
ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.511.4
DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-10-792-797

ОЦЕНИВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

А. А. АРДАШОВ, В. Н. АРСЕНЬЕВ, С. Б. СИЛАНТЬЕВ

*Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: vladar56@mail.ru*

Рассматривается задача оценивания эффективности применения перспективных летательных аппаратов по ограниченному числу натуральных испытаний. Для повышения качества оценивания предлагается использовать метод приоритета опытной информации, позволяющий объединить все имеющиеся априорные и опытные данные о характеристиках исследуемых образцов. Получены аналитические выражения для апостериорных оценок и приведен пример, подтверждающий эффективность предложенного в статье подхода к оцениванию характеристик летательных аппаратов при невозможности проведения испытаний в полном объеме.

Ключевые слова: *летательный аппарат, эффективность применения, оценивание, ограниченные натурные испытания.*

Введение. В настоящее время широко используются управляемые объекты для решения различных задач без непосредственного участия человека. Среди таких объектов особое место занимают летательные аппараты (беспилотные летательные аппараты, ракеты-носители, космические аппараты, разгонные блоки и др.). Требования к летательным аппаратам (ЛА) по ряду показателей более жесткие, чем к другим объектам. Аппараты усложняются, повышается их стоимость, а также стоимость организации и проведения натуральных испытаний. Поэтому число опытных образцов для натуральных испытаний ограничено, это не позволяет объективно оценивать эффективность применения ЛА по назначению. Повысить точность оценок можно, используя дополнительную (априорную) информацию, полученную на этапах, предшествующих натурным испытаниям.

Для решения этой задачи могут быть использованы различные методы [1—13]. В первую очередь, следует выделить методы, основанные на применении формулы Байеса (теоремы гипотез) [3—7, 9], они позволяют по заданным априорным распределениям найти апостериорные оценки неизвестных характеристик. Однако при решении практических задач их применение в ряде случаев приводит к противоречивым результатам вследствие неоднозначности, которую они допускают при выборе априорных распределений. Другая группа включает методы, основанные на выборе в качестве апостериорных оценок характеристик ЛА некоторых (в основном линейных) комбинаций априорных и опытных оценок [1, 2, 8, 10—13]. К сожалению, задача выбора коэффициентов, определяющих значимость соответствующей информации в результирующих оценках, до настоящего времени не решена [1]. Указанных ограничений, на наш взгляд, лишен метод приоритета опытной информации (ПОИ) [14].

Постановка задачи. В качестве показателя эффективности применения ЛА рассматривается вероятность выполнения им целевой задачи. Полагается, что по результатам априорных исследований получена некоторая расчетная оценка p_p вероятности. Проведено N_c серий независимых испытаний в одних и тех же условиях, причем в каждой серии испытывалось n опытных образцов. В 1-й серии испытаний целевую задачу выполнили x_1 образцов, во 2-й — x_2 и т.д., в последней серии испытаний целевая задача была решена x_{N_c} образцами. Полагается также, что результаты априорных исследований и натуральных испытаний однородны, т.е. принадлежат к одной генеральной совокупности.

Требуется по имеющейся априорной и опытной информации оценить вероятность выполнения ЛА целевой задачи.

Решение задачи. Известно [6], что дискретная случайная величина $\hat{X} \geq 0$, характеризующая число появлений некоторого события в последовательности из n независимых испытаний, имеет биномиальный закон распределения, в соответствии с которым вероятность того, что данное событие появится ровно x раз, определяется по формуле

$$P(\hat{X} = x; p) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

где p — параметр распределения — вероятность появления заданного события в одном испытании; C_n^x — число сочетаний из n по x , $C_n^x = \frac{n!}{x!(n-x)!}$.

