
СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

SYSTEM ANALYSIS, CONTROL, AND INFORMATION PROCESSING

УДК 004.052.32+681.518.5
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-2-85-99

ОСОБЫЕ СВОЙСТВА КОДОВ ХЭММИНГА, ПРОЯВЛЯЮЩИЕСЯ ПРИ СИНТЕЗЕ САМОПРОВЕРЯЕМЫХ ЦИФРОВЫХ УСТРОЙСТВ

Д. В. ЕФАНОВ

*Российский университет транспорта, Москва, Россия,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия
TrES-4b@yandex.ru*

Аннотация. Выявлены свойства классических кодов Хэмминга, связанные с особенностями обнаружения ошибок, возникающих одновременно как в информационных, так и контрольных разрядах кодовых слов, что актуально во многих приложениях, например, при синтезе самопроверяемых и отказоустойчивых цифровых вычислительных устройств и систем. Доказано, что при устремлении числа информационных разрядов m к бесконечности число необнаруживаемых ошибок, возникающих в информационных и контрольных разрядах кодов Хэмминга одновременно, возрастает в 2^k-1 раз (k — число контрольных разрядов), по сравнению с числом необнаруживаемых ошибок, возникающих только в информационных разрядах их кодовых слов. Также доказано, что при $m \rightarrow \infty$ показатель отношения числа необнаруживаемых ошибок, возникающих одновременно в информационных и контрольных разрядах, к числу необнаруживаемых ошибок, возникающих только в информационных разрядах, для кода Хэмминга с $k+q$ контрольными разрядами увеличивается в 2^q раз, по сравнению со значением для кода Хэмминга с k контрольными разрядами (здесь q — произвольное натуральное число). Установленные характеристики кодов Хэмминга целесообразно учитывать при синтезе самопроверяемых цифровых устройств. Приведены примеры учета установленных свойств кодов Хэмминга для синтеза схем встроенного контроля по методу логического дополнения.

Ключевые слова: код Хэмминга, контролепригодное цифровое устройство, самопроверяемое цифровое устройство, схема встроенного контроля, метод логического дополнения, необнаруживаемая ошибка

Ссылка для цитирования: Ефанов Д. В. Особые свойства кодов Хэмминга, проявляющиеся при синтезе самопроверяемых цифровых устройств // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 2. С. 85—99. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-2-85-99.

SPECIAL PROPERTIES OF HAMMING CODES THAT APPEAR WHEN SYNTHESIZING SELF-CHECKING DIGITAL DEVICES

D. V. Efanov

*Russian University of Transport, Moscow, Russia
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia
TrES-4b@yandex.ru*

Abstract. Several properties of classical Hamming codes associated with the features of detecting errors that occur simultaneously in both information and control bits of code words are revealed, which is relevant in many applications, for example, in the synthesis of self-checking and fault-tolerant digital computing devices and systems. It is shown that when the number of cases of information bits m tends to infinity, the number of undetectable errors that arose simultaneously in the information and control bits of Hamming codes increases by 2^k-1 times with k being the number of control bits, as compared to the number of undetectable errors that occur only in the information bits of their code words. It is also proved that for $m \rightarrow \infty$, the ratio of the number of undetectable errors that occur simultaneously in information and control bits to the number of undetectable errors appearing only in information bits for a Hamming code with $k + q$ control bits increases by 2^q times with respect to the ratio for the Hamming code with k control bits (here q is an arbitrary natural number). The established characteristics of Hamming codes should be taken into account when synthesizing self-checking digital devices. Examples are given of the synthesis of built-in control circuits using the Boolean complement method with consideration of the revealed

© Ефанов Д. В., 2023

properties of Hamming codes.

Keywords: Hamming code, controllable digital device, self-checking digital device, concurrent error-detection circuit, Boolean complement, undetectable error

For citation: Efanov D. V. Special properties of Hamming codes that appear when synthesizing self-checking digital devices. *Journal of Instrument Engineering*. 2023. Vol. 66, N 2. P. 85—99 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-2-85-99.

