

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОЧЕГО МЕСТА ПОВЕРКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ
КАК НЕСТАЦИОНАРНАЯ СИСТЕМА ОБСЛУЖИВАНИЯ

Д. С. ЕРШОВ^{1,3*}, Р. З. ХАЙРУЛЛИН^{2,3}

¹Московский политехнический университет, Москва, Россия

²Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

³Главный научный метрологический центр, Мытищи, Россия

*
ershov.metrolog@mail.ru

Аннотация. Представлена модель рабочего места поверки средств измерений как нестационарной системы обслуживания с относительными приоритетами поступающего потока заявок. Модель основывается на построении многомерного графа и соответствующей системы уравнений Чепмена—Колмогорова. Модель позволяет выявить и на качественном уровне объяснить основные закономерности и технологические параметры функционирования рабочего места. Представленную модель возможно использовать для расчета пропускной способности поступающих на поверку средств измерений, функционирующих в условиях изменяющейся рабочей нагрузки на определенном временном интервале. Также модель возможно применять для обоснования технических требований при проектировании рабочих мест, которые предполагается использовать в условиях изменяющейся рабочей нагрузки.

Ключевые слова: математическое моделирование, нестационарная система обслуживания, поверка, средство измерений, приоритетность обслуживания

Ссылка для цитирования: Ершов Д. С., Хайруллин Р. З. Математическая модель рабочего места поверки средств измерений как нестационарная система обслуживания // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 10. С. 701—711. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-10-701-711.

MATHEMATICAL MODEL OF THE WORKPLACE
OF MEASURING INSTRUMENTS VERIFICATION AS A NON-STATIONARY SERVICE SYSTEM

D. S. Ershov^{1,3*}, R. Z. Khayrullin^{2,3}

¹Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia

²Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

³Main Scientific Metrological Center, Mytishi, Russia

*
ershov.metrolog@mail.ru

Abstract. A model of the workplace for measuring instruments verification as a non-stationary service system with relative priorities of the incoming flow of applications is presented. The model is based on a multidimensional graph construction and corresponding system of Chapman—Kolmogorov equations. The model makes it possible to identify and explain the main patterns and technological parameters of workplace functioning at a qualitative level. The presented model can be used to calculate the throughput of incoming measuring instruments operating under conditions of varying workload over a certain time interval. It is also possible to use the model to substantiate technical requirements when designing workplaces that are supposed to be used in conditions of changing workload.

Keywords: mathematical modelling, non-stationary service system, verification, measuring instrument, service priority

For citation: Ershov D. S., Khayrullin R. Z. Mathematical model of the workplace of measuring instruments verification as a non-stationary service system. *Journal of Instrument Engineering*. 2022. Vol. 65, N 10. P. 701—711 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-10-701-711.

Введение. В настоящее время в исследованиях различных проблем, задач и актуальных вопросов обеспечения единства измерений (ОЕИ) широко применяются методы математического моделирования. Вместе с тем большинство авторов в качестве инструмента моделирования используют теорию массового обслуживания (ТМО), достаточно широко применяют марковские и полумарковские модели для решения задач оценки и повышения эффективности процессов, функционирования различных систем и средств ОЕИ [1—8]. В этих работах авторы, применяя ТМО для моделирования, предполагают наличие такого режима функционирования системы, при котором коэффициент загрузки принимает значение ≤ 1 . Режим справедлив, когда средняя интенсивность поступления заявок ниже интенсивности их обслуживания.

Например, в работе [3] представлены результаты стохастического Р-бифуркационного анализа класса нелинейных марковских скачкообразных систем при комбинированных гармонических и случайных возбуждениях.

Пример использования метода регенеративных точек на основе полумарковской модели представлен в работе [4]. Рассмотрены два случая: с техническим обслуживанием основного блока и без него.

Система массового обслуживания с оптимальной политикой обработки приоритетных заявок рассмотрена в работе [7]. Обслуживается именно та заявка, которая системе приносит наилучший эффект (наибольший выигрыш) от ее обслуживания.

В работе [8] представлен подход к моделированию отказов и восстановлению серверов как системы массового обслуживания типа М/М/2, на вход которой поступает простейший поток событий, при этом имеются два канала обслуживания, один из которых доступен постоянно, а второй — с некоторыми перерывами.

Однако при моделировании процесса функционирования рабочего места (РМ) поверки средств измерений (СИ) в метрологическом подразделении наибольший практический интерес вызывают модели ТМО, позволяющие оценивать эффективность функционирования РМ в условиях перегрузки на некотором заранее заданном интервале времени — модели нестационарных систем обслуживания (НСО).

Основы теории НСО широко представлены в работах [9, 10]. В монографии [11] рассмотрены одноканальные и многоканальные НСО, описаны подходы к разработке динамических моделей НСО, а также приведены примеры некоторых элементарных моделей НСО.

В работе [12] представлены подходы к моделированию НСО с фиксированным количеством, поступающим на обслуживание в систему заявок на заранее заданных временных интервалах, с учетом некоторых предположений о законах распределения значений интенсивности поступления и обслуживания заявок.