Математическое ожидание $M_{\hat{X}}$ и дисперсия $D_{\hat{X}}$ случайной величины \hat{X} связаны с вероятностью p известными соотношениями

$$M_{\hat{X}} = np; \quad D_{\hat{X}} = np(1-p). \quad (2)$$

Согласно методу ПОИ составляется функция правдоподобия для выборки $x_i, i = \overline{1, N_c}$:

$$\prod_{i=1}^{N_c} P(\hat{X} = x_i; p) = \prod_{i=1}^{N_c} C_n^{x_i} p^{x_i} (1-p)^{n-x_i}. \quad (3)$$

Определяется оценка максимального правдоподобия p_0 вероятности p , удовлетворяющая уравнению максимального правдоподобия $\left. \frac{\partial \ln \prod_{i=1}^{N_c} P(\hat{X} = x_i; p)}{\partial p} \right|_{p=p_0} = 0$:

$$p_0 = \frac{1}{nN_c} \sum_{i=1}^{N_c} x_i. \quad (4)$$

Функция правдоподобия (3) представляется в виде

$$L(p_0, p) = C_0 p^{N_c n p_0} (1-p)^{N_c n (1-p_0)}, \quad (5)$$

где $C_0 = \prod_{i=1}^{N_c} C_n^{x_i}$.

Отношение правдоподобия [11] для проверки гипотезы $H: p=p_p$ об однородности априорных и опытных данных о характеристиках ЛА определяет вес априорной информации в апостериорной оценке и вычисляется по формуле

$$v^* = \frac{L(p_p, p)}{L(p_o, p)} = \frac{\prod_{i=1}^{N_c} P(\hat{X} = x_i; p_p)}{\prod_{i=1}^{N_c} P(\hat{X} = x_i; p_o)} = \frac{p_p^{N_c n p_o} (1-p_p)^{N_c n (1-p_o)}}{p_o^{N_c n p_o} (1-p_o)^{N_c n (1-p_o)}}. \quad (6)$$

Для получения апостериорной оценки p_a параметра p могут использоваться оба способа, предложенные в работе [14]. В этом случае они дают один и тот же результат.

В соответствии с первым способом вводятся функция правдоподобия для гипотетической выборки $x_{\Gamma i}$, $i = \overline{1, N_p}$, соответствующей априорной оценке p_p , и общая функция правдоподобия:

$$L(p_p, p) = \prod_{i=1}^{N_p} P(\hat{X} = x_{\Gamma i}; p) = C_p p^{N_p n p_p} (1-p)^{N_p n (1-p_p)},$$

$$L = L(p_o, p) L(p_p, p) = C_o C_p p^{n(N_c p_o + N_p p_p)} (1-p)^{n[N_c(1-p_o) + N_p(1-p_p)]},$$

где $C_p = \text{const}$; $N_p = v^* N_c$ — число гипотетических испытаний.

Необходимое условие максимума L по параметру p : $\left. \frac{\partial \ln L}{\partial p} \right|_{p=p_a} = 0$ дает уравнение

$$\frac{n(N_c p_o + N_p p_p)}{p_a} - \frac{n[N_c(1-p_o) + N_p(1-p_p)]}{1-p_a} = 0,$$

решением которого является апостериорная оценка вероятности

$$p_a = \frac{N_c p_o + N_p p_p}{N_c + N_p} = \frac{p_o + v^* p_p}{1 + v^*}. \quad (7)$$

Если в процессе опытной отработки в каждой серии испытывался только один опытный образец ($n=1$), а m — число образцов, достигших поставленной цели, то $p_o = \frac{m}{N_c}$, а отношение правдоподобия определяется по формуле

$$v^* = \left(\frac{p_p}{p_o} \right)^{N_c p_o} \left(\frac{1-p_p}{1-p_o} \right)^{N_c (1-p_o)}.$$

Для определения выигрыша в точности, получаемого за счет учета априорной информации, необходимо сравнить дисперсии опытной p_o и апостериорной p_a оценок.

Дисперсия оценки максимального правдоподобия (4) с учетом соотношений (2) приближенно может быть оценена по формуле

$$D[p_o] = \frac{1}{n^2 N_c^2} \sum_{i=1}^{N_c} D[x_i] = \frac{1}{n^2 N_c^2} \sum_{i=1}^{N_c} D_x = \frac{p(1-p)}{n N_c} \approx \frac{p_o(1-p_o)}{n N_c}.$$