Введение. Известные с середины прошлого столетия [1] коды Хэмминга широко применяются для защиты информации при ее хранении и передаче, а также при построении надежных цифровых устройств и вычислительных систем [2—5]. Следует отметить, что изучались и модифицировались они как самим Р. У. Хэммингом, так и многими другими инженерами и исследователями. Коды Хэмминга обладают большим количеством свойств, что и определило их широкую применимость. Наиболее часто упоминаются: возможность обнаружения любых одно- и двукратных ошибок, возможность коррекции любых однократных ошибок, простые схемы кодирования и декодирования. Эти свойства кодов Хэмминга позволяют применять их в различных приложениях. Например, при передаче данных в системах управления [6, 7], для защиты данных при хранении (в RAID 2, в ECC-памяти [8]), в конвертерах сигналов [9], при синтезе самокорректирующихся и отказоустойчивых структур логических устройств [10—13], при построении полностью самопроверяемых схем [5, 14].

В ряде публикаций [15—17], а также в монографии [5], освещены результаты исследований характеристик обнаружения ошибок кодами Хэмминга в схемах встроенного контроля (СВК) на случай разделения информационных и контрольных разрядов и формирования их независимыми блоками. Анализ показал, что вопросы обнаружения ошибок кодами Хэмминга в СВК при условии зависимости блоков, вычисляющих информационные и контрольные разряды, изучены не до конца.

В настоящей работе обратим внимание на установленные в ходе исследования свойства кодов Хэмминга, которые целесообразно учитывать при организации СВК, если фактически возможно одновременное искажение как информационных, так и контрольных разрядов. Таких возможностей применения кодов Хэмминга достаточно много, к ним можно отнести синтез СВК по методу логического дополнения [18, 19].

Особенности обнаружения ошибок кодами Хэмминга. В синтезируемых по методу логического дополнения устройствах ошибки на выходах, вызванные внутренними неисправностями объекта диагностирования, могут транслироваться в самой СВК на различные входы тестера, в том числе соответствующие информационным и контрольным векторам. Поэтому возникает задача исследования особенностей возникновения ошибок, как только в информационных разрядах, так и одновременно в информационных и в контрольных разрядах. Сфокусируем внимание именно на кодах Хэмминга. Введем для них следующее обозначение: H_m -коды (m — число информационных разрядов).

Прежде всего, отметим важную особенность применения делимых кодов при организации СВК [20, 21]. Каждый код обладает своими особенностями обнаружения ошибок как в информационных разрядах, так и во всех разрядах кодовых слов (включая контрольные). Особенности определяются избыточностью кода, а также правилами вычисления контрольных разрядов. Все ошибки обнаруживаются, только когда используются коды с повторением. В таких кодах для каждого информационного разряда имеется отдельный контрольный разряд. Если код имеет меньше контрольных разрядов, чем информационных, то некоторая доля ошибок может быть не обнаружена.

Утверждение 1. Необнаруживаемые ошибки в кодовых словах делимых кодов могут возникать при:

- а) искажении только части информационных разрядов кодовых слов;

б) одновременном искажении части информационных и контрольных разрядов кодовых слов.

Ошибки, возникающие только в контрольных разрядах, обнаруживаются всегда, так как нарушается соответствие между значениями информационных и контрольных разрядов.

Рассмотрим пример. Мощность множества кодовых слов H_4 -кода равна 16. При этом данный код имеет $k = 3$ контрольных разряда. Соответственно общее число искажений равно

$$\sum_{d=1}^{m+k} C_{m+k}^d = 2^{m+k} (2^{m+k} - 1) = 2^7 \cdot (2^7 - 1) = 65280.$$

Количество необнаруживаемых ошибок равно числу всевозможных переходов кодовых слов H_4 -кода в кодовые слова, также принадлежащие данному коду (всего $16 \times 15 = 240$). Например, если информационным векторам $\langle 0111 \rangle$ и $\langle 1001 \rangle$ сопоставлен один и тот же контрольный вектор $\langle 001 \rangle$ [5], ошибка, связанная с искажениями трех старших разрядов в информационных векторах, обнаружена H_4 -кодом не будет. Рассмотрим переход кодового слова с информационным вектором $\langle 0111 \rangle$ и контрольным вектором $\langle 001 \rangle$ в кодовое слово с информационным вектором $\langle 1110 \rangle$ и контрольным вектором $\langle 000 \rangle$. Он происходит при искажении старшего и младшего разрядов информационного вектора и младшего разряда контрольного вектора. Такая ошибка тоже не обнаружится H_4 -кодом.

Для задач технической диагностики, синтеза контролепригодных и самопроверяемых цифровых устройств и вычислительных систем важен учет характеристик обнаружения ошибок разделимыми кодами [5, 22, 23].