В основу модели одноканальной НСО [13] положено преобразование Лапласа, также в этой работе представлен способ реализации принципа вероятностного баланса при составлении системы уравнений, описывающих состояния НСО.

Систематизации, а также анализу различных моделей НСО с конечными заявками, методам их расчета и правилам построения вероятностных и временных характеристик посвящена статья [14].

Программная реализация моделей НСО и анализ проблемных вопросов рассмотрены в [15].

Модели ТМО, которые относятся к классическим, не позволяют в случае совместных плановых и приоритетных поверок моделировать процесс функционирования РМ поверки СИ. Также возникновение пиковых нагрузок на рассматриваемом временном интервале указывает, что в данном случае требуется применение моделей НСО.

Таким образом, потребность в решении задач анализа, прогнозирования и оценки эффективности РМ поверки СИ в условиях реальных рабочих нагрузок, с одной стороны, и ограниченные теоретические возможности существующих методов и подходов к моделированию на основе классических моделей ТМО, с другой стороны, создают противоречие.

Постановка задачи. РМ поверки СИ, как правило, функционирует в плановом режиме на основании годовых, месячных, недельных планов. Однако на РМ зачастую поступают СИ, которые необходимо поверить в оперативном порядке, отодвинув плановые работы. Будем считать, что известно число образцов СИ, поступающих за определенный интервал времени для плановых и приоритетных поверок (при этом заявки второго типа имеют приоритет в обслуживании по отношению к плановым). РМ поверки СИ представим в виде одноканальной системы массового обслуживания с приоритетностью в обслуживании заявок и без потерь последних.

Приоритетные СИ поверяются в первую очередь, но при этом уже начатая поверка плановых СИ не прерывается. Предполагается, что используется экспоненциальный закон распределения поступления на поверку и самой поверки для каждой группы (типа) СИ, обладающих разной интенсивностью.

С целью определения наиболее важных характеристик функционирования РМ поверки СИ (таких как среднее время поверки всех или некоторых плановых и приоритетных СИ, вероятность срыва выполнения поверочных работ на РМ в установленные сроки и т.д.) необходимо разработать математическую модель РМ как одноканальную НСО с относительными приоритетами (НСО с ОП) и конечным числом СИ на определенном временном интервале.

Базовая модель. Для описания базовой модели [11—14] используется граф верхнетреугольной формы, на основании которого строится система уравнений Чепмена—Колмогорова. В любой момент времени состояние системы характеризуется парой целых чисел (i, j) , где i — число поступивших на поверку, но еще не поверенных СИ ($i = \overline{0, N}$), а j — число поступивших и поверенных к данному моменту времени СИ ($j = \overline{0, N - i}$). Суммарное количество состояний такой системы будет равно $N_{\text{сум}} = (N + 1)(N + 2)/2$. Система из $N_{\text{сум}}$ уравнений для нахождения вероятностей состояний имеет следующий вид [11—14]:

$$\frac{dP_{ij}(t)}{dt} = H(i)(P_{i-1,j}(t)\lambda_{i+1} - P_{ij}(t)\mu_{j+1}) + H(j)P_{i+1,j-1}(t)\mu_j - H(N - i - j)P_{ij}(t)\lambda_{i+j+1}, \quad (1)$$

$$\text{где } H(k) = \begin{cases} 1, & k > 0; \\ 0, & k \leq 0, \end{cases} \quad P_{ij}(0) = \begin{cases} 1, & i + j = 0; \\ 0, & i + j \neq 0. \end{cases}$$

НСО с относительными приоритетами. Для описания РМ поверки СИ как НСО с ОП введем следующие обозначения: p — число приоритетов обслуживания потоков (групп) СИ; $N = (N_1, \dots, N_p)$ — множество СИ, где N_p — подмножество СИ p -го приоритета; $I = (i_1, \dots, i_p)$ — множество СИ, которые поступили на поверку, но еще не поверены, где i_p — подмножество СИ, поступивших, но не поверенных, p -го приоритета; $J = (j_1, \dots, j_p)$ — множество СИ, которые поверены, где j_p — подмножество поверенных СИ p -го приоритета; $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_p)$ — множество значений интенсивности поступления на поверку СИ, где λ_p — подмножество значений интенсивности поступления СИ p -го приоритета, $\lambda_r = (\lambda_{r,1}, \dots, \lambda_{r,N_r})$;

$M = (\mu_1, \dots, \mu_p)$ — множество значений интенсивности поверки СИ, где μ_p — подмножество значений интенсивности поверки СИ p -го приоритета, $\mu_r = (\mu_{r,1}, \dots, \mu_{r,N_r})$; d — приоритет СИ, которое поверяется в текущий момент времени ($d = 0$ при $i = (0, \dots, 0)$); $k(i, j, d)$ — функция, отображающая параметры (порядковый номер) состояния системы.