Для приближенного вычисления дисперсии апостериорной оценки (7) проводятся следующие преобразования:

$$D[p_a] = \frac{N_c^2 D[p_o] + N_p^2 D[p_p]}{(N_c + N_p)^2} \approx \frac{N_c^2 \frac{p_o(1-p_o)}{n N_c} + N_p^2 \frac{p_p(1-p_p)}{n N_p}}{(N_c + N_p)^2} =$$

$$= \frac{N_c p_o (1 - p_o) + N_p p_p (1 - p_p)}{n(N_c + N_p)^2} = \frac{p_o (1 - p_o) + v^* p_p (1 - p_p)}{n N_c (1 + v^*)^2}.$$

Выигрыш в точности оценивания:

$$\delta = \frac{D[p_a]}{D[p_o]} \approx \frac{p_o (1 - p_o) (1 + v^*)^2}{p_o (1 - p_o) + v^* p_p (1 - p_p)} = \frac{(1 + v^*)^2}{1 + v^* \frac{p_p (1 - p_p)}{p_o (1 - p_o)}}. \quad (8)$$

Отсюда видно, что условие $\delta > 1$, т.е. $D[p_o] > D[p_a]$, будет выполняться, если $v^* > \frac{p_p (1 - p_p)}{p_o (1 - p_o)} - 2$. Правая часть этого неравенства определяет критическое значение отношения правдоподобия:

$$v_{кр}^* = \frac{p_p (1 - p_p)}{p_o (1 - p_o)} - 2. \quad (9)$$

Если величина отношения правдоподобия, вычисленная по формуле (6), удовлетворяет неравенству

$$v^* > v_{кр}^*, \quad (10)$$

то апостериорная оценка точнее опытной оценки вероятности, причем выигрыш в точности тем больше, чем больше v^* . Максимальный выигрыш в точности $\delta=2$ достигается при $v^*=1$, что соответствует полному совпадению априорных и опытных данных. Следует также отметить, что при выполнении условия (10) выигрыш в точности может оказаться весьма незначительным, если значение v^* мало. В таких случаях априорная информация является достаточно грубой и апостериорная оценка p_a практически совпадает с опытной p_o .

Пример. Рассматривается ЛА, предназначенный для наблюдения за некоторым космическим объектом (КО). Задача наблюдения считается решенной, если ЛА заходит в окрестность КО, ограниченную сферой радиусом $R=10$ км. В центре сферы находится исследуемый объект.

По результатам моделирования относительного движения ЛА и КО получена априорная оценка вероятности выведения аппарата в заданную область: $p_p=0,970$.

Проведены натурные испытания шести КА ($N_c=6$, $n=1$), результаты которых представлены значениями модуля \hat{X} вектора отклонений координат КО в конечной точке траектории движения от соответствующих координат объекта [15]: $x_1=6,40$, $x_2=0,63$, $x_3=8,31$, $x_4=8,38$, $x_5=5,74$, $x_6=10,50$ км. Отсюда видно, что задача наблюдения была решена в первых пяти испытаниях ($m=5$). Поэтому в соответствии с (4) опытная оценка вероятности решения задачи $p_o = 5/6 \approx 0,833$.

Отношение правдоподобия, характеризующее близость априорной информации к опытным данным, $v^* = 0,384$. Тогда апостериорная оценка вероятности решения задачи наблюдения, полученная по формуле (7), $p_a = 0,871$. Видно, что априорная оценка вероятности является существенно завышенной. Это может быть связано с грубостью модели относительного движения ЛА и КО, неточностями в описаниях возмущающих факторов и рядом других причин.

Из формулы (8) следует, что дисперсия апостериорной оценки примерно в 1,7 раза меньше дисперсии оценки p_o , полученной по результатам натурных испытаний без учета априорной информации.

