УДК 629.7.05
DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-1-45-49

ОЦЕНИВАНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ ДВУХ ОБЪЕКТОВ С УЧЕТОМ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИХ ДВИЖЕНИЯ

А. А. Ардашов[1], В. Н. Арсеньев[1], С. А. Нестеров[2],
Д. С. Силантьев[2], С. Б. Силантьев[1]

[1]*Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198, Санкт-Петербург, Россия,*
E-mail: silantev2008@yandex.ru
[2]*НИИ кораблестроения и вооружения ВМФ, Военно-морская академия, 197101, Санкт-Петербург, Россия*

Рассматривается задача оценивания точности определения параметров относительного движения двух летательных аппаратов при известных погрешностях измерения параметров движения каждого из них. На основе положений теории дифференциального исчисления разработана методика получения числовых значений характеристик точности расчета параметров относительного движения двух летательных аппаратов для участка дальнего наведения.

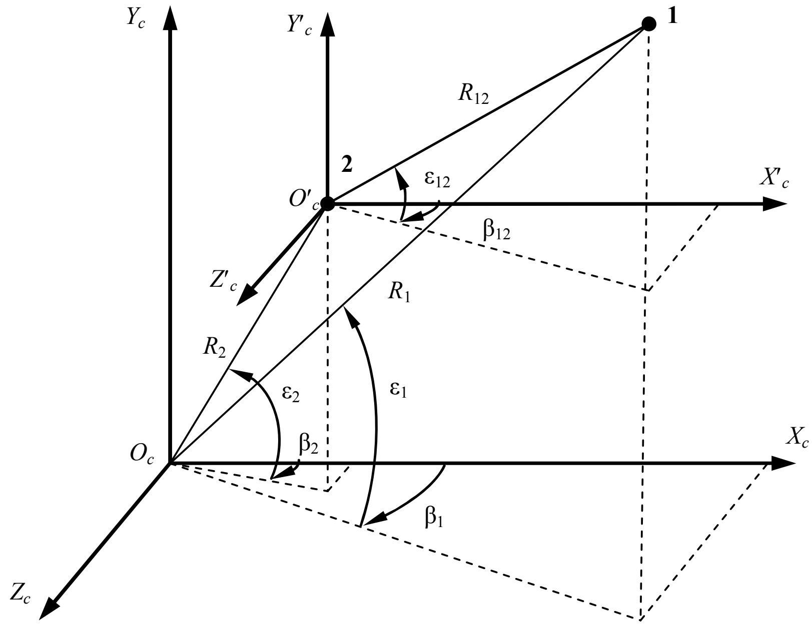
Ключевые слова: *дифференциал, летательный аппарат, наведение, объект, параметры движения, характеристики точности, управление, ошибки.*

При решении задач управления движением и навигации двух летательных аппаратов (ЛА) (например, в процессе их сближения или стыковки) в зависимости от величины относительной дальности рассматривают два характерных участка полета: участок дальнего наведения и участок ближнего наведения (самонаведения) [1]. На любом из этих участков необходимо знать как относительные параметры движения ЛА, так и погрешности определения этих параметров.

На участке ближнего наведения при небольших дальностях расположения ЛА могут использоваться головки самонаведения различных типов, которые непосредственно предоставляют информацию об относительных параметрах движения. При этом качество решения задач на участке ближнего наведения определяется начальными условиями полета на этом участке, которые формируются в процессе дальнего наведения.