С учетом замен:

$$\hat{k}(i, j, d, r) = k(i_1, \dots, i_r - 1, \dots, i_p, j_1, \dots, j_p, d \times H(\sum_{l=1}^p i_l - 1)),$$

$$\bar{k}(i, j, d) = k(i_1, \dots, i_r + 1, \dots, i_p, j_1, \dots, j_r - 1, \dots, j_p, d),$$

а также введенных обозначений система уравнений (1) будет иметь следующий общий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dP_{k(i,j,d)}(t)}{dt} = & \sum_{r=1}^p \left[H(i_r) \times \lambda_{r,i_r+j_r} \times P_{\hat{k}(i,j,d,r)}(t) \right] + \\ & + H(d - \max_{i_r > 0}(r) + 1) \times \sum_{r=1}^p \left[H(j_r) \times \mu_{r,j_r} \times P_{\bar{k}(i,j,p)}(t) \right] - \\ & - \left(\sum_{r=1}^p \left[H(N_r - i_r - j_r) \cdot \lambda_{r,i_r+j_r+1} \right] + H(d) \cdot \mu_{d,j_d+1} \right) \times P_{k(i,j,d)}(t). \end{aligned} \quad (2)$$

В начальный момент времени РМ поверки СИ находится в „нулевом состоянии“ — количество всех СИ, поступивших на поверку, а также всех поверенных СИ, равно нулю. Вероятность нулевого состояния принимается равной единице, а вероятности всех остальных состояний принимаются равными нулю. После окончания всех поверок на РМ как НСО с ОП система должна прийти в конечное финальное состояние $(0, N_p, p_i)$ для $p_i = 1, 2, \dots, p$, и дальнейшие переходы состояний невозможны.

Модели, пригодные для практического решения задач анализа, прогнозирования и оценки эффективности РМ поверки СИ в условиях реальных нестационарных нагрузок, могут включать до нескольких десятков тысяч различных состояний. Поэтому необходимо применение алгоритмов формирования множества различных состояний, алгоритмов формирования множества переходов между состояниями и методов автоматизированного вывода уравнений [15]. Отметим, что учет относительных приоритетов в предлагаемой модели осуществляется за счет задания строгой и однозначной последовательности переходов, обеспечивающих выполнение заявок с более высоким приоритетом, в первую очередь. Из состояния, в котором количество поступивших на поверку приоритетных, но не поверенных СИ, отлично от нуля, возможны только переходы состояний, связанные с обслуживанием исключительно приоритетных заявок на поверку.

Рассмотрен простой пример, позволяющий выявить и проанализировать многие характерные закономерности функционирования НСО с ОП.

Пусть на плановую поверку поступает два СИ, а на приоритетную — одно СИ, которое имеет относительный приоритет в поверке. На рис. 1 приведен граф состояния РМ.

Предполагается, что интервалы времени поступления и поверки СИ описываются экспоненциальным законом распределения с интенсивностью $\{\lambda_1, \lambda_2\}$ и $\{\mu_1, \mu_2\}$ для плановых и приоритетных СИ соответственно. Обозначения в вершинах означают следующее: в первой строке — число поступивших плановых СИ, но не поверенных, через запятую — число поверенных; во второй строке — число подлежащих приоритетной поверке СИ, через запятую — число поверенных. Из данного примера видно, что состояния НСО с ОП различаются числом как плановых, так и приоритетных СИ. Эта особенность приводит к увеличению количества возможных состояний НСО с ОП до 18 (рис. 2), по сравнению с базовой моделью (шесть состояний).

