
ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

УДК 539.3–681.586
DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-8-626-637

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЬЕЗОГЕНЕРАТОРОВ

Ю. В. ЗАГАШВИЛИ, В. Г. РУДЕНКО

ООО „СИЛИЦИУМ“, 192029, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: sales@silicium.su

Рассматриваются динамические модели пьезогенераторов (ПГ) на основе тонких однослойных пьезоэлементов (ПЭ). С использованием эквивалентной электрической схемы ПГ получены дифференциальные уравнения и найдены передаточные функции, связывающие входную переменную (усилие, приложенное к поверхности ПЭ) с выходными (напряжением и током нагрузочного конденсатора). Проведены аналитические исследования установившихся и переходных процессов в ПГ при типовых входных усилиях (импульсных, скачкообразных, гармонических). Показано, что достаточным условием устойчивой пьезогенерации, заключающейся в непрерывном заряде нагрузочного конденсатора, является ненулевое ускорение изменения усилия на входе ПГ. Рассмотрено влияние параметров ПГ — эквивалентных значений сопротивления, емкости и индуктивности ПЭ, сопротивления проводников и диодов выпрямителя, емкости нагрузочного конденсатора, сопротивления нагрузки — на переходные процессы. Приведены данные аналитических расчетов и экспериментальных исследований процессов пьезогенерации в ПГ с однослойным дисковым ПЭ в различных режимах. Результаты исследований предназначены для проектирования ПГ с известным спектром входных усилий.

***Ключевые слова:** динамические характеристики пьезогенератора, дисковый пьезоэлемент, устойчивая пьезогенерация, эквивалентная электрическая схема пьезогенератора, передаточные функции пьезогенератора*

Введение. Пьезогенерация (piezo energy harvesting) в последние два десятилетия является одним из наиболее актуальных в мире прикладных направлений исследований в области возобновляемой (неуглеводородной) энергетики [1—13]. Это обусловлено, во-первых, огромным количеством объектов-носителей — источников механических движений, которые можно преобразовать в усилие на входе пьезогенератора (ПГ); во-вторых, простотой сопряжения ПГ с объектами-носителями и потребителями электрической энергии, вырабатываемой ПГ; в-третьих, промышленным производством дешевых высококачественных пьезоматериалов и пьезоэлементов, что позволяет проектировать разнообразные конструкции ПГ, адаптированные под конкретные условия функционирования с учетом характера и спектра нагружающих воздействий, диапазона рабочих температур, требований к массогабаритным характеристикам, дизайну и др. [1—13].

Основными недостатками пьезогенерации являются невысокая — менее $1,0 \text{ мВт/см}^3$ — плотность извлекаемой энергии, а также низкий КПД и малая мощность. КПД известных конструкций ПГ вследствие механических и электрических потерь не достигает 10 %, а их максимальная мощность не превышает единиц ватт [2, 4—8, 11—13]. В частности, челове-

ская деятельность позволяет обеспечить: набор текста на ноутбуке ~ 1 мВт, движения рук ~ 10 мВт, движения воздуха при выдохе ~ 100 мВт, ходьба ~ 1 Вт [4—7]. Отмеченные особенности ограничивают область применения пьезогенерации объектами с низким уровнем энергопотребления [4—13], однако прогресс электроники обуславливает ее высокую перспективность для автономного энергоснабжения микро- и нанoeлектромеханических устройств, беспроводных систем передачи информации [2—13].

Для повышения эффективности преобразования механической энергии, передающейся ПГ от объекта-носителя, в электрическую энергию, в частности электрического согласования ПГ с полезной нагрузкой, настройки резонанса амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) ПГ на область максимума спектральной плотности мощности механических колебаний объекта-носителя и др., необходимо знание динамических моделей ПГ. Многочисленные работы посвящены различным аспектам анализа динамических характеристик ПГ и пьезопреобразователей [2—5, 14—21]. Наибольшее распространение получили аналитические методы частотного (модального) анализа и методы численного моделирования в пакетах ANSYS, ACELAN, FlexPDE, COMSOL Multiphysics и др. [2, 3, 15—17]. В качестве объектов исследования в указанных работах преимущественно рассматривались конструкции ПГ в виде кантeливеров с биморфными пьезоэлементами (ПЭ), тогда как исследованию ПГ на основе тонких дисковых и пластинчатых ПЭ уделялось недостаточное внимание [14—16].

В настоящей статье анализируются динамические характеристики ПГ на основе тонких однослойных ПЭ. Получены передаточные функции, связывающие выходные сигналы пьезогенератора (генерируемые ток и напряжение) с входным воздействием — усилием, приложенным к поверхности ПЭ; рассмотрены временные характеристики ПГ; представлены результаты аналитических и экспериментальных исследований.

Идентификация пьезогенератора. При анализе математических моделей пьезопреобразователей широко применяют предложенные Г. Ольсоном динамические аналогии и основанные на их использовании электрические и механические эквивалентные схемы замещения Мэзона, Баттерворта—ван Дайка (BVD) и др. [1—3, 14—17, 20—22].

Рассмотрим эквивалентную электрическую схему BVD-пьезогенератора, представленную на рис. 1 (C — статическая емкость ПЭ; r — сопротивление между электродами ПЭ; L — эквивалентная последовательная индуктивность ПЭ; R_{Π} — суммарное сопротивление, описывающее электрические потери ПГ и включающее эквивалентное последовательное сопротивление ПЭ, сопротивления проводов и диодов мостового выпрямителя; $R_{\text{н}}$ — сопротивление нагрузки ПГ; $C_{\text{н}}$ — нагрузочный конденсатор; $I_{\text{пз}}$ — ток, генерируемый ПЭ; $I_{\text{н}}$ — ток на выходе выпрямителя; $F(t)$ — вектор усилия, приложенного к поверхности ПЭ).