На участке дальнего наведения относительные параметры движения определяются на основании информации о параметрах движения каждого ЛА в отдельности. Эта информация может быть получена различными способами, в частности с помощью станции сопровождения, например радиолокационной станции [2]. В процессе полета ЛА, сопровождаемого станцией, в системе координат (СК) $O_c X_c\, Y_c\, Z_c$, связанной со станцией, в общем случае может быть получена информация о шести параметрах его движения: азимуте (β), угле места (ε), наклонной дальности (R), скорости изменения азимута $(\dot\beta)$, скорости изменения угла места $(\dot\varepsilon)$ и скорости изменения наклонной дальности $(\dot R)$. При сопровождении двух объектов соответственно будет получена информация о параметрах движения как первого ЛА — $\beta_1, \varepsilon_1, R_1, \dot\beta_1, \dot\varepsilon_1, \dot R_1$, так и второго — $\beta_2, \varepsilon_2, R_2, \dot\beta_2, \dot\varepsilon_2, \dot R_2$ (см. рисунок). Значения этих параметров формируются с ошибками $d\beta_1, d\varepsilon_1, dR_1, d\dot\beta_1, d\dot\varepsilon_1, d\dot R_1$ и $d\beta_2, d\varepsilon_2, dR_2, d\dot\beta_2, d\dot\varepsilon_2, d\dot R_2$, которые считаются известными.

На основе имеющейся информации о параметрах движения каждого из ЛА и погрешностях измерения этих параметров требуется определить характеристики точности расчета параметров относительного движения двух ЛА (первого относительно второго) в системе координат $O_c' X_c'\, Y_c'\, Z_c'$, центр которой совпадает с центром масс второго ЛА, а оси параллельны осям СК $O_cX_c\ Y_c\ Z_c$. Определение указанных характеристик точности целесообразно проводить посредством оценивания погрешностей измерения $(d\beta_{12}, d\varepsilon_{12}, dR_{12}, d\dot{R}_{12})$ параметров относительного движения двух ЛА.



Для решения поставленной задачи определим параметры относительного движения двух ЛА: $\beta_{12}, \varepsilon_{12}, R_{12}, \dot{R}_{12}$. С этой целью рассчитаем декартовы координаты, а также скорости изменения этих координат для первого и второго ЛА в СК $O_cX_c\ Y_c\ Z_c$:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= R_1\cos\varepsilon_1\cos\beta_1; & x_2 &= R_2\cos\varepsilon_2\cos\beta_2;\\ y_1 &= R_1\sin\varepsilon_1; & y_2 &= R_2\sin\varepsilon_2;\\ z_1 &= R_1\cos\varepsilon_1\sin\beta_1; & z_2 &= R_2\cos\varepsilon_2\sin\beta_2; \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{R}_1\cos\varepsilon_1\cos\beta_1 - R_1\sin\varepsilon_1\cos\beta_1\cdot\dot{\varepsilon}_1 - R_1\cos\varepsilon_1\sin\beta_1\cdot\dot{\beta}_1;\\ \dot{y}_1 &= \dot{R}_1\sin\varepsilon_1 + R_1\cos\varepsilon_1\cdot\dot{\varepsilon}_1;\\ \dot{z}_1 &= \dot{R}_1\cos\varepsilon_1\sin\beta_1 - R_1\sin\varepsilon_1\sin\beta_1\cdot\dot{\varepsilon}_1 + R_1\cos\varepsilon_1\cos\beta_1\cdot\dot{\beta}_1; \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \dot{R}_2\cos\varepsilon_2\cos\beta_2 - R_2\sin\varepsilon_2\cos\beta_2\cdot\dot{\varepsilon}_2 - R_2\cos\varepsilon_2\sin\beta_2\cdot\dot{\beta}_2;\\ \dot{y}_2 &= \dot{R}_2\sin\varepsilon_2 + R_2\cos\varepsilon_2\cdot\dot{\varepsilon}_2;\\ \dot{z}_2 &= \dot{R}_2\cos\varepsilon_2\sin\beta_2 - R_2\sin\varepsilon_2\sin\beta_2\cdot\dot{\varepsilon}_2 + R_2\cos\varepsilon_2\cos\beta_2\cdot\dot{\beta}_2. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