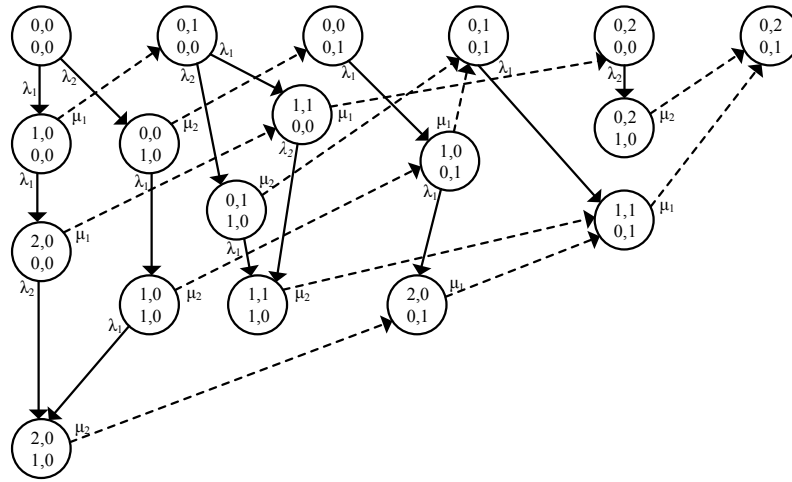


Рис. 1

С учетом выражения (2) для нахождения вероятностных состояний необходимо решить систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases}
 P_0'(t) = (-\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3) P_0(t) + \mu_1 P_1(t) + \mu_2 P_2(t) + \mu_3 P_3(t); \\
 P_1'(t) = (-\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \mu_1) P_1(t) + \lambda_1 P_0(t) + \mu_1 P_4(t) + \mu_2 P_7(t) + \mu_3 P_{10}(t); \\
 P_2'(t) = (-\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \mu_2) P_2(t) + \lambda_2 P_0(t) + \mu_1 P_5(t) + \mu_2 P_8(t) + \mu_3 P_{11}(t); \\
 P_3'(t) = (-\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \mu_3) P_3(t) + \lambda_3 P_0(t) + \mu_1 P_6(t) + \mu_2 P_9(t) + \mu_3 P_{12}(t); \\
 P_4'(t) = (-\lambda_2 - \lambda_3 - \mu_1) P_4(t) + \lambda_1 P_1(t); \\
 P_5'(t) = (-\lambda_1 - \lambda_3 - \mu_1) P_5(t) + \lambda_2 P_1(t) + \mu_1 P_{13}(t) + \mu_2 P_{16}(t) + \mu_3 P_{19}(t); \\
 P_6'(t) = (-\lambda_1 - \lambda_2 - \mu_1) P_6(t) + \lambda_3 P_1(t) + \mu_1 P_{14}(t) + \mu_2 P_{17}(t) + \mu_3 P_{20}(t); \\
 P_7'(t) = (-\lambda_2 - \lambda_3 - \mu_2) P_7(t) + \lambda_1 P_2(t); \\
 P_8'(t) = (-\lambda_1 - \lambda_3 - \mu_2) P_8(t) + \lambda_2 P_2(t); \\
 P_9'(t) = (-\lambda_1 - \lambda_2 - \mu_2) P_9(t) + \lambda_3 P_2(t) + \mu_1 P_{15}(t) + \mu_2 P_{18}(t) + \mu_3 P_{21}(t); \\
 P_{10}'(t) = (-\lambda_2 - \lambda_3 - \mu_3) P_{10}(t) + \lambda_1 P_3(t); \\
 P_{11}'(t) = (-\lambda_1 - \lambda_3 - \mu_3) P_{11}(t) + \lambda_2 P_3(t); \\
 P_{12}'(t) = (-\lambda_1 - \lambda_2 - \mu_3) P_{12}(t) + \lambda_3 P_3(t); \\
 P_{13}'(t) = (-\lambda_3 - \mu_1) P_{13}(t) + \lambda_2 P_4(t) + \lambda_1 P_5(t); \\
 P_{14}'(t) = (-\lambda_2 - \mu_1) P_{14}(t) + \lambda_3 P_4(t) + \lambda_1 P_6(t); \\
 P_{15}'(t) = (-\lambda_1 - \mu_1) P_{15}(t) + \lambda_3 P_5(t) + \lambda_2 P_6(t) + \mu_1 P_{22}(t) + \mu_2 P_{23}(t) + \mu_3 P_{24}(t); \\
 P_{16}'(t) = (-\lambda_3 - \mu_2) P_{16}(t) + \lambda_2 P_7(t) + \lambda_1 P_8(t); \\
 P_{17}'(t) = (-\lambda_2 - \mu_2) P_{17}(t) + \lambda_3 P_7(t) + \lambda_1 P_9(t); \\
 P_{18}'(t) = (-\lambda_1 - \mu_2) P_{18}(t) + \lambda_3 P_8(t) + \lambda_2 P_9(t); \\
 P_{19}'(t) = (-\lambda_3 - \mu_3) P_{19}(t) + \lambda_2 P_{10}(t) + \lambda_1 P_{11}(t); \\
 P_{20}'(t) = (-\lambda_2 - \mu_3) P_{20}(t) + \lambda_3 P_{10}(t) + \lambda_1 P_{12}(t); \\
 P_{21}'(t) = (-\lambda_1 - \mu_3) P_{21}(t) + \lambda_3 P_{11}(t) + \lambda_2 P_{12}(t); \\
 P_{22}'(t) = -\mu_1 P_{22}(t) + \lambda_3 P_{13}(t) + \lambda_2 P_{14}(t) + \lambda_1 P_{15}(t); \\
 P_{23}'(t) = -\mu_2 P_{23}(t) + \lambda_3 P_{16}(t) + \lambda_2 P_{17}(t) + \lambda_1 P_{18}(t); \\
 P_{24}'(t) = -\mu_3 P_{24}(t) + \lambda_3 P_{19}(t) + \lambda_2 P_{20}(t) + \lambda_1 P_{21}(t)
 \end{cases}$$

с начальными условиями:

$$t = 0; \quad P_0(0) = 1; \quad P_k(0) = 0, \quad k = (\overline{1,17})$$

и условием нормирования:

$$\sum_{i=0}^I p_i = 1, \quad i = (\overline{0,17}).$$

Результаты численного моделирования. Рассматриваемый временной интервал — 30 дней. Основные исходные данные, использовавшиеся в расчетах, приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Интенсивность поступления СИ на поверку и поверки СИ,
а также соответствующие параметры загрузки РМ**

Вариант	λ_1	μ_1	λ_2	μ_2	k_1	k_2
1	0,65	0,7	0,65	0,7	0,929	0,929
2	0,65	0,7	0,5	0,8	0,929	0,625
3	0,65	0,7	0,4	0,9	0,929	0,444
4	0,45	0,7	0,4	0,9	0,643	0,444

Вероятность различных состояний НСО рассчитана в математической инженерной программе Mathcad Prime 4.0.

