборостроение. 2014, Т. 57, № 10. С. 5—11.
3. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: КНОРУС, 2011. 448 с.
4. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс. М.: Радио и связь, 1989. 179 с.
5. Сеньченков В. И. Модели, методы и алгоритмы анализа технического состояния. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013. 377 с.
6. Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. М.: Наука, 1979. 623 с.
7. Беллман Р., Калаба Р. Динамическое программирование и современная теория управления / Под ред. Б. С. Ра-зумихина. М.: Наука, 1969. 118 с.
8. Дмитриев А. К., Юсупов Р. М. Идентификация и техническая диагностика. М.: МО, 1987. 521 с.
9. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высш. школа, 2004. 479 с.

Сведения об авторах

- Валентин Иванович Сеньченков** — д-р техн. наук, профессор; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра специальных технических систем космических комплексов;
E-mail: svi9@rambler.ru
- Виктор Михайлович Моторин** — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра специальных технических систем космических комплексов;
E-mail: stmvvm@yandex.ru
- Павел Анатольевич Грушковский** — адъюнкт; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра специальных технических систем космических комплексов;
E-mail: pasha-089@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
специальных технических систем
космических комплексов

Поступила в редакцию
15.05.15 г.

Ссылка для цитирования: Сеньченков В. И., Моторин В. М., Грушковский П. А. Построение оптимальных алгоритмов диагностирования с ограничениями методом динамического программирования // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 10. С. 783—791.

**DESIGN OF OPTIMAL ALGORITHMS FOR DIAGNOSTICS
UNDER RESTRICTIONS
USING THE DYNAMIC PROGRAMMING METHOD**

V. I. Senchenkov, V. M. Motorin, P. A. Grushkovskiy

A. F. Mozhaysky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia

E-mail: svi9@rambler.ru

Peculiarities of the dynamic programming method application to development of optimal algorithms of diagnostics of systems with all kinds of constraints are considered. An example of design of an algorithm which is optimal according to the criterion of maximum average probability of correct decision on the technical condition of the system is presented. Special attention is paid to formation and constraint checking in the intermediate phase states.

Keywords: algorithm, diagnostics, dynamic programming, criterion, constraints, optimization, validation, technical condition.

Data on authors

- Valentin I. Senchenkov** — Dr. Sci., Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Special Technical Systems of Space Complexes;
E-mail: svi9@rambler.ru

- Viktor M. Motorin** — PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Special Technical Systems of Space Complexes; E-mail: stmvm@yandex.ru
- Pavel A. Grushkovskiy** — Adjunct; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Special Technical Systems of Space Complexes; E-mail: pasha-089@yandex.ru

For citation: *Senchenkov V. I., Motorin V. M., Grushkovskiy P. A.* Design of optimal algorithms for diagnostics under restrictions using the dynamic programming method // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*. 2015. Vol. 58, N 10. P. 783—791 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-10-783-791