В результате получим выражения для определения декартовых координат относительной дальности и их производных:

$$\left.\begin{aligned} x_{12} &= x_1 - x_2 = R_{12}\cos\varepsilon_{12}\cos\beta_{12}; & \dot{x}_{12} &= \dot{x}_1 - \dot{x}_2;\\ y_{12} &= y_1 - y_2 = R_{12}\sin\varepsilon_{12}; & \dot{y}_{12} &= \dot{y}_1 - \dot{y}_2;\\ z_{12} &= z_1 - z_2 = R_{12}\cos\varepsilon_{12}\sin\beta_{12}; & \dot{z}_{12} &= \dot{z}_1 - \dot{z}_2. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Используя выражения (1)—(4), определим относительную дальность

$$R_{12} = \sqrt{x_{12}^2 + y_{12}^2 + z_{12}^2}, \tag{5}$$

относительную скорость

$$V_{12} = \dot{R}_{12} = \frac{x_{12}\dot{x}_{12} + y_{12}\dot{y}_{12} + z_{12}\dot{z}_{12}}{R_{12}} \tag{6}$$

и углы визирования

$$\beta_{12} = \operatorname{arctg}\left(\frac{z_{12}}{x_{12}}\right), \quad \varepsilon_{12} = \arcsin\left(\frac{y_{12}}{R_{12}}\right). \tag{7}$$

Представим погрешности определения каждого из параметров относительного движения ЛА в виде полного дифференциала от функции многих переменных и найдем полные дифференциалы:

$$\left.\begin{aligned}
d\beta_{12} &= \frac{\partial\beta_{12}}{\partial x_{12}}dx_{12} + \frac{\partial\beta_{12}}{\partial y_{12}}dy_{12} + \frac{\partial\beta_{12}}{\partial z_{12}}dz_{12} = \frac{x_{12}^2}{x_{12}^2 + z_{12}^2}\left(\frac{1}{x_{12}}dz_{12} - \frac{z_{12}}{x_{12}^2}dx_{12}\right);\\
d\varepsilon_{12} &= \frac{\partial\varepsilon_{12}}{\partial x_{12}}dx_{12} + \frac{\partial\varepsilon_{12}}{\partial y_{12}}dy_{12} + \frac{\partial\varepsilon_{12}}{\partial z_{12}}dz_{12} = \frac{R_{12}}{\sqrt{R_{12}^2 - y_{12}^2}}\left(\frac{1}{R_{12}}dy_{12} - \frac{y_{12}}{R_{12}^2}dR_{12}\right);\\
dR_{12} &= \frac{\partial R_{12}}{\partial x_{12}}dx_{12} + \frac{\partial R_{12}}{\partial y_{12}}dy_{12} + \frac{\partial R_{12}}{\partial z_{12}}dz_{12} = \frac{x_{12}dx_{12} + y_{12}dy_{12} + z_{12}dz_{12}}{R_{12}};\\
dV_{12} &= \frac{\partial V_{12}}{\partial x_{12}}dx_{12} + \frac{\partial V_{12}}{\partial y_{12}}dy_{12} + \frac{\partial V_{12}}{\partial z_{12}}dz_{12} + \frac{\partial V_{12}}{\partial \dot{x}_{12}}d\dot{x}_{12} + \frac{\partial V_{12}}{\partial \dot{y}_{12}}d\dot{y}_{12} + \frac{\partial V_{12}}{\partial \dot{z}_{12}}d\dot{z}_{12} =\\
&= \frac{1}{R_{12}}(\dot{x}_{12}dx_{12} + \dot{y}_{12}dy_{12} + \dot{z}_{12}dz_{12} + x_{12}d\dot{x}_{12} + y_{12}d\dot{y}_{12} + z_{12}d\dot{z}_{12}) -\\
&- \frac{x_{12}\dot{x}_{12} + y_{12}\dot{y}_{12} + z_{12}\dot{z}_{12}}{R_{12}^2}dR_{12},
\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
dx_{12} &= dx_1 - dx_2; \quad d\dot{x}_{12} = d\dot{x}_1 - d\dot{x}_2;\\
dy_{12} &= dy_1 - dy_2; \quad d\dot{y}_{12} = d\dot{y}_1 - d\dot{y}_2;\\
dz_{12} &= dz_1 - dz_2; \quad d\dot{z}_{12} = d\dot{z}_1 - d\dot{z}_2,
\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