На рис. 2 и 3 представлены результаты для вариантов 1 и 2 из табл. 1 сравнительного анализа вероятностей нахождения в различных состояниях для моделей, учитывающих только приоритетные заявки — S_10 и S_01, только обычные заявки — S_10 и S_01, а также для НСО с ОП — S_2010 и S_0201.

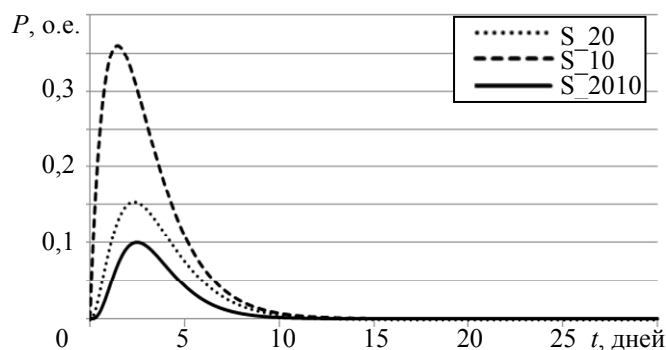


Рис. 2

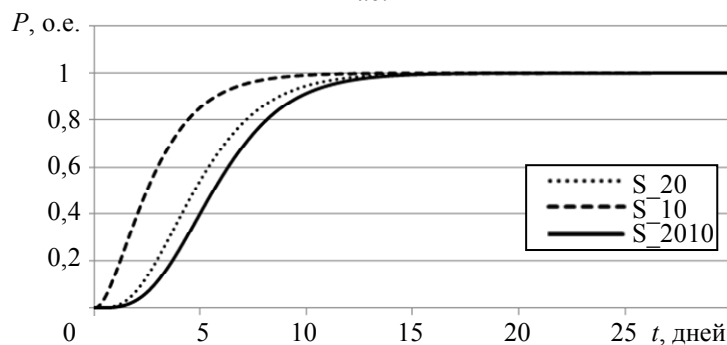


Рис. 3

Видно, что значения вероятности, полученные моделью НСО, не являются суммой моделей с приоритетными и плановыми заявками. Таким образом, модель НСО позволяет получать качественно новые результаты.

С целью оценки времени выхода на финальное состояние S_0201 (свободное состояние) было проведено сравнение вариантов 1, 2 и 3 (рис. 4).

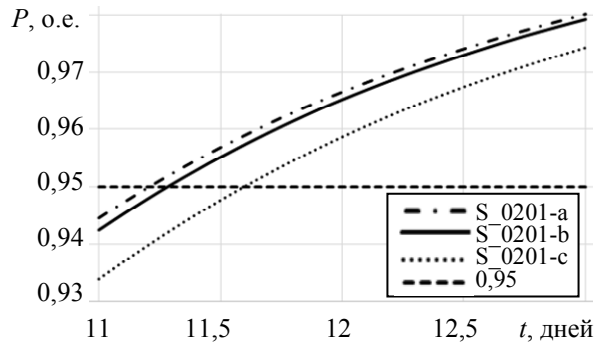


Рис. 4

Время перехода в свободное состояние характеризует степень загруженности РМ: время вхождения графика функции $P_{02/01}(t)$ в 5 %-ную область финального значения (кривая 0,95 на рис. 4). Видно, что для варианта 1 оценка момента времени перехода в свободное состояние меньше, чем для других вариантов. Описанный эффект зависит от собственных значений матрицы системы уравнений (2). Проведенный анализ показал, что для варианта 1 матрица системы (2) имеет одно нулевое собственное значение и семнадцать отрицательных: $-0,65; -0,65; -0,65; -0,7; -0,7; -0,7; -0,7; -0,7; -1,30; -1,30; -1,35; -1,35; -1,35; -1,35; -1,35; -2$ (равных линейным комбинациям значений интенсивности $\{\lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2\}$ с отрицательными коэффициентами). Известно, что скорость увеличения вероятности $P_{02/01}(t)$ до единицы определяется наименьшим по модулю отрицательным собственным значением. Отметим, что наименьшее по модулю отрицательное собственное значение имеет матрица для варианта 1.

С целью оценки влияния загруженности РМ на своевременность проведения проверок на рис. 5 представлены вероятности состояний S_{2010} для разных вариантов. Параметр загруженности (согласованности входящего и исходящего потоков) равен отношению интенсивности поступающего потока к интенсивности потока. Для рассмотренных вариантов параметры загруженности приведены в последних двух столбцах табл. 1.