Общее число необнаруживаемых ошибок в кодовых словах при m информационных разрядах определяется величиной [21]:

$$N_m = 2^m (2^m - 1). \quad (1)$$

Общее число необнаруживаемых ошибок, возникающих в m информационных разрядах H_m -кодов при k контрольных разрядах, определяется по формуле [15]:

$$N_m^D = 2^m (2^{m-k} - 1). \quad (2)$$

Эта же формула применима при расчете общего числа необнаруживаемых ошибок известной модификации кода Хэмминга — SW_m -кода (число контрольных разрядов для конкретных значений m данного кода отличается от числа контрольных разрядов у H_m -кода) [24]. Кроме того, формула (2) справедлива и при рассмотрении любых иных разделимых кодов, обладающих свойством равномерности распределения всех информационных векторов между всеми контрольными векторами (так называемых оптимальных по критерию минимума общего количества необнаруживаемых ошибок при заданных m и k кодов [22, 23]).

В результате вычитания (2) из (1) получаем формулу подсчета общего числа необнаруживаемых ошибок, возникающих как в информационных, так и контрольных разрядах H_m -кодов:

$$\begin{aligned} N_{m+k}^{DC} &= N_m - N_m^D = 2^m (2^m - 1) - 2^m (2^{m-k} - 1) = \\ &= 2^m (2^m - 2^{m-k}) = 2^{2m} (1 - 2^{-k}). \end{aligned} \quad (3)$$

Введем коэффициент, показывающий, во сколько раз число необнаруживаемых ошибок, возникающих как в информационных, так и контрольных разрядах H_m -кодов, превышает число необнаруживаемых ошибок, возникающих только в их информационных разрядах:

$$\mathfrak{g}_m = \frac{N_{m+k}^{DC}}{N_m^D} = \frac{2^{2m} (1 - 2^{-k})}{2^m (2^{m-k} - 1)} = \frac{2^m - 2^{m-k}}{2^{m-k} - 1} = \frac{1 - 2^{-k}}{2^{-k} - 2^{-m}}. \quad (4)$$

В табл. 1 приведены рассчитанные по формулам (1)—(4) численные характеристики H_m -кодов с различными значениями m . В 6-м и 7-м столбцах приведены значения α_m и β_m , вычисляемые по формулам:

$$\alpha_m = \frac{N_m^D}{N_m}, \quad (5)$$

$$\beta_m = \frac{N_{m+k}^{DC}}{N_m}. \quad (6)$$

Таблица 1

Характеристика не обнаруживаемых H_m -кодами ошибок

| m | k | N_m | N_m^D | N_{m+k}^{DC} | α_m | β_m | ϑ_m |
|-----|-----|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------|-----------|---------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 3 | 56 | 0 | 56 | 0 | 1 | — |
| 4 | 3 | 240 | 16 | 224 | 0,06667 | 0,93333 | 14 |
| 5 | 4 | 992 | 32 | 960 | 0,03226 | 0,96774 | 30 |
| 6 | 4 | 4032 | 192 | 3840 | 0,04762 | 0,95238 | 20 |
| 7 | 4 | 16256 | 896 | 15360 | 0,05512 | 0,94488 | 17,14286 |
| 8 | 4 | 65280 | 3840 | 61440 | 0,05882 | 0,94118 | 16 |
| 9 | 4 | 261632 | 15872 | 245760 | 0,06067 | 0,93933 | 15,48387 |
| 10 | 4 | 1047552 | 64512 | 983040 | 0,06158 | 0,93842 | 15,2381 |
| 11 | 4 | 4192256 | 260096 | 3932160 | 0,06204 | 0,93796 | 15,11811 |
| 12 | 5 | 16773120 | 520192 | 16252928 | 0,03101 | 0,96899 | 31,24409 |
| 13 | 5 | 67100672 | 2088960 | 65011712 | 0,03113 | 0,96887 | 31,12157 |
| 14 | 5 | 268419072 | 8372224 | 260046848 | 0,03119 | 0,96881 | 31,06067 |
| 15 | 5 | 1073709056 | 33521664 | 1040187392 | 0,03122 | 0,96878 | 31,0303 |
| 16 | 5 | 4294901760 | 134152192 | 4160749568 | 0,03124 | 0,96876 | 31,01514 |
| 17 | 5 | 17179738112 | 536739840 | 16642998272 | 0,03124 | 0,96876 | 31,00757 |
| 18 | 5 | 68719214592 | 2147221504 | 66571993088 | 0,03125 | 0,96875 | 31,00378 |
| 19 | 5 | $2,74877 \cdot 10^{11}$ | 8589410304 | $2,66288 \cdot 10^{11}$ | 0,03125 | 0,96875 | 31,00189 |
| 20 | 5 | $1,09951 \cdot 10^{12}$ | 34358689792 | $1,06515 \cdot 10^{12}$ | 0,03125 | 0,96875 | 31,00095 |
| 30 | 6 | $1,15292 \cdot 10^{18}$ | $1,80144 \cdot 10^{16}$ | $1,13491 \cdot 10^{18}$ | 0,01562 | 0,98438 | 63 |
| 40 | 6 | $1,20893 \cdot 10^{24}$ | $1,88895 \cdot 10^{22}$ | $1,19004 \cdot 10^{24}$ | 0,01562 | 0,98438 | 63 |
| 50 | 6 | $1,26765 \cdot 10^{30}$ | $1,9807 \cdot 10^{28}$ | $1,24784 \cdot 10^{30}$ | 0,01562 | 0,98438 | 63 |
| 60 | 7 | $1,32923 \cdot 10^{36}$ | $1,03846 \cdot 10^{34}$ | $1,31884 \cdot 10^{36}$ | 0,00781 | 0,99219 | 127 |
| 70 | 7 | $1,3938 \cdot 10^{42}$ | $1,0889 \cdot 10^{40}$ | $1,38291 \cdot 10^{42}$ | 0,00781 | 0,99219 | 127 |
| 80 | 7 | $1,4615 \cdot 10^{48}$ | $1,1418 \cdot 10^{46}$ | $1,45008 \cdot 10^{48}$ | 0,00781 | 0,99219 | 127 |
| 90 | 7 | $1,5325 \cdot 10^{54}$ | $1,19726 \cdot 10^{52}$ | $1,52052 \cdot 10^{54}$ | 0,00781 | 0,99219 | 127 |
| 100 | 7 | $1,60694 \cdot 10^{60}$ | $1,25542 \cdot 10^{58}$ | $1,59438 \cdot 10^{60}$ | 0,00781 | 0,99219 | 127 |

По столбцам для α_m и β_m видно, что доля не обнаруживаемых H_m -кодами ошибок только в информационных разрядах мала по сравнению с долей не обнаруживаемых H_m -кодами ошибок, возникающих и в информационных, и в контрольных разрядах одновременно. В 8-м столбце приведены рассчитанные данные для показателя ϑ_m . Анализ этого показателя при увеличении m позволяет установить следующее свойство, присущее H_m -кодам.

Утверждение 2. В пределе при $m \rightarrow \infty$ число необнаруживаемых ошибок, возникающих в информационных и контрольных разрядах H_m -кодов одновременно, увеличивается в $2^k - 1$ раз по сравнению с числом необнаруживаемых ошибок, возникающих только в информационных разрядах их кодовых слов.

Для доказательства формулировки утверждения 2 устремим значение m к бесконечности и найдем предел величины ϑ_m :

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \vartheta_m = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1 - 2^{-k}}{2^{-k} - 2^{-m}} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{2^k - 1}{1 - 2^{k-m}} = 2^k - 1. \quad (7)$$

На рис. 1, а приводится зависимость показателя ϑ_m от числа m : видно, что какой-либо стабильности в показателе ϑ_m не наблюдается при малых значениях m (менее 12). На рис. 1, б отдельно представлен график изменения рассматриваемого показателя при росте числа информационных разрядов до 20. При $m = 4$ значение ϑ_m минимально. При $m = 5$ достигается локальный максимум $\vartheta_m = 30$. Это обусловлено увеличением числа контрольных разрядов в H_m -коде. Для кодов с $m = 5$ —11 число контрольных разрядов $k = 4$. Значение показателя ϑ_m при росте m в рассматриваемом диапазоне постепенно уменьшается, достигая минимума при $m = 11$. При $m = 12$ в H_m -коде появляется новый контрольный разряд, что обуславливает скачок величины ϑ_m до отметки 31,24409. С дальнейшим ростом значения m в диапазоне 12—26 происходит постепенное уменьшение величины ϑ_m до 31,00001. Падение значения ϑ_m от $m = 12$ к 26 несущественно — порядка 0,25. Затем, при $m=27$, число контрольных разрядов вновь увеличивается, и происходит резкий скачок значения ϑ_m . С дальнейшим ростом m происходит вновь несущественное изменение показателя ϑ_m . Здесь уже уменьшаются десятитысячные доли, и значение ϑ_m неотличимо от $2^6 - 1 = 63$. Далее характер изменений повторяется.