а $dx_1, d\dot{x}_1, dy_1, d\dot{y}_1, dz_1, d\dot{z}_1, dx_2, d\dot{x}_2, dy_2, d\dot{y}_2, dz_2, d\dot{z}_2$ — дифференциалы декартовых координат и дифференциалы скоростей изменения декартовых координат первого и второго ЛА соответственно, определяемые согласно следующим выражениям:

$$\left.\begin{aligned}
dx_i &= \cos\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot dR_i - R_i\sin\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot d\varepsilon_i - R_i\cos\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot d\beta_i;\\
dy_i &= \sin\varepsilon_i \cdot dR_i + R_i\cos\varepsilon_i \cdot d\varepsilon_i;\\
dz_i &= \cos\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot dR_i - R_i\sin\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot d\varepsilon_i + R_i\cos\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot d\beta_i;\\
d\dot{x}_i &= \cos\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot d\dot{R}_i - \dot{R}_i\sin\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot d\varepsilon_i - \dot{R}_i\cos\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot d\beta_i - \sin\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot \dot{\varepsilon}_i dR_i -\\
&- R_i\cos\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot \dot{\varepsilon}_i d\varepsilon_i + R_i\sin\varepsilon_i\sin\beta_1 \cdot \dot{\varepsilon}_i d\beta_i - R_i\sin\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot d\dot{\varepsilon}_i - \cos\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot \dot{\beta}_i dR_i +\\
&+ R_i\sin\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot \dot{\beta}_i d\varepsilon_i - R_i\cos\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot \dot{\beta}_i d\beta_i - R_i\cos\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot d\dot{\beta}_i;\\
d\dot{y}_i &= \dot{R}_i\cos\varepsilon_i \cdot d\varepsilon_i + \sin\varepsilon_i \cdot d\dot{R}_i + \cos\varepsilon_i \cdot \dot{\varepsilon}_i dR_i - R_i\sin\varepsilon_i \cdot \dot{\varepsilon}_i d\varepsilon_i + R_i\cos\varepsilon_i \cdot d\dot{\varepsilon}_i;\\
d\dot{z}_i &= \cos\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot d\dot{R}_i - \dot{R}_i\sin\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot d\varepsilon_i + \dot{R}_i\cos\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot d\beta_i - \sin\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot \dot{\varepsilon}_i dR_i -\\
&- R_i\cos\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot \dot{\varepsilon}_i d\varepsilon_i - R_i\sin\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot \dot{\varepsilon}_i d\beta_i - R_i\sin\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot d\dot{\varepsilon}_i +\\
&+ \cos\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot \dot{\beta}_i dR_i - R_i\sin\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot \dot{\beta} i_1 d\varepsilon_i - R_i\cos\varepsilon_i\sin\beta_i \cdot \dot{\beta}_i d\beta_i + R_i\cos\varepsilon_i\cos\beta_i \cdot d\dot{\beta}_i,
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

где $i = 1, 2$.

Предполагая, что входящие в уравнения дифференциалов (8) ошибки распределяются по нормальному закону и корреляция между ними отсутствует, можно оценить среднеквадратические значения ошибок определения параметров относительного движения двух ЛА, базируясь на положениях теории вероятностей о числовых характеристиках функции случайных величин [3, 4].

Таким образом, определение характеристик точности расчета параметров относительного движения двух летательных аппаратов для участка дальнего наведения можно представить в виде методики, которая состоит в реализации следующих действий.