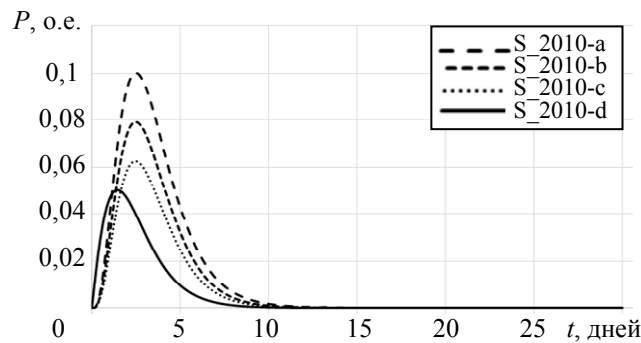


Рис. 5

Видно, что наибольшее значение вероятности достигается для исходных данных варианта 1, который характеризуется наибольшей загруженностью как по плановым, так и по приоритетным поверкам. Наименьшее значение вероятности достигается для исходных данных варианта 4 с наименьшей загруженностью. Отметим также, что максимальное значение вероятности для варианта 4 достигается раньше, чем для вариантов 3, 2 и 1, т.е. среднее время ожидания проверок для исходных данных варианта 4 меньше, чем для других вариантов.

Во всех рассмотренных выше случаях с целью выявления общих закономерностей изменения вероятностей состояний за начальное принималось „нулевое состояние“: его вероятность принималась равной единице, а вероятность остальных состояний принималась равной

нулю. Как показали расчеты, при таких условиях система достаточно быстро переходит в свободное состояние и остается недозагруженной.

В действительности при планировании проверок СИ стремятся загружать РМ относительно равномерно. Если выбрать интервал времени в один месяц и предположить, что состояние системы „обнуляется“ в начале каждой календарной недели, то зависимость вероятности ожидания проверки (сумма вероятностей состояний S_{2010} и S_{1110}) на рассматриваемом интервале времени имеет вид, представленный на рис. 6.

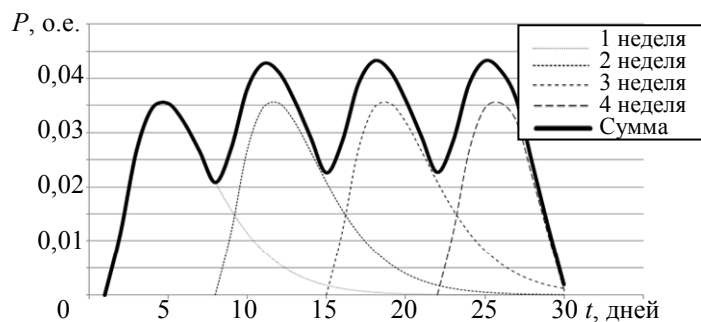


Рис. 6

Видно, что нагрузка РМ становится более равномерной в течение всего месяца, по сравнению с вариантами, изображенными на рис. 3 и 6. Если „обнуление состояний“ производить чаще одного раза в неделю, то равномерность загрузки РМ будет только увеличиваться. Однако при этом момент времени выхода вероятности свободного состояния в 5 %-ную область финального значения будет возрастать (момент времени, когда все поступившие на проверку приоритетные и плановые СИ будут поверены к концу заданного интервала времени).

Отметим, что в табл. 1 значения интенсивности поступления СИ на проверку меньше значений интенсивности проверки СИ. Такие режимы, как было отмечено во введении, характерны для классических систем ТМО. Рассмотрим для примера несколько других вариантов исходных данных по значениям интенсивности поступления на проверку СИ и интенсивности их проверки на РМ (табл. 2).

Таблица 2

Значения интенсивности поступления и проверки СИ				
Вариант	λ_1	λ_2	μ_1	μ_2
1	0,8	0,75	0,65	0,48
2	0,4	0,8	0,5	0,75
3	0,5	0,5	0,5	0,5

В первом варианте (см. табл. 2) интенсивность проверки плановых и приоритетных СИ ниже интенсивности поступления на проверку, что говорит о высокой вероятности возникновения в системе в данном случае пиковой загруженности. Во втором варианте интенсивность поступления плановых СИ на проверку ниже интенсивности проверки плановых СИ; а интенсивность поступления приоритетных СИ выше интенсивности их проверки. В третьем варианте интенсивность поступления на проверку плановых и приоритетных СИ равна интенсивности их проверки.

Расчет вероятностных состояний НСО для значений интенсивности поступления на проверку и проверки СИ, представленных в табл. 2, выполнен в программе Mathcad Prime 4.0.

Так, например, зависимость значения вероятности проверки всех СИ, которые поступили в систему, от времени для варианта 1 (см. табл. 2) представлена на рис. 7; для варианта 2 — на рис. 8; для варианта 3 — на рис. 9.