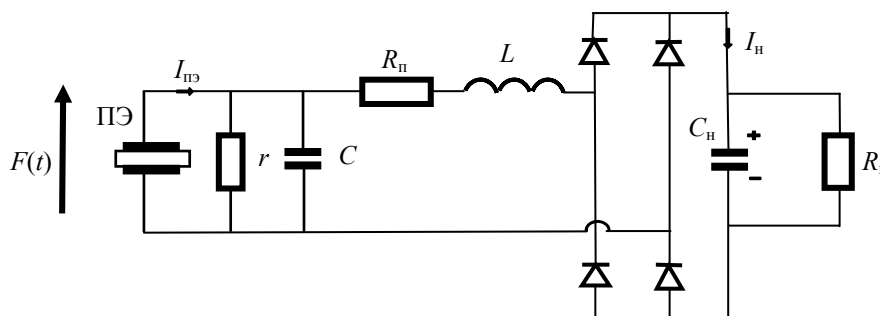


Рис. 1

При анализе эквивалентной схемы примем следующие допущения:

1) исследуем простейшую конструкцию ПГ, включающую однослойный дисковый или пластинчатый ПЭ, мостовой диодный выпрямитель, нагрузочный конденсатор и полезную нагрузку;

2) упругие деформации механических элементов конструкции ПГ при передаче усилия от объекта-носителя к ПЭ не учитываем;

3) ПЭ имеет традиционную пространственную энергосиловую структуру, в которой векторы поляризации, усилия на входе ПГ и напряженности электрического поля выходного сигнала параллельны, а вектор усилия перпендикулярен плоскости ПЭ [3, 18]. Эффекты деформации изгиба и сдвига не учитываем;

4) рассматриваем ПЭ как источник заряда (тока), динамические свойства которого представлены на эквивалентной схеме параллельной rC цепочкой и последовательным резонансным $R_{\Pi}LC_{\Pi}$ контуром (одномодовая модель) [3, 17, 19];

5) сопротивление нагрузки принимаем активным;

6) параметры эквивалентной схемы замещения считаем сосредоточенными и не зависящими от амплитуды и частоты колебаний усилия на входе ПЭ;

7) влияние геометрии электродов ПЭ не рассматриваем;

8) ток утечки нагрузочного конденсатора не учитываем.

При сделанных допущениях система линейных дифференциальных уравнений, описывающая эквивалентную схему без учета нелинейной модели выпрямителя, имеет следующий вид:

$$I_{\Pi\Omega}(t) = k_1(dQ(t)/dt) = k_2(dF(t)/dt),$$

где Q — заряд, генерируемый ПЭ; k_1, k_2 — коэффициенты пропорциональности, зависящие от характеристик пьезоматериала, геометрических размеров и формы ПЭ, способов расположения электродов (пространственной энергосиловой структуры ПЭ) и их размеров [1—3, 19];

$$I_{\Pi\Omega}(t) = I_r(t) + I_c(t) + I_H(t),$$

где I_r, I_c — токи утечки ПЭ; электрические напряжения во внутреннем контуре эквивалентной схемы

$$U_c(t) = \int I_c(t) dt / C, \quad U_r(t) = rI_r(t), \quad U_r(t) - U_c(t) = 0;$$

баланс напряжений во внешнем контуре эквивалентной схемы

$$-U_r(t) + I_H(t)R_{\Pi} + LdI_H(t)/dt + \int I_H(t) dt / C_{\Pi} = 0.$$

Обозначив оператор Лапласа через s и применив к системе преобразование Лапласа [24], при нулевых начальных условиях запишем:

$$I_{\Pi\Omega}(s) = k_2sF(s), \quad I_{\Pi\Omega}(s) = I_c(s) + I_r(s) + I_H(s), \quad U_c(s) = I_c(s)/(sC), \quad U_r(s) = I_r(s)r, \quad U_r(s) - U_c(s) = 0,$$

$$-U_r(s) + I_H(s)R_{\Pi} + LsI_H(s) + I_H(s)/(sC_{\Pi}) = 0.$$

Преобразовав полученную систему алгебраических уравнений, найдем

$$A(s)I_H(s) = k_3s^2F(s), \quad k_3 = k_2rC_{\Pi}, \quad (1)$$

$$A(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3, \quad (2)$$

$$a_0 = 1 + (r + R_{\Pi})/R_{\Pi}, \quad a_1 = rC + R_{\Pi}C_{\Pi} + rC_{\Pi} + (L + rCR_{\Pi})/R_{\Pi}, \quad a_2 = rCR_{\Pi}C_{\Pi} + LC_{\Pi} + rCL/R_{\Pi}, \quad a_3 = rCLC_{\Pi}.$$

Из (1) определим передаточные функции пьезогенератора:

$$W_1(s) = I_H(s)/F(s) = k_3s^2/A(s), \quad (3)$$

$$W_2(s) = U_{\text{вых}}(s)/F(s) = k_4s/A(s), \quad (4)$$

где $k_4 = k_3/C_{\Pi}$.

Анализ установившихся процессов. Рассмотрим реакции ПГ на типовые усилия, приложенные к поверхности ПЭ, без учета нелинейной модели выпрямителя. Применив к (3), (4) обратное преобразование Лапласа [24], найдем:

— при импульсной нагрузке $F(t)=\delta(t)$, где $\delta(t)$ — дельта-функция, $F(s)=1$, имеем:

$$I_H(t)=L^{-1}\{W_1(s)F(s)\}=L^{-1}\{W_1(s)\}=L^{-1}\{k_3s^2/A(s)\}, \quad (5)$$

$$U_{\text{ВЫХ}}(t)=L^{-1}\{W_2(s)F(s)\}=L^{-1}\{W_2(s)\}=L^{-1}\{k_4s/A(s)\}; \quad (6)$$

— при скачке нагрузки $F(t)=1$ и $F(s)=1/s$:

$$I_H(t)=L^{-1}\{k_3s/A(s)\}, \quad (7)$$

$$U_{\text{ВЫХ}}(t)=L^{-1}\{k_4/A(s)\}; \quad (8)$$

— в режиме постоянной скорости изменения входного усилия $F(t)=t$ и $F(s)=1/s^2$:

$$I_H(t)=L^{-1}\{k_3/A(s)\}, \quad (9)$$

$$U_{\text{ВЫХ}}(t)=L^{-1}\{k_4/[sA(s)]\}; \quad (10)$$

— в режиме постоянного ускорения изменения усилия на входе ПГ $F(t)=t^2$ и $F(s)=1/s^3$:

$$I_H(t)=L^{-1}\{k_3/[sA(s)]\}, \quad (11)$$

$$U_{\text{ВЫХ}}(t)=L^{-1}\{k_4/[s^2A(s)]\}, \quad (12)$$

на основании теоремы операционного исчисления о конечном значении [24] определим установившиеся значения выходных сигналов ПГ: при импульсном и скачкообразном воздействиях из формул (5)—(8) найдем $I_H(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s I_H(s) = 0$, $U_{\text{ВЫХ}}(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s U_{\text{ВЫХ}}(s) = 0$; в режиме постоянной скорости из формул (9), (10) следует $I_H(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s I_H(s) = 0$, $U_{\text{ВЫХ}}(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s U_{\text{ВЫХ}}(s) = k_4$; в режиме постоянного ускорения из (11), (12) получим $I_H(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s I_H(s) = k_3$, $U_{\text{ВЫХ}}(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s U_{\text{ВЫХ}}(s) = k_4 t$.