1. Расчет декартовых координат $(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2)$, а также скоростей изменения этих координат $(\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, \dot{x}_2, \dot{y}_2, \dot{z}_2)$ для первого и второго ЛА в СК $O_c X_c\ Y_c\ Z_c$ в соответствии с выражениями (1)—(3).

2. Расчет декартовых координат относительной дальности (x_{12}, y_{12}, z_{12}) двух ЛА и их производных $(\dot{x}_{12}, \dot{y}_{12}, \dot{z}_{12})$ в СК $O_c' X_c'\ Y_c'\ Z_c'$ в соответствии с выражениями (4).

3. Расчет относительной дальности (R_{12}), относительной скорости (V_{12}) и углов визирования $(\beta_{12}, \varepsilon_{12})$ в соответствии с выражениями (5)—(7).

4. Расчет дифференциалов декартовых координат $(dx_1, dy_1, dz_1, dx_2, dy_2, dz_2)$ и дифференциалов скоростей изменения декартовых координат $(d\dot{x}_1, d\dot{y}_1, d\dot{z}_1, d\dot{x}_2, d\dot{y}_2, d\dot{z}_2)$ для первого и второго ЛА в соответствии с выражениями (10).

5. Расчет дифференциалов разностей декартовых координат $(dx_{12}, dy_{12}, dz_{12})$ первого и второго ЛА, а также дифференциалов разностей скоростей изменения декартовых координат $(d\dot{x}_{12}, d\dot{y}_{12}, d\dot{z}_{12})$ первого и второго ЛА в соответствии с выражениями (9).

6. Расчет погрешностей определения параметров относительного движения $(d\beta_{12}, d\varepsilon_{12}, dR_{12}, dV_{12})$ двух ЛА в соответствии с выражениями (8).

Пример. Рассмотрим в качестве примера следующий вариант. Значения параметров движения первого ЛА: $\beta_1 = 6°$, $\varepsilon_1 = 0{,}5°$, $R_1 = 150$ км, $\dot{\beta}_1 = 0{,}6$ °/с, $\dot{\varepsilon}_1 = 0{,}6$ °/с, $\dot{R}_1 = 250$ м/с. Значения параметров движения второго ЛА: $\beta_2 = 5°$, $\varepsilon_2 = 2°$, $R_2 = 120$ км, $\dot{\beta}_2 = 0{,}6$ °/с, $\dot{\varepsilon}_2 = 0{,}6$ °/с, $\dot{R}_2 = 500$ м/с. Ошибки сопровождения обоих ЛА одинаковы и составляют: $d\beta_1 = d\beta_2 = 11'$, $d\varepsilon_1 = d\varepsilon_2 = 7'$, $dR_1 = dR_2 = 10$ м, $d\dot{\beta}_1 = d\dot{\beta}_2 = 1$ ′/с, $d\dot{\varepsilon}_1 = d\dot{\varepsilon}_2 = 1$ ′/с, $d\dot{R}_1 = d\dot{R}_2 = 1$ м/с. В этом случае погрешности определения параметров относительного движения двух ЛА составят: $d\beta_{12} = 1{,}1°$; $d\varepsilon_{12} = 0{,}007°$; $dR_{12} = 5{,}1$ км, $d\dot{R}_{12} = 43$ м/с.

Предложенная методика может быть применена при разработке требований к системам самонаведения летательных аппаратов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Механика полета. Ч. 2. Системы управления космических аппаратов: Учебник / *В. В. Ефимов, В. И. Миронов, С. Б. Силантьев* и др.; Под ред. *В. В. Ефимова*. СПб: ВКА им. А. Ф. Можайского, 2010. 529 с.
2. *Астафьев Г. П., Шебшаевич В. С., Юрков Ю. А.* Радиотехнические средства навигации летательных аппаратов. М.: Сов. радио, 1962. 963 с.
3. *Вентцель Е. С., Овчаров Л. А.* Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1988. 480 с.
4. *Астапов Ю. М., Медведев В. С.* Статистическая теория систем автоматического регулирования и управления. М.: Наука, 1982. 304 с.

