
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 620.179:531.53
DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-8-793-796

БИФУРКАЦИОННАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

В. М. МУСАЛИМОВ

*Университет ИТМО, 197101, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: musvm@ya.ru*

Рассмотрен механизм сухого трения, основанный на использовании теории упругой устойчивости с ее удачной концепцией устойчивости и критической силы. Активно использовались методы теории катастроф для оценки закритического состояния элементов микроконтактов с последующей оценкой возможных перемещений и завершающим вычислением коэффициентов трения. Указано на целесообразность включения в качестве основных процессов бифуркационной составляющей трения.

Ключевые слова: *трение скольжения, упругая устойчивость, закритическое поведение*

Известно, что в этапы образования и прерывания микроконтакта различные авторы [1—5] включали следующие основные процессы: упругую деформацию поверхностей; пластическую деформацию поверхностей; пропахивание; срез адгезионных соединений.

Целью работы является качественное и количественное объяснение причины трения с точки зрения анализа бифуркационных процессов, связанных с потерей устойчивости отдельных элементов микроконтактов. Как и в классических работах, формально сопротивление скольжению выражается при помощи коэффициента трения. В качестве микроэлементов в представляемой работе выступают стержни, длина которых, в частности, может быть принята равной мере шероховатости R_a . Как увидим далее, эта величина в явном виде не использована при вычислении коэффициента трения — она учитывается только на этапе старта.

Предлагаемый подход дополняет возможности механики деформируемого твердого тела, используемой в трибологии.

Смоделируем отдельный элемент контакта как стержень длиной $R=R_a$, заделанный одним концом и сжатый продольной силой, приложенной к свободному концу. Сама продольная сила пусть будет результатом воздействия жесткой плиты на конец стержня. Это упрощение позволяет приближенно смоделировать процесс скольжения конца стержня по поверхности жесткой плиты при потере устойчивости стержня. Это тем более справедливо при наличии реакции, перпендикулярной оси стержня в момент потери устойчивости, когда криволинейная форма равновесия сжатого стержня имеет вид

$$w = \Delta \sin(\pi x / 2R), \quad (1)$$

где Δ — это, с одной стороны, амплитуда изгибной моды, с другой — возможное перемещение конца стержня по поверхности жесткой плиты. Сила трения скольжения может быть вычислена так

$$P_f = C\Delta, \quad (2)$$

где

$$C=3EJ/R^3 \text{ (м}^{-1}\text{)} \quad (3)$$

— коэффициент жесткости стержня [6].

Известно, что критическая сила в рассматриваемом случае выражается формулой [7—9]:

$$P_c = EJ (\pi/2R)^2. \quad (4)$$

Отношение сил — коэффициент трения скольжения — выражается в виде:

$$f = P_f/P_c = (\Delta/2R)(4/\pi^2) = 3 (4/\pi^2) (\Delta/R), \quad (5)$$

Δ/R — возможное относительное перемещение конца сжатого стержня при потере устойчивости.

Основной задачей является определение величины Δ/R . Решить ее можно, исследуя за- критическое поведение стержня [8, 9]. Состояние стержня определяется минимумом потенциальной энергии деформируемой системы. А для того чтобы описать состояние стержня при $P > P_c$, т.е. после потери устойчивости, необходимо рассмотреть в соответствующей потенциальной функции члены выше второй степени по переменной состояния Δ [8]:

$$V(\Delta; P) = 2R/4(\pi/2R)^2(P_c - P) \Delta^2 + 3P^2R/2^6(\pi/2R)^4 \Delta^4 + \dots, \quad (6)$$

откуда после решения задачи на экстремум следует

$$(\Delta/2R)^2 = 8/3\pi^2(1 - P_c/P). \quad (7)$$

Константу $8/3\pi^2$ назовем коэффициентом относительного возможного перемещения. Качественное изменение $(\Delta/2R)^2$ формируется только значениями функции ветвления $\Psi = (1 - P_c/P)$, представленного на рис. 1 для двух точек ветвления (бифуркационных точек) $P_c = 1$ (1) и $P_c = 10$ (2).