Таким образом, воздействие кратковременной импульсной или скачкообразной нагрузки на ПЭ не обеспечивает гарантированного заряда нагрузочного конденсатора. В режиме постоянной скорости изменения усилия на выходе ПГ устанавливается постоянное значение напряжения, пропорциональное этой скорости и обратно пропорциональное C_H . В режиме постоянного ускорения изменения усилия установившееся значение тока нагрузки постоянно и пропорционально ускорению, а выходное напряжение ПГ возрастает пропорционально ускорению и длительности воздействия, оно обратно пропорционально C_H .

Анализ переходных процессов. Динамика ПГ без учета модели выпрямителя упрощенно описывается линейными дифференциальными уравнениями третьего порядка, поэтому аналитическое исследование переходных процессов в общем виде затруднительно. Однако при свойственных для практики соотношениях $r \gg R_H$ и $C_H \gg C$ характеристический многочлен (2) можно представить в виде произведения элементарных множителей. Так, в режиме холостого хода, т.е. при $R_H = \infty$ (открытая цепь заряда нагрузочного конденсатора ПГ), коэффициенты (2) принимают значения $a_0 \approx 1$, $a_1 \approx rC_H$, $a_2 \approx rCR_H C_H + LC_H$, $a_3 = rCLC_H$ и характеристический многочлен имеет вид

$$A(s) \approx (1+T_2s)(1+2\zeta T_1s+T_1^2s^2), \quad (13)$$

где $T_2 = rC_H$, $T_1 = \sqrt{CL}$, $\zeta = (L+rCR_H)/(2r\sqrt{CL}) \approx CR_H/(2\sqrt{CL})$.

В случае подключения нагрузки к ПГ при $r \gg R_H$ приближенное разложение характеристического многочлена (2) принимает вид:

$$A(s) \approx a_0(1+T_2s)(1+2\zeta T_1s+T_1^2s^2), \quad (14)$$

где $a_0 \approx 1+r/R_H$, $T_2 \approx R_H C_H$, а остальные параметры в (13) и (14) совпадают.

Реакцию ПГ на типовые усилия, приложенные к поверхности ПЭ, можно рассчитать, применяя обратное преобразование Лапласа к выражениям (5)—(12). В качестве примера определим выходное напряжение ПГ в режиме скачка усилия. Подставив в (6) $F(s)=F_0/s$, с учетом (13), (14) найдем переходную функцию ПГ при нулевых начальных условиях [24, с. 129]:

$$U_{\text{вых}}(t)=L^{-1}\{F_0k_4/[(1+T_2s)(1+2\zeta T_1s+T_1^2s^2)]\}\approx k_5(C_1e^{-\gamma t}\sin(\lambda t+\theta)+C_2e^{-\alpha t}), \quad (15)$$

$$\alpha = 1/T_2; \gamma = \zeta/T_1; \lambda = \sqrt{1-\zeta^2}/T_1; C_1 = -1/[\lambda T_1\sqrt{T_1^2(1-2\gamma T_2)+T_2^2}] \approx -1/(\lambda T_1 T_2);$$

$C_2 = T_2/[T_1^2(1-2\gamma T_2)+T_2^2] \approx 1/T_2; \theta = -\arctg[\lambda T_2/(1-\gamma T_2)];$ коэффициенты передачи $k_5 \approx F_0 k_2 r$ при $r \ll R_n$, $k_5 \approx F_0 k_2 R_n$ при $r \gg R_n$.

Пусть в конструкции ПГ используется типовой дисковый ПЭ толщиной 0,220 мм и диаметром 12 мм с параметрами [25]: $r \approx 5 \cdot 10^6$ Ом, $C \approx 1,2 \cdot 10^{-8}$ Ф, $k_2 \approx 2 \cdot 10^{-7}$ А·с/Н, частотой резонанса $f_{\text{пэ}} = 5,8$ кГц и соответствующей ей индуктивностью $L \approx 6,27 \cdot 10^{-2}$ Гн. Параметры ПГ: $C_n = 0,2 \cdot 10^{-6}$ Ф, $R_n = 1,0$ Ом — без выпрямителя, 500 Ом — с выпрямителем. Условия $r \gg R_n$, $C_n \gg C$ соблюдаются, коэффициенты (15) для $F_0 = 1$ Н представлены в таблице.

Коэффициенты переходной функции ПГ

Параметр	$R_n = 1,0$ Ом		$R_n = 500,0$ Ом	
	$R_n = \infty$	$R_n = 1,0$ МОм	$R = \infty$	$R_n = 1,0$ МОм
$T_1, \text{с}$	$2,743 \cdot 10^{-5}$	$2,743 \cdot 10^{-5}$	$2,743 \cdot 10^{-5}$	$2,743 \cdot 10^{-5}$
$T_2, \text{с}$	1,0	0,2	1,0	0,2
ζ	$4,47 \cdot 10^{-4}$	$4,47 \cdot 10^{-4}$	0,110	0,110
$\alpha, \text{с}^{-1}$	1,0	5,0	1,0	5,0
$\gamma, \text{с}^{-1}$	16,3	16,3	4010	4010
$\lambda, \text{с}^{-1}$	$3,646 \cdot 10^4$	$3,646 \cdot 10^4$	$3,624 \cdot 10^4$	$3,624 \cdot 10^4$
$C_1, \text{с}^{-1}$	-1,000	-5,000	-1,006	-5,030
$C_2, \text{с}^{-1}$	1,000	5,000	1,000	5,000
$\theta, \text{рад}$	1,570	1,570	1,461	1,461
$k_5, \text{В·с}$	1,0	0,2	1,0	0,2