Сведения об авторах

Август Анатольевич Ардашов — канд. техн. наук; ВКА им. А. Ф. Можайского, отдел перспектив развития, применения и обоснования тактико-технических требований к автономным системам управления ракетно-космической техники;
E-mail: avgust.ar.@yandex.ru

Владимир Николаевич Арсеньев — д-р техн. наук, профессор; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра бортовых информационных и измерительных комплексов; E-mail: vladar56@mail.ru

Сергей Алексеевич Нестеров — канд. техн. наук, доцент; НИИ КВ ВМФ, Военно-морская академия, управление зенитных ракетных систем и комплексов; E-mail: nsaspb@inbox.ru

Денис Сергеевич Силантьев — НИИ КВ ВМФ, Военно-морская академия, отдел зенитных ракетных систем и комплексов кораблей; научный сотрудник; E-mail: denissila@mail.ru

Сергей Борисович Силантьев — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра автономных систем управления; E-mail: silantev2008@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
автономных систем управления
ВКА им. А. Ф. Можайского

Поступила в редакцию
01.06.15 г.

Ссылка для цитирования: *Ардашов А. А., Арсеньев В. Н., Нестеров С. А., Силантьев Д. С., Силантьев С. Б.* Оценивание относительного положения двух объектов с учетом погрешностей измерения параметров их движения // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 1. С. 45—49.

ESTIMATING RELATIVE POSITION OF TWO OBJECTS WITH THE ACCOUNT FOR ERRORS IN MEASURED PARAMETERS OF THEIR MOTION

A. A. Ardashov [1], V. N. Arseniev [1], S. A. Nesterov [2], D. S. Silantyev [2], S. B. Silantyev [1]

[1] *A. F. Mozhaysky Military Space Academy, 197198, St. Petersburg, Russia, E-mail: silantev2008@yandex.ru*

[2] *Research Institute of Shipbuilding and Arms, N. G. Kuznetsov Naval Academy, 197101, St. Petersburg, Russia*

The problem of estimation of the accuracy of determining relative motion parameters of two aircrafts on the base of information on the errors in the motion parameters of each of them is considered. Using the theory of differential calculus, a method is developed for derivation of numerical characteristics of accuracy of calculated parameters of relative motion of two aircraft on a plot of far guidance.

Keywords: differential, aircraft, guidance, object, movement parameters, accuracy characteristics, control, errors.

Data on authors

Avgust A. Ardashov — PhD; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Development Prospects, Application and Justification of Tactical and Technical Requirements for Autonomous Control Systems of Rocket and Space Technique; E-mail: avgust.ar.@yandex.ru

Vladimir N. Arseniev — Dr. Sci., Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of On-Board Information and Measurement Complexes; E-mail: vladar56@mail.ru

Sergey A. Nesterov — PhD, Associate Professor; Research Institute of Shipbuilding and Arms, N.G. Kuznetsov Naval Academy, Department of Anti-Aircraft Missile Systems and Complexes; E-mail: nsaspb@inbox.ru

Denis S. Silantyev — Research Institute of Shipbuilding and Arms, N.G. Kuznetsov Naval Academy, Department of Anti-Aircraft Missile Systems and Complexes; Scientist; E-mail: denissila@mail.ru

Sergey B. Silantyev — PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaysky Military Space Academy, Department of Autonomous Control Systems; E-mail: silantev2008@yandex.ru

For citation: *Ardashov A. A., Arseniev V. N., Nesterov S. A., Silantyev D. S., Silantyev S. B.* Estimating relative position of two objects with the account for errors in measured parameters of their motion // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie. 2016. Vol. 59, N 1. P. 45—49 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2016-59-1-45-49