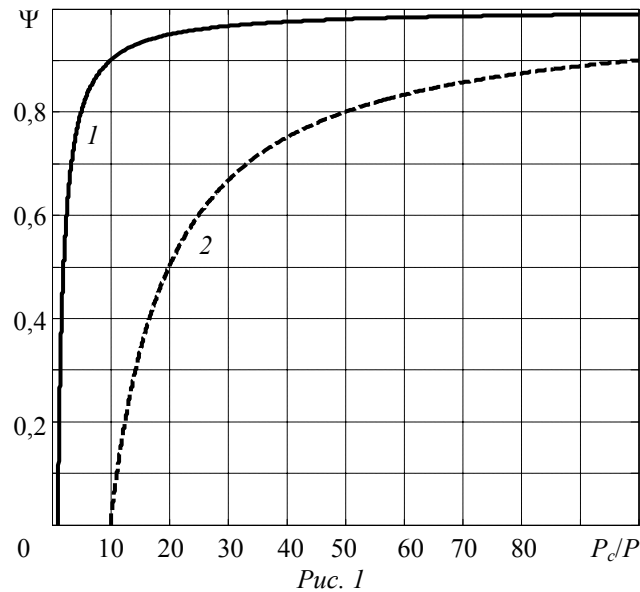


Рис. 1

Видно, что предельным значением является единица. Здесь для меньших значений критических сил характерен скачкообразный переход к значению Ψ , близкому к единице.

Оценим теперь коэффициент трения с учетом того, что $(\Delta/2R)^2 = 8/3\pi^2$ (принято $\Psi = 1$):

$$f = P_f/P_c = (\Delta/2R)(4/\pi^2) \approx 0,21. \quad (8)$$

Так как $0 \leq \Psi < 1$, то и значения бифуркационного коэффициента трения изменяются в пределах $0 < f < 0,21$.

В целях уточнения значения коэффициента трения введем потенциальную функцию с учетом несовершенств микроконтакта [8]:

$$V = \epsilon s + K_1(P_c - P_s)s^2 + K_2P_s s^4, \quad (9)$$

($K_1 = 2R/4(\pi/2R)^2$; $K_2 = 2R^3/2^6(\pi/2R)^4$), линейный член определяет уровень начального дефекта, который задает отличный от нуля изгиб и позволяет оценивать чувствительность безопасной нагрузки к несовершенству. Здесь для учета несовершенств использовано другое обозначение

переменной состояния: s вместо Δ ($0 < s < \Delta$). Собственно задачей является нахождение функции чувствительности как функции $(\Delta/2R)$.

Из равенства нулю градиента потенциальной функции получаем:

$$\varepsilon + k_1(P_c - P_s)s + k_2P_s s^3 = 0,$$

откуда следует

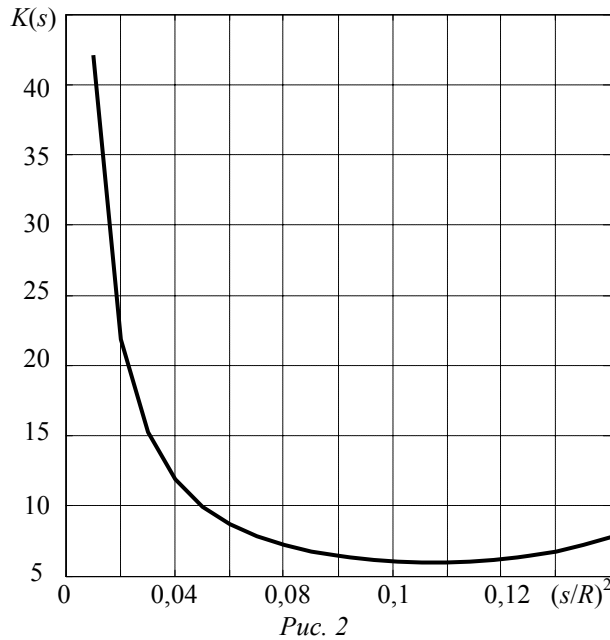
$$P_s = k_1P_c / (k_1 - k_2s^2) + \varepsilon / [s(k_1 - k_2s^2)],$$