Анализ выражений (13)—(15) и приведенного примера позволяет оценить влияние параметров ПГ на его динамические характеристики при типовых входных усилиях, производная которых не меняет знак, что позволяет не учитывать нелинейную модель выпрямителя. Так, емкость C_n „сглаживает“ высокочастотные пульсации напряжения, определяет величину доминирующей постоянной времени T_2 и длительность переходных процессов, включая время заряда ПГ до требуемого напряжения, она обратно пропорциональна комплексному коэффициенту передачи ПГ в области низких частот, а следовательно, уменьшает чувствительность ПГ. Эквивалентное сопротивление R_n , основной вклад в которое вносят сопротивления диодов выпрямителя, аналогично влиянию вязкого трения в механических системах и определяет диссипацию электрической энергии, его увеличение приводит к возрастанию коэффициента демпфирования ζ . Индуктивность L и емкость C влияют на постоянную времени T_1 высокочастотных колебаний напряжения ПГ и коэффициент демпфирования ζ . Уменьшение сопротивления нагрузки R_n снижает статический коэффициент передачи (чувствительность) ПГ и увеличивает амплитуду аperiodического компонента C_2 переходных процессов. При малых сопротивлениях нагрузки возникают характерные для пьезоэлектрики проблемы согласования электронных схем, оказывающие существенное влияние на статические, динамические и энергетические характеристики ПГ [8, 9, 13—16, 20—23]. Поэтому для повышения эффективности ПГ применяют управляемые каскады накопления и преобразования электрической энергии, в простейших случаях используют открытую схему заряда C_n с подключением полезной нагрузки после достижения конденсатором заданного напряжения [2, 7, 8, 13—16, 20—23].

Однако в большинстве практических приложений на ПГ действуют полигармонические воздействия, определяемые спектральным составом вибраций объекта-носителя, поэтому для корректного определения реакций ПГ необходимо учитывать нелинейную модель выпрямителя. Качественное влияние выпрямителя поясняет рис. 2, на котором упрощенно отображен k -й цикл процесса заряда нагрузочного конденсатора от источника тока $I_{пз}(t)$, формируемого гармоническим усилием, приложенным на ПЭ $F(t)=F_0\sin(\omega_0t)$ с частотой ω_0 , значительно меньшей резонансной частоты ПЭ (рис. 2, а, t_π — время полупериода синусоиды).

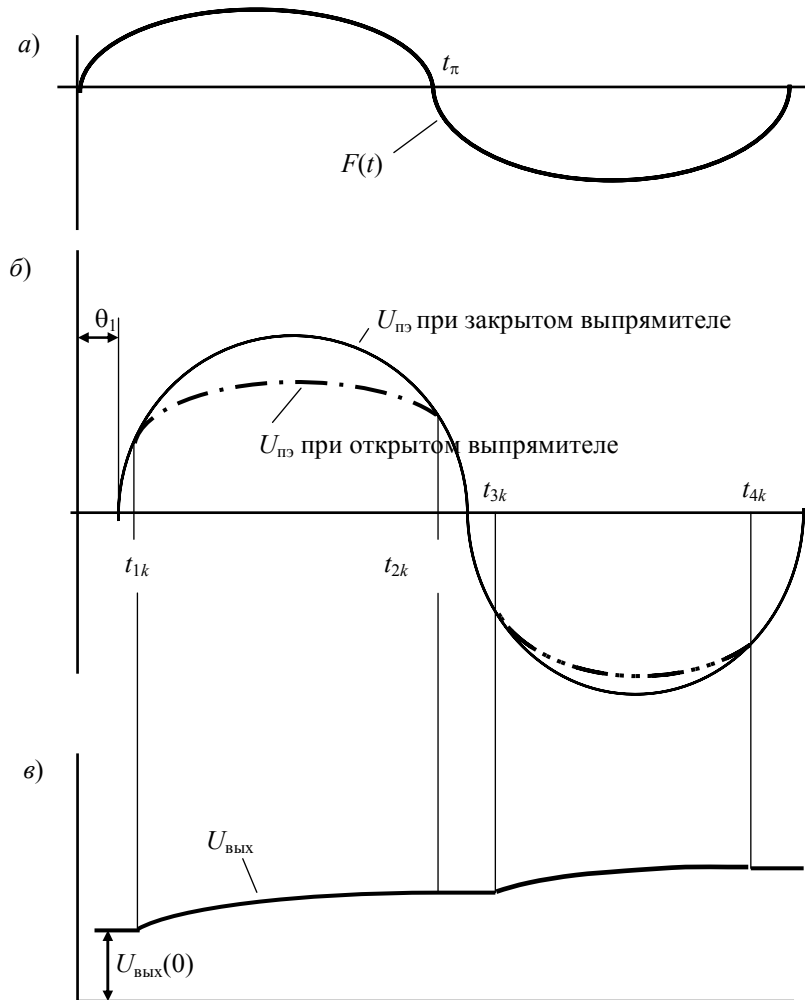


Рис. 2

В начальный период времени при закрытом выпрямителе происходит заряд емкости пьезоэлемента C током $I_{пз}(t)$. График напряжения на выходе ПЭ $U_{пз}(t)$ при закрытом выпрямителе представлен сплошной кривой на рис. 2, б. Аналитическое выражение для него можно получить путем применения обратного преобразования Лапласа к изображению $U_{пз}(s)$, найденному из приведенной ранее системы уравнений ПГ, по формуле [26, с. 142]:

$$U_{пз}(t)=L^{-1}\{rI_{пз}(s)/(1+T_3s)\}=L^{-1}\{rk_2sF(s)/(1+T_3s)\}\approx k_6\sin(\omega_0t-\theta_1),$$

где $\theta_1=\arctg(\omega_0T_3)$, $T_3=rC$, $k_6=\omega_0rk_2F_0/\sqrt{1+(\omega_0T_3)^2}$. В момент времени t_{1k} при достижении $U_{пз}(t_{1k})=2U_d+U_{ввых}(0)$, где U_d — падение напряжения на диоде выпрямителя и $U_{ввых}(0)$ — напряжение на нагрузочном конденсаторе после $(k-1)$ -го цикла, открывается мостовой выпрямитель и начинается процесс заряда C_n током $I_n(t)$ с увеличением выходного напряжения ПГ $U_{ввых}(t)$ (рис. 2, в). При этом часть тока $I_{пз}(t)$ продолжает протекать в цепочке rC , формируя изменение напряжения на ПЭ по гармоническому закону (пунктир на рис. 2, б), но с меньшей, в сравнении с начальным этапом, амплитудой и иным фазовым сдвигом. В момент времени