Заключение. Использование дополнительной информации в процедуре оценивания эффективности применения ЛА по назначению позволяет повысить точность оценок. Выигрыш в точности тем больше, чем ближе априорная информация к опытным данным. Мерой, определяющей вес априорной информации в апостериорной оценке, является отношение правдоподобия для проверки гипотезы об однородности априорных и опытных данных. Максимальный выигрыш в точности оценивания достигается при $v^* = 1$. Малые значения отношения правдоподобия говорят о грубости моделей, используемых на предварительных этапах исследования эффективности применения ЛА. В этих случаях апостериорные оценки практически совпадают с опытными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Элементы теории испытаний и контроля технических систем / Под ред. Р. М. Юсупова. Л.: Энергия, 1978. 192 с.
2. Миронов В. И. Эффективность, надежность и испытания систем управления. М.: МО СССР, 1981. 200 с.
3. Кринецкий Е. И., Александровская Л. Н., Шаронов А. В., Голубков А. С. Летные испытания ракет и космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1979. 464 с.
4. Кринецкий Е. И., Александровская Л. Н. Летные испытания систем управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1975. 193 с.
5. Шаракшанэ А. С., Железнов И. Г. Испытания сложных систем. М.: Высш. школа, 1974. 184 с.
6. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения. М.: Наука, 1968. 548 с.
7. ГОСТ 27.201-81. Оценка показателей надежности при малом числе наблюдений с использованием дополнительной информации. Общие положения.
8. Щербаков П. С. Использование априорной информации для уточнения оценок параметров // Изв. АН СССР. Автоматика и телемеханика. 1988. № 5. С. 80—89.
9. Моррис У. Наука об управлении. Байесовский подход. М.: Мир, 1971. 304 с.
10. Арсеньев В. Н. Метод апостериорного оценивания показателей качества системы при ограниченном объеме информации // Изв. вузов СССР. Приборостроение. 1991. № 11. С. 16—22.
11. Арсеньев В. Н. Новые методы принятия решений при ограниченных экспериментальных данных. СПб: ВКА им. А. Ф. Можайского, 1999. 90 с.
12. Пугачев В. Н. Комбинированные методы определения вероятностных характеристик. М.: Сов. радио, 1973. 256 с.
13. Арсеньев В. Н. Метод оценивания характеристик рассеивания параметров состояния динамических систем // Изв. вузов. Приборостроение. 1989. № 5. С. 24—29.
14. Арсеньев В. Н. Оценивание характеристик систем управления по ограниченному числу натурных испытаний. М.: Рестарт, 2013. 126 с.
15. Арсеньев В. Н., Лабецкий П. В. Оценивание области рассеивания координат специального космического аппарата по результатам испытаний // Изв. вузов. Приборостроение. 2014. Т. 57, № 12. С. 9—15.

Сведения об авторах

- Август Анатольевич Ардашов** — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского
- Владимир Николаевич Арсеньев** — д-р техн. наук, профессор; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра бортовых информационных и измерительных комплексов;
E-mail: vladar56@mail.ru
- Сергей Борисович Силантьев** — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра автономных систем управления

Рекомендована кафедрой
бортовых информационных
и измерительных комплексов

Поступила в редакцию
01.06.15 г.

Ссылка для цитирования: Ардашов А. А., Арсеньев В. Н., Силантьев С. Б. Оценивание эффективности применения перспективных летательных аппаратов // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 10. С. 792—797.

ESTIMATION OF EFFICIENCY OF PERSPECTIVE AIRCRAFT EXPLOITATION

A. A. Ardashov, V. N. Arseniev, S. B. Silantev

A. F. Mozhaysky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia

E-mail: vladar56@mail.ru

The problem of estimation of efficiency of exploitation of perspective aircraft by a limited number of field tests is considered. Application of the method of experimental information priority is proposed to improve the quality of the estimates; the method allows to combine all available a priori and empirical data on characteristics of the studied samples. Analytical expressions for a posteriori estimates are derived. An example confirming efficiency of the developed approach to estimation of aircraft characteristics when it is impossible to carry out a complete test is presented.

Keywords: aircraft, efficiency of application, estimation, limited field tests.

Data on authors

- | | | |
|-----------------------------|---|---|
| Avgust A. Ardashov | — | PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy |
| Vladimir N. Arseniev | — | Dr. Sci., Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Onboard Information and Measuring Complexes;
E-mail: vladar56@mail.ru |
| Sergey B. Silantev | — | PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Independent Control Systems |

For citation: *Ardashov A. A., Arseniev V. N., Silantev S. B.* Estimation of efficiency of perspective aircraft exploitation // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroyeniye.* 2015. Vol. 58, N 10. P. 792—797 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-10-792-797