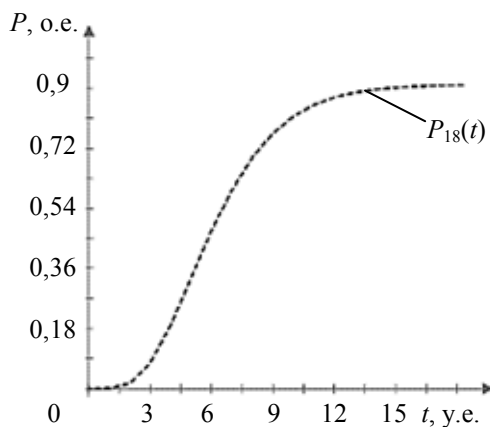


Рис. 7

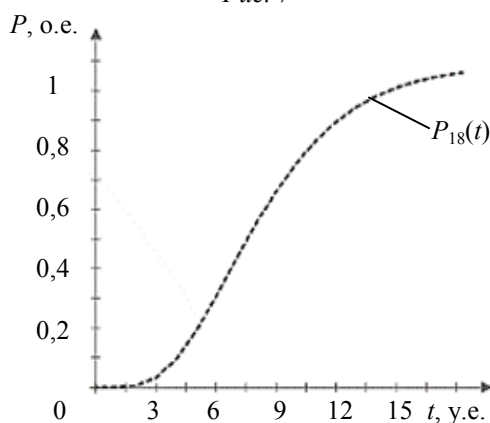


Рис. 8

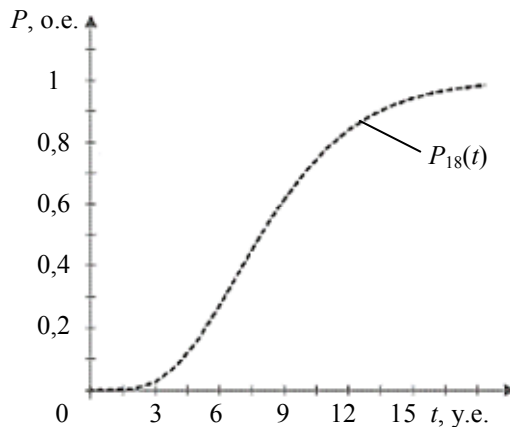


Рис. 9

Заключение. В работе представлена модель РМ поверки СИ как НСО с ОП поступающего потока заявок на поверку. Модель основывается на построении многомерного графа и соответствующей системы уравнений Чепмена—Колмогорова. В работе реализована простая модель РМ поверки СИ как НСО с ОП, позволяющая выявить и на качественном уровне объяснить основные закономерности функционирования РМ и оценить технологические параметры функционирования.

Представленную модель возможно использовать для расчета характеристик рабочего места по пропускной способности поступающих на поверку СИ, функционирующих в условиях изменяющейся рабочей нагрузки на директивно определенном временном интервале. Также данную модель возможно применять для обоснования технических требований при проектировании перспективных РМ, которые предполагается использовать в условиях изменяющейся рабочей нагрузки на определенном интервале времени.

Возможность задавать разные значения интенсивности при переходах состояний системы позволяет в разработанной модели рассматривать интенсивность как управляющее воздействие. Управление интенсивностью проверок может быть использовано для обеспечения тех или иных технических и технологических требований к РМ поверки СИ.

Результаты анализа возможностей и особенностей программной реализации [15] моделей НСО из других предметных областей позволяют сделать вывод о перспективности применения разработанной в статье модели для моделирования процесса реального функционирования РМ как НСО с ОП.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kampen J. K.* Reflections on and test of the metrological properties of summated rating, Likert, and other scales based on sums of ordinal variables // *Measurement*. 2019. Vol. 137. P. 428—434. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2019.01.083>.
2. *Chen H. B., Zhuang H. L.* A new highly anti-interference regularization method for ill-posed problems // *Vibroengineering PROCEDIA*. 2017. Vol. 15. P. 128—133. <http://dx.doi.org/10.21595/vp.2017.19358>.
3. *Wei W., Wei X., Jiankang L.* Stochastic P-bifurcation analysis of a class of nonlinear Markov jump systems under combined harmonic and random excitations // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2021. Vol. 582. P. 126246. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2021.126246>.
4. *Neama S., Youssef T.* Comparison of fuzzy semi-Markov models for one unit with mixed stand by units with and without preventive maintenance using regenerative point method // *Heliyon*. 2021. Vol. 7, N 8. P. e07717. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e07717>.
5. *Khayrullin R. Z., Zakutin A. A.* Application of the Bayesian Approach to the Construction of Statistical Estimates of Parameters of Distribution Laws of Random Variables // *Measurement Techniques*. 2021. Vol. 63. P. 862—869. <https://doi.org/10.1007/s11018-021-01872-x>.
6. *Bessiere P., Mazer E., Ahuactzin J. M., Mekhnacha K.* Bayesian Programming. Boca Raton: CRC Press, 2014. <https://doi.org/10.1201/b16111>.
7. *Yan Su, Junping Li.* Bias optimality of admission control in a non-stationary repairable queue // *Operations Research Letters*. 2020. Vol. 48, is. 3. P. 317—322. <https://doi.org/10.1016/j.orl.2020.04.002>.
8. *Seenivasana M., Senthilkumara R., Subasrib K. S.* M/M/2 heterogeneous queueing system having unreliable server with catastrophes and restoration // *Intern. Conf. on Advances in Materials Science*. 2022. Vol. 51, Part 8. P. 2332—2338. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.11.567>.
9. *Хинчин А. Я.* Работы по математической теории массового обслуживания. М.: ФИЗМАТЛИТ, 1963. 236 с.
10. *Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н.* Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1966. 432 с.
11. *Бубнов В. П., Сафонов В. И.* Разработка динамических моделей нестационарных систем обслуживания. СПб: Лань, 1999. 64 с.
12. *Бубнов В. П., Тырва А. В., Еремин А. С.* Комплекс моделей нестационарных систем обслуживания с распределением фазового типа // *Труды СПИИРАН*. 2014. Вып. 37. С. 61—71.
13. *Смагин В. А., Гусеница Я. Н.* К вопросу моделирования одноканальных нестационарных систем с произвольным распределением моментов времени поступления заявок и длительностей их обслуживания // *Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского*. 2015. № 649. С. 56—53.
14. *Бубнов В. П., Сафонов В. И., Шардаков К. С.* Обзор существующих моделей нестационарных систем обслуживания и методов их расчета // *Системы управления, связи и безопасности*. 2020. № 3. С. 65—121.
15. *Бубнов В. П., Еремин А. С., Сергеев С. А.* Особенности программной реализации численно-аналитического метода расчета моделей нестационарных систем обслуживания // *Труды СПИИРАН*. 2015. № 1(38). С. 218—228.