t_{2k} напряжение ПЭ достигает уровня $U_{пэ}(t_{2k})=2U_{д}+U_{вых}(t_{2k})$ и выпрямитель закрывается, после чего завершается процесс разряда емкости ПЭ, и далее во втором полупериоде цикла начинается процесс ее перезаряда. Когда в момент времени t_{3k} напряжение ПЭ достигает $|U_{пэ}(t_{3k})|=2U_{д}+U_{вых}(t_{2k})$ ($U_{пэ}(t_{2k})=|U_{пэ}(t_{3k})|$, поскольку утечками нагрузочного конденсатора пренебрегаем), открывается вторая пара диодов мостового выпрямителя и начинается процесс заряда $C_{н}$, который продолжается до момента времени t_{4k} , такого что $|U_{пэ}(t_{4k})|=2U_{д}+U_{вых}(t_{4k})$. Циклы заряда $C_{н}$ повторяются, различаясь тем, что при увеличении номера цикла k характерные моменты времени t_{ik} ($i=1-4$) смещаются к серединам полуволн напряжения $U_{пэ}(t)$, вследствие чего интервалы заряда $C_{н}$ укорачиваются. В результате выходное напряжение ПГ монотонно возрастает, достигая в некоторый момент времени $T_{зар}$ предельного значения $U_{вых}^{max}$, при котором мостовой выпрямитель закрыт в течение всего цикла.

Величина $U_{вых}^{max}$ зависит от многих факторов: амплитуды и частоты моногармонического усилия на входе ПГ, параметров r , C , $C_{н}$, вольт-амперной характеристики диодов; определяющее влияние оказывает коэффициент k_2 , зависящий от геометрических размеров и формы ПЭ, способов расположения электродов и прежде всего — от характеристик пьезоматериала, в особенности от значений пьезомодулей и коэффициента электромеханической связи [1, 2, 7, 13, 16, 22]. Приближенная оценка $U_{вых}^{max} \approx k_6 - 2U_{д} = \omega_0 r k_2 F_0 / \sqrt{1 + (\omega_0 T_3)^2} - 2U_{д}$, и для рассмотренного примера при $F_0=1,0$ Н, $\omega_0=10$ с⁻¹ составляет $U_{вых}^{max} \approx 6,4$ В. Время заряда пьезогенератора $T_{зар}$ зависит от аналогичных факторов, ее оценка при полигармонических входных усилиях может быть найдена в результате численных расчетов.

Экспериментальные исследования. На рис. 3 приведен стенд для испытаний ПГ в режимах скачка и меандра усилия на входе. Под действием роликов вращающегося барабана пьезомодуль [26], включающий дисковый ПЭ в пластиковом конверте, испытывает усилие на входе, описываемое выражением $F(t) \approx F_0 \cdot 1(t+nT) - F_0 \cdot 1[(t-\tau)(1+nT)]$, где $n=0,1,2,\dots$, $F_0 \approx 0,5-50$ Н, $T=0,1-1,0$ с, $\tau=0,005-0,05$ с.