и с учетом обозначений

$$k_1 = 2R/2(\pi/2R)^2; \quad k_2 = 2R^3/2^4(\pi/2R)^4; \quad K_b = 8/3\pi^2 = \text{const}; \quad K^* = 1/K_b$$

получаем функцию чувствительности (рис. 2)

$$K(s) = 1/[s(k_1 - k_2s^2)] = (2/\pi^2) / \{(s/2R)[1 - K^*(s/2R)^2]\}. \quad (11)$$



Критической точкой этой кривой является значение $(s/2R)^2 = 0,14$, откуда $s/2R = 0,37$. Расчет коэффициента трения (6) дает $f = 0,11$ (для сравнения приведем значения деформационной составляющей коэффициента трения $f = 0,05$ и адгезионной составляющей $f = 0,2$ [1]).

Аналогично моделируется контакт двух выступов, где целесообразнее перейти к жесткости спиральной пружины (Н·м) [10]:

$$C_s = EJ\pi^2/4R. \quad (12)$$

Следует отметить, что переход к неконсервативной постановке задачи приводит к восьмикратному увеличению критической силы [11, 12].

Исходя из результатов можно сделать следующие выводы:

- 1) бифуркационный коэффициент трения снижается с повышением критической силы;
- 2) коэффициент относительного возможного перемещения является фундаментальным параметром для оценки закритического состояния стержня при потере устойчивости;
- 3) оценки бифуркационного коэффициента трения указывают на необходимость его учета как составляющей интегральной макроскопической силы трения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чихос Х. Системный анализ в трибонике. М.: Мир, 1982. 352 с.
2. Демкин Н. Б. Многоуровневые модели фрикционного контакта // Трение и износ. 2000. Т. 21, № 2. С. 115—120.
3. Крагельский И. В. и др. Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.

4. Крагельский И. В. Трение, изнашивание и смазка: Справочник. М.: Машиностроение. Кн.1. 1978. 400 с.
5. Мусалимов В. М., Валетов В. А. Динамика фрикционного взаимодействия. ЛИТМО, 2006. 130 с.
6. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: Машиностроение, 1976. 320 с.
7. Соппротивление материалов / Под ред. Г. С. Писаренко. Киев: Вища шк., 1986. 775 с.
8. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. Кн.1. М.: Мир, 1984. 350 с.
9. Томсон Дж. М. Т. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике. М.: Мир, 1985. 254 с.
10. Безухов Н. И., Лужин О. В., Колкунов Н. В. Устойчивость и динамика в примерах и задачах. М.: Высш. шк., 1987. 264 с.
11. Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М.: Физматгиз, 1961. 339 с.
12. Мусалимов В. М., Эпштейн С. М. Неконсервативная задача об устойчивости сопряженных преднапряженных стержней и ее приложения // Исследования по строительным конструкциям и строительной механике. Томск: Изд-во ТГУ, 1987. С. 108—114.

Сведения об авторе

Виктор Михайлович Мусалимов — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; кафедра мехатроники; E-mail: musvm@ya.ru

Рекомендована кафедрой
мехатроники

Поступила в редакцию
08.11.16 г.

Ссылка для цитирования: Мусалимов В. М. Бифуркационная составляющая трения скольжения // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60, № 8. С. 793—796.

BIFURCATION COMPONENT OF SLIDING FRICTION

V. M. Musalimov

ITMO University, 197101, St. Petersburg, Russia
E-mail: musvm@ya.ru

The mechanism of dry friction is analyzed on the base of the theory of elastic stability with its successful concept of stability and critical force. Methods of the catastrophe theory are used actively to assess supercritical state of the elements of the microconstrictions with subsequent estimating the possible displacements, and the final computation of coefficients of friction. It is noted that bifurcation component of friction is desirable to be included in the list of core processes of macroscopic friction.

Keywords: sliding friction, elastic stability, упругая устойчивость, supercritical behavior

Data on author

Viktor M. Musalimov — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Department of Mechatronics;
E-mail: musvm@ya.ru

For citation: Musalimov V. M. Bifurcation component of sliding friction. *Journal of Instrument Engineering*. 2017. Vol. 60, N 8. P. 793—796 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2017-60-8-793-796