Сведения об авторах

Денис Сергеевич Ершов

— канд. техн. наук; Московский политехнический университет, кафедра стандартизации, метрологии и сертификации; Главный научный метрологический центр, научно-исследовательский отдел;
E-mail: ershov.metrolog@mail.ru

Рустам Зиннатуллович Хайруллин — д-р физ.-мат. наук; Главный научный метрологический центр, научно-исследовательский отдел; Московский государственный строительный университет, кафедра фундаментального образования; E-mail: zrkzrk@list.ru

Поступила в редакцию 29.06.2022; одобрена после рецензирования 19.07.2022; принята к публикации 31.08.2022.

REFERENCES

1. Kampen J.K. *Measurement*, 2019, vol. 137, pp. 428–434, <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2019.01.083>.
2. Chen H.B., Zhuang H.L. *Vibroengineering PROCEDIA*, 2017, vol. 15, pp. 128–133, <http://dx.doi.org/10.21595/vp.2017.19358>.
3. Wei W., Wei X., Jiankang L. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2021, vol. 582, pp. 126246, <https://doi.org/10.1016/j.physa.2021.126246>.
4. Neama S., Youssef T. *Heliyon*, 2021, vol. 7, pp. e07717, <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e07717>.
5. Khayrullin R.Z., Zakutin A.A. *Measurement Techniques*, 2021, vol. 63, pp. 862–869, <https://doi.org/10.1007/s11018-021-01872-x>.
6. Bessiere P., Mazer E., Ahuactzin J.M., Mekhnacha K. *Bayesian Programming*, CRC Press, Boca Raton, 2014, <https://doi.org/10.1201/b16111>.
7. Yan Su, Junping Li, *Operations Research Letters*, 2020, no. 3(48), pp. 317–322, <https://doi.org/10.1016/j.orl.2020.04.002>.
8. Seenivasana M., Senthilkumara R., Subasrib K.S. *International Conference on Advances in Materials Science*, 2022, no. 8(51), pp. 2332–2338, <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.11.567>.
9. Khinchin A.Ya. *Raboty po matematicheskoy teorii massovogo obsluzhivaniya* (Works on the Mathematical Theory of Queuing), Moscow, 1963, 236 p. (in Russ.)
10. Gnedenko B.V., Kovalenko I.N. *Vvedeniye v teoriyu massovogo obsluzhivaniya* (Introduction to Queuing Theory), Moscow, 1966, 432 p. (in Russ.)
11. Bubnov V.P., Safonov V.I. *Razrabotka dinamicheskikh modeley nestatsionarnykh sistem obsluzhivaniya* (Development of Dynamic Models of Non-Stationary Service Systems), St. Petersburg, 1999, 64 p. (in Russ.)
12. Bubnov V., Tyrva A., Eremin A. *Informatics and Automation* (SPIIRAS Proceedings), 2014, no. 37, pp. 61–71. (in Russ.)
13. Smagin V.A., Gusenitsa Ya.N. *Proceedings of the Mozhaisky Military Space Academy*, 2015, no. 649, pp. 56–53. (in Russ.)
14. Bubnov V.P., Safonov V.I., Shardakov K.S. *Systems of Control, Communication and Security*, 2020, no. 3, pp. 65–121. (in Russ.)
15. Bubnov V.P., Eremin A.S., Sergeev S.A. *Informatics and Automation* (SPIIRAS Proceedings), 2015, no. 1(38), pp. 218–228. (in Russ.)

Data on authors

- Denis S. Ershov** — PhD; Moscow Polytechnic University, Department of Standardization, Metrology, and Certification; Main Scientific Metrological Center, Research Department; E-mail: ershov.metrolog@mail.ru
- Rustam Z. Khayrullin** — Dr. Sci.; Main Scientific Metrological Center, Research Department; Moscow State University of Civil Engineering, Department of Fundamental Education; E-mail: zrkzrk@list.ru

Received 29.06.2022; approved after reviewing 19.07.2022; accepted for publication 31.08.2022.