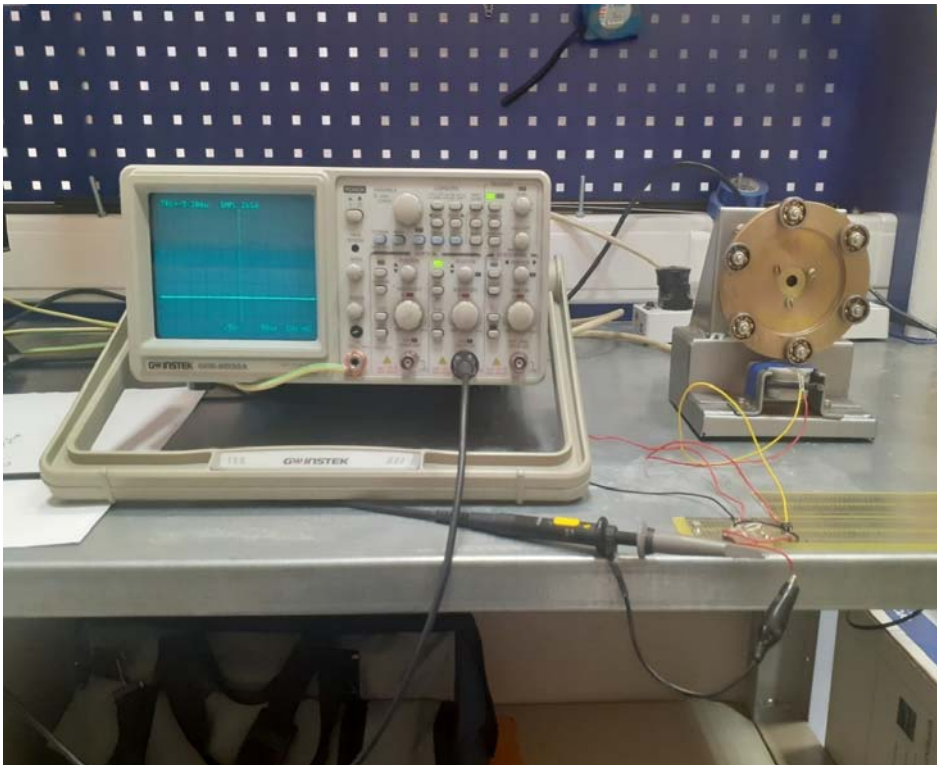


Рис. 3

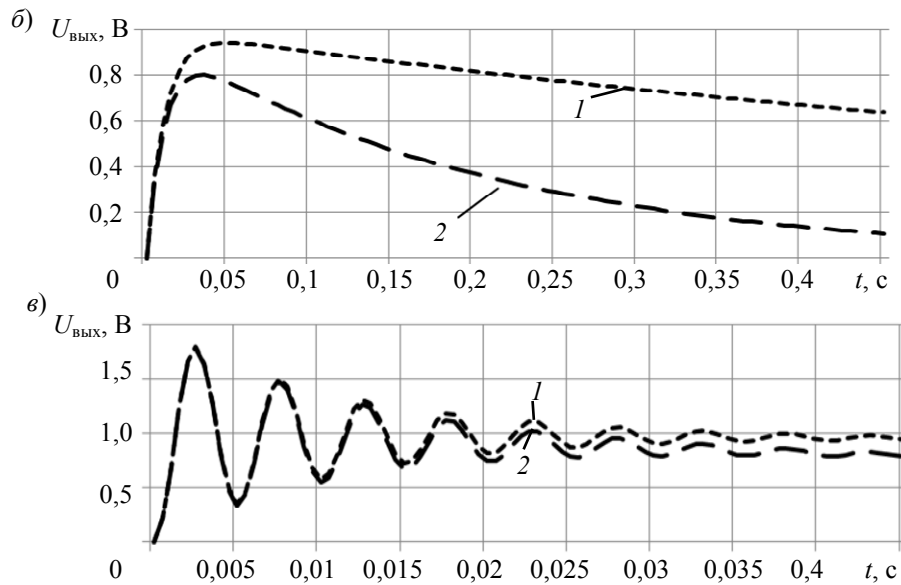
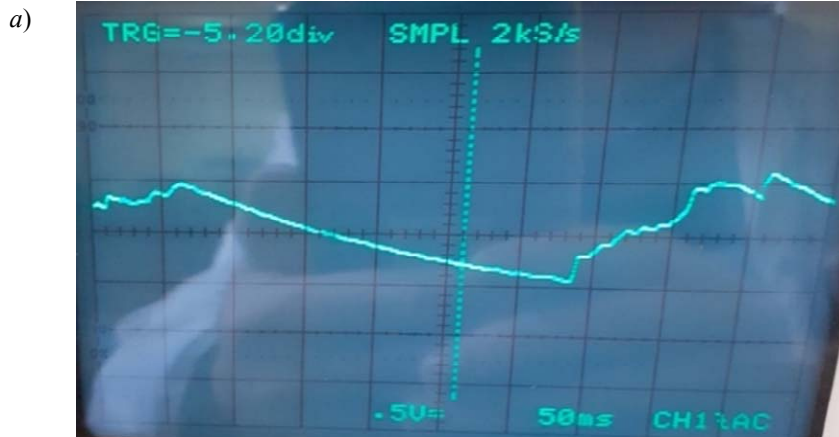


Рис. 4

На рис. 4 приведены графики изменения напряжения ПГ в режиме скачка усилия, приложенного к поверхности ПЭ $F(t) \approx 1,0 \cdot 1(t)$ Н: экспериментальная осциллограмма — на рис. 4, а (выводы нагрузочного конденсатора подключены к клеммам осциллографа с $R_{\text{н}}=1,0$ МОм), графики расчетов рассмотренного примера — на рис. 4, б, в, где кривая 1 соответствует режиму холостого хода ПГ, 2 — режиму нагрузки с подключенным осциллографом. Сравнение расчетов с экспериментом свидетельствует об адекватности разработанной динамической модели ПГ. Затянутость начального этапа переходного процесса на осциллограмме в сравнении с рис. 4, в, по-видимому, обусловлена неучтенной динамикой процесса передачи механического усилия на пьезомодуль, а также отличием фактического усилия ролика барабана на ПЭ от идеального скачка. Кроме того, невысокая разрешающая способность осциллографа не позволяет наблюдать отображенные на рис. 4, в интенсивные слабодемпфированные высокочастотные колебания в течение 0,05 с начальной фазы переходного процесса. Большая длительность расчетного переходного процесса обусловлена использованием линейной модели ПГ, не учитывающей влияние зоны нечувствительности выпрямителя, обусловленной значительным падением напряжения на диодах мостовой схемы.

Отметим также описанные в работе [27] экспериментальные исследования процесса пьезогенерации в ПГ с дисковым ПЭ (без мостового выпрямителя) в типовых режимах нагружения — импульсного и постоянной скорости с различными скоростями изменения входного усилия. Приведенные в статье данные измерений напряжений на нагрузочном конденса-

торе ПГ в переходных и установившихся режимах полностью подтверждают выводы настоящей работы.

Заключение. На основе эквивалентной электрической схемы ПГ разработана математическая модель, позволяющая исследовать динамические процессы пьезогенерации при различных видах механической нагрузки на однослойные ПЭ пластинчатого типа. Определены передаточные функции ПГ, связывающие напряжение и ток в нагрузочном конденсаторе с усилием, приложенным к поверхности ПЭ. Линейный анализ установившихся процессов при типовых режимах нагружения ПЭ подтвердил известные практические результаты, а именно: при импульсных и скачкообразных усилиях установившиеся значения тока и напряжения ПГ равны нулю; при постоянной скорости изменения усилия установившийся ток равен нулю, а напряжение постоянно и пропорционально усилию. Проведен качественный анализ нелинейной модели ПГ при гармоническом усилии, приложенном к поверхности ПЭ, и получено выражение для предельно достижимого напряжения ПГ.

Результаты аналитических исследований позволили систематизировать требования к усилиям, приложенным к поверхности ПЭ, для обеспечения устойчивой пьезогенерации: *необходимым* тривиальным условием устойчивой пьезогенерации является регулярность механических воздействий на ПЭ от объекта-носителя; *достаточным* — ненулевое ускорение изменения усилия $|d^2F(t)/dt^2| > 0$; амплитуда воздействий должна обеспечивать превышение порога чувствительности ПГ.

Анализ переходных процессов в ПГ также подтвердил известные практические результаты. Наибольшее влияние оказывает емкость нагрузочного конденсатора C_n , увеличение которой сглаживает пульсации выходного напряжения, но удлиняет переходные процессы и время заряда ПГ, снижает чувствительность ПГ (уменьшает модуль АЧХ в области низких частот). Увеличение R_n приводит к возрастанию коэффициента демпфирования и электрических потерь в ПГ. Уменьшение сопротивления нагрузки R_n снижает модуль АЧХ ПГ в области низких частот и обуславливает необходимость согласования ПГ с полезной нагрузкой для увеличения КПД ПГ.

Авторы благодарят инженера В. И. Владимирову за выполненные эксперименты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуков С. Н. Пьезоэлектрическая керамика: принципы и применение. Минск: ФУАинформ, 2003. 112 с.
2. Erturk A., Inman D. J. Piezoelectric energy harvesting. John Wiley & Sons, 2011. 402 p.
3. Шаранов В. М., Мусиенко М. П., Шаранова Е. В. Пьезоэлектрические датчики. М.: Техносфера, 2006. 632 с.
4. Beeby S. B., Tudor M. J., White N. M. Energy harvesting vibration sources for microsystems applications // Meas. Sci. Technol. 2006. Vol. 17. P. 175—195. DOI:10.1088/0957-0233/17/12/R01.
5. Cook-Chennault K. A., Thambi N., Sastry A. M. Powering MEMS portable devices – a review of non-regenerative and regenerative power supply systems with special emphasis on piezoelectric energy harvesting systems // Smart Mater. Struct. 2008. Vol. 17. 33 p. DOI:10.1088/0964-1726/17/4/043001.
6. Swee Leong Kok. Energy Harvesting Technologies: Thick-Film Piezoelectric Microgenerator. P. 191—214. <https://www.intechopen.com/doi:10.5772/25547>.
7. Calio R., Rongala U. B., Camboni D., Milazzo M., Stefanini C., Gianluca de Petris G., Oddo C. M. Piezoelectric Energy Harvesting Solutions // Sensors. 2014. Vol. 14. P. 4755—4790. DOI:10.3390/s140304755.
8. Уитакер М., Бочарников И. Energy harvesting. Новый этап в развитии автономных устройств // Компоненты и технологии. 2010. № 8. С. 146—149.
9. Гриценко А., Никифоров В., Щеголева Т. Состояние и перспективы развития пьезоэлектрических генераторов // Компоненты и технологии. 2012. № 9. С. 63—67.
10. Головин В. А., Каплунов И. А., Малышкина О. В. и др. Физические основы, методы исследования и практическое применение пьезоматериалов. М.: Техносфера, 2016. 272 с.

11. *Uchino K.* The Development of Piezoelectric Materials and the New Perspective. *Advanced Piezoelectric Materials*. 2017. P. 1—92. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-08-102135-4.00001-1>.
12. *Min-Gyu Kang, Woo-Suk Jung, Chong-Yun Kang, Seok-Jin Yoon.* Recent Progress on PZT Based Piezoelectric Energy Harvesting Technologies // *Actuators*. 2016. Vol. 5, N 5. 17 P. DOI:10.3390/act5010005.
13. *Huicong Liu, Junwen Zhong, Chengkuo Lee, Seung-Wuk Lee, Liwei Lin.* A comprehensive review on piezoelectric energy harvesting technology: Materials, mechanisms, and applications // *Applied Physics Reviews*. 2018. Vol. 5. P. 041306. DOI: 10.1063/1.5074184.
14. *Kaur N., Bhalla S.* Feasibility of energy harvesting from thin piezo patches via axial strain actuation mode // *J. of Civil Struct Health Monitoring*. 2014. N 4. P. 1—15. <https://doi.org/10.1007/s13349-013-0048-1>.
15. *Aghakhani A., Basdogan I., Erturk A.* Multiple piezo-patch energy harvesters integrated to a thin plate with AC-DC conversion: Analytical modeling and numerical validation // *Smart Materials and Nondestructive Evaluation for Energy Systems*. 2016. Proc. of SPIE. Vol. 9806. 12 p. DOI: 10.1117/12.2219079.
16. *Bayik B., Aghakhani A., Basdogan I., Erturk A.* Equivalent circuit modeling of a piezo-patch energy harvester on a thin plate with AC–DC conversion // *Smart Mater. Struct.* 2016. Vol. 25. 10 p. DOI: 10.1088/0964-1726/25/5/055015.
17. *Юрлов М. А., Ошмарин Д. А., Севодина Н. В., Юрлова Н. А.* Решение задачи о собственных колебаниях электроупругих тел с внешними электрическими цепями на основе их электрического аналога // *Вестн. ПНИПУ. Механика*. 2018. № 4. С. 266—277.
18. *Земляков В. Л.* Исследование параметров пьезоэлементов при импульсном воздействии. Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2009. 36 с.
19. *Шарапов В., Сотула Ж.* Пьезокерамические преобразователи. Новые технологии проектирования // *Электроника*. 2012. № 5. С. 96—102.
20. *Pang S., Li W., Kan J.* Optimization analysis of interface circuits in piezoelectric energy harvesting systems // *J. of Power Technologies*. 2016. Vol. 96, N 1. P. 1—7.
21. *Chen Y. Y., Vasic D.* Electrical interfacing circuit discussion of galloping-based piezoelectric energy harvester // *Physics Procedia*. 2015. Vol. 70. P. 1017—1021.
22. *Ramadass Y. K., Chandrakasan A. P.* An efficient piezoelectric energy harvesting interface circuit using a bias-flip rectifier and shared inductor // *IEEE J. of Solid-State Circuits*. 2010. Vol. 45, N 1. P. 189—204.
23. *Wang F., Wu W., Soroush M., Amin Abedini A.* Energy Harvesting with a Piezoelectric Thunder // *J. of Applied Nonl. Dynamics*. 2016. Vol. 5, N 4. P. 423—439.
24. *Макаров И. М., Менский Б. М.* Линейные автоматические системы. М.: Машиностроение, 1977. 464 с.
25. *Загашвили Ю. В., Руденко В. Г.* Идентификация сопротивления пьезоэлементов // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2021. Т. 64, № 3. С. 213—218.
26. Пат. РФ 185168. Пьезомодуль / Ю. В. Загашвили, В. В. Белоконь, В. Г. Руденко, В. В. Шалимов. Опубл. 23.11.2018. Бюл. 33.
27. *Abdal-Kadhim A. M., Kok Swee Leong, Kok-Tee Lau.* Impact based piezoelectric energy harvesting: effect of single step's force and velocity // *J. of Telecommunication, Electronic and Comp. Engineering*. 2016. Vol. 8, N 5. P. 125—129.

Сведения об авторах

Юрий Владимирович Загашвили

— д-р техн. наук, профессор; ООО „СИЛИЦИУМ“; директор по развитию; E-mail: y.zagashvili@yandex.ru

Виталий Геннадьевич Руденко

— магистр экономики; ООО „СИЛИЦИУМ“; генеральный директор; E-mail: rvg@silicium.ru

Поступила в редакцию
17.03.2021 г.

Ссылка для цитирования: Загашвили Ю. В., Руденко В. Г. Динамические характеристики пьезогенераторов // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2021. Т. 64, № 8. С. 626—637.

DYNAMIC CHARACTERISTICS OF PIEZOELECTRIC HARVESTERS

Yu. V. Zagashvili, V. G. Rudenko

SILICIUM LLC, 192029, St. Petersburg, Russia

E-mail: sales@silicium.su

Dynamic models of piezo energy harvesters (PEH) based on thin single-layer piezoelectric elements (PE) are considered. Using an equivalent circuitry of the piezoelectric harvester, differential equations are obtained and the transfer functions of the PEH, which relate the input variable (the load force on the PE) to the output variables (the voltage and current of the load capacitor), are found. Analytical studies of steady-state and transient processes in PEH under typical loading forces (pulsed, stepped, harmonic) are carried out. It is shown that a sufficient condition for stable piezoelectric energy harvesting, which consists in a continuous charge of the load capacitor, is a non-zero acceleration of the load force on the PE. The influence of the parameters PEH – equivalent values of resistance, capacitance and inductance of PE, resistance of conductors and diodes of the rectifier, capacitance of the load capacitor, load resistance – on transient processes is considered. The estimate of the maximum achievable PEH power at a monoharmonic load force on the PE is obtained. The data of analytical calculations and experimental studies of the piezoelectric energy harvesting in PG with a single-layer disk PE in the load force jump and meander modes are presented. The results of the research are intended for the design of PEH with a known range of loading forces.

Keywords: dynamic characteristics of piezo energy harvesters, piezoelectric disk, stable piezoelectric energy harvesting, equivalent electric circuitry of the piezoelectric harvester, transfer functions of the piezoelectric harvester

REFERENCES

1. Zhukov S.N. *P'yezoelektricheskaya keramika: printsipy i primeneniye* (Piezoelectric Ceramics: Principles and Applications), Minsk, 2003, 112 p. (in Russ.)
2. Erturk A., Inman D.J. *Piezoelectric energy harvesting*, John Wiley & Sons, 2011, 402 p.
3. Sharapov V.M., Musienko M.P., Sharapova E.V. *P'yezoelektricheskkiye datchiki* (Piezoelectric Sensors), Moscow, 2006, 632 p. (in Russ.)
4. Beeby S.B., Tudor M.J., White N.M. *Meas. Sci. Technol.*, 2006, vol. 17, pp. 175–195, DOI:10.1088/0957-0233/17/12/R01.
5. Cook-Chennault K.A., Thambi N., Sastry A.M. *Smart Mater. Struct.*, 2008, vol. 17, DOI:10.1088/0964-1726/17/4/043001.
6. Swee Leong Kok, *Energy Harvesting Technologies: Thick-Film Piezoelectric Microgenerator*, pp. 191–214, <https://www.intechopen.com/doi/10.5772/25547>.
7. Calio R., Rongala U.B., Camboni D., Milazzo M., Stefanini C., Gianluca de Petris G., Oddo C.M. *Sensors*, 2014, vol. 14, pp. 4755–4790, DOI:10.3390/s140304755.
8. Whitaker M., Bocharnikov I. *Komponenty i tekhnologii*, 2010, no. 8, pp. 146–149. (in Russ.)
9. Gritsenko A., Nikiforov V., Shchegoleva T. *Komponenty i tekhnologii*, 2012, no. 9, pp. 63–67. (in Russ.)
10. Golovnin V.A., Kaplunov I.A., Malyskhina O.V. et al. *Fizicheskiye osnovy, metody issledovaniya i prakticheskoye primeneniye p'yezomaterialov* (Physical Foundations, Research Methods and Practical Application of Piezo Materials), Moscow, 2016, 272 p. (in Russ.)
11. Uchino K. *The Development of Piezoelectric Materials and the New Perspective. Advanced Piezoelectric Materials*, 2017, pp. 1–92, <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-08-102135-4.00001-1>.
12. Min-Gyu Kang, Woo-Suk Jung, Chong-Yun Kang, Seok-Jin Yoon, *Actuators*, 2016, no. 5(5), DOI:10.3390/act5010005.
13. Huicong Liu, Junwen Zhong, Chengkuo Lee, Seung-Wuk Lee, Liwei Lin, *Applied Physics Reviews*, 2018, no. 5, pp. 041306, DOI: 10.1063/1.5074184.
14. Kaur N., Bhalla S. *Journal of Civil Struct. Health Monitoring*, 2014, no. 4, pp. 1–15, <https://doi.org/10.1007/s13349-013-0048-1>.
15. Aghakhani A., Basdogan I., Erturk A. *Smart Materials and Nondestructive Evaluation for Energy Systems*, 2016, Proc. of SPIE, vol. 9806, DOI: 10.1117/12.2219079.
16. Bayik B., Aghakhani A., Basdogan I., Erturk A. *Smart Mater. Struct.*, 2016, vol. 25, DOI: 10.1088/0964-1726/25/5/055015.
17. Yurlov M.A., Oshmarin D.A., Sevodina N.V., Yurlova N.A. *Vestnik PNIPU. Mekhanika*, 2018, no. 4, pp. 266–277. (in Russ.)
18. Zemlyakov V.L. *Issledovaniye parametrov p'yezoelementov pri impul'snom vozdeystvii* (Investigation of the Parameters of Piezoelectric Elements under Impulse Action), Rostov-on-Don, 2009, 36 p. (in Russ.)
19. Sharapov V., Sotula J. *Electronics*, 2012, no. 5, pp. 96–102. (in Russ.)
20. Pang S., Li W., Kan J. *Journal of Power Technologies*, 2016, no. 1(96), pp. 1–7.
21. Chen Y.Y., Vasic D. *Physics Procedia*, 2015, vol. 70, pp. 1017–1021.
22. Ramadass Y.K., Chandrakasan A.P. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 2010, no. 1(45), pp. 189–204.

23. Wang F., Wu W., Soroush M., Amin Abedini A. *Journ. of Applied Nonl. Dynamics*, 2016, no. 4(5), pp. 423–439.
24. Makarov I.M., Menskiy B.M. *Lineynyye avtomaticheskiye sistemy* (Linear Automatic Systems), Moscow, 1977, 464 p. (in Russ.)
25. Zagashvili Yu.V., Rudenko V.G. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 3(64), pp. 213–218. (in Russ.)
26. Patent RU 185168 U1, H01H 13/705, *P'yezomodul'* (Piezomodule), Yu.V. Zagashvili, V.V. Belokon, V.G. Rudenko, V.V. Shalimov, Patent application no. 2018117971, Priority 2018.05.15. Published 2018.11.23. (in Russ.)
27. Ali Mohammed Abdal-Kadhim, Kok Swee Leong, Kok-Tee Lau, *Journal of Telecommunication, Electronic and Comp. Engineering*, 2016, no. 5(8), pp. 125–129.

Data on authors**Yuriy V. Zagashvili**— Dr. Sci., Professor; SILICIUM LLC; Director of Development;
E-mail: y.zagashvili@yandex.ru**Vitaliy G. Rudenko**— Master of Economics; SILICIUM LLC; General Manager;
E-mail: rvg@silicium.ru

For citation: Zagashvili Yu. V., Rudenko V. G. Dynamic characteristics of piezoelectric harvesters. *Journal of Instrument Engineering*. 2021. Vol. 64, N 8. P. 626–637 (in Russian).

DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-8-626-637