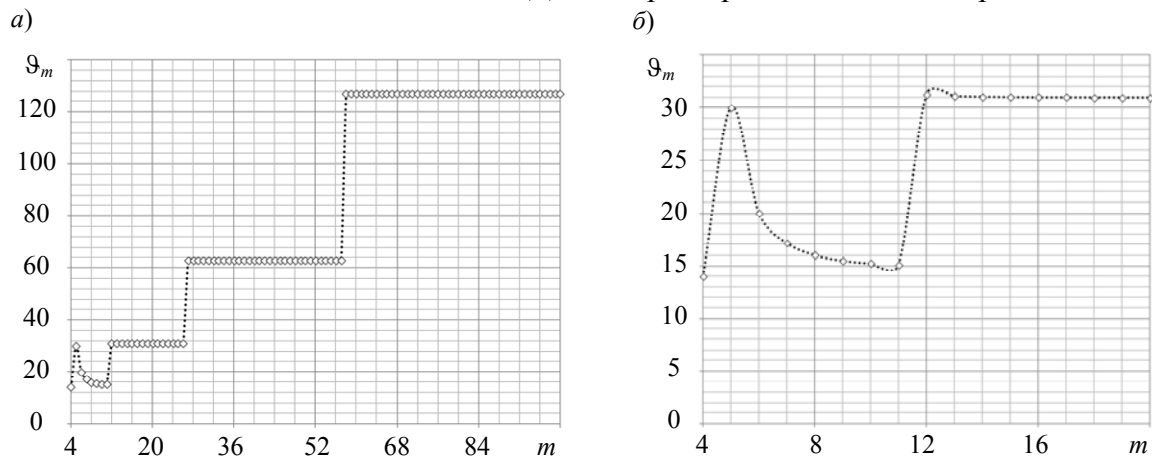


Рис. 1

Стоит отметить, что представленные на рис. 1 зависимости практически обратны зависимостям доли необнаруживаемых ошибок, возникающих только в информационных разрядах, от общего числа искажений, возникающих в информационных разрядах (показателя γ_m) [5, 16]. Обратная к показателю γ_m величина в предельном случае равна $\frac{1}{\gamma_m} = 2^k$.

Отсюда следует, что для решения практических задач диагностики и синтеза цифровых устройств целесообразно использовать H_m -коды с малым числом контрольных разрядов и организовывать контроль вычислений по отдельным группам выходов устройств [5].

Утверждение 3. В пределе при $m \rightarrow \infty$ значение ϑ_m для H_m -кода с $k+q$ контрольными разрядами увеличивается в 2^q раз по сравнению со значением ϑ_m для H_m -кода с k контрольными разрядами.

Для доказательства указанного свойства найдем предел следующего выражения:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \varphi_{m,q} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{2^{k+q} - 1}{2^k - 1} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{(2^{k+q} - 1)'}{(2^k - 1)'} = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{2^{k+q-1} \ln 2}{2^{k-1} \ln 2} = 2^q. \quad (8)$$

В частности, интересен граничный случай, когда рассматриваются H_m -коды с контрольными разрядами k и $k+1$ (например, H_m -коды со значениями $m = 26$ и 27 или $m = 57$ и 58).

Утверждение 4. В пределе при $m \rightarrow \infty$ значение ϑ_m для H_m -кода с $k+1$ контрольными разрядами увеличивается в два раза по сравнению со значением ϑ_m для H_m -кода с k контрольными разрядами.

В практических приложениях интерес представляет также учет свойств изменения числа необнаруживаемых ошибок при увеличении числа информационных разрядов. Возвращаясь к формулам (1)—(3), запишем отношения числа необнаруживаемых ошибок в кодовых словах кодов H_{m+p} и H_m (p — заданное натуральное число):

$$\delta_{m+p,m} = \frac{N_{m+p}}{N_m} = \frac{2^{m+p} (2^{m+p} - 1)}{2^m (2^m - 1)} = 2^p \frac{2^{m+p} - 1}{2^m - 1}; \quad (9)$$

$$\delta_{m+p,m}^D = \frac{N_{m+p}^D}{N_m^D} = \frac{2^{m+p} (2^{m+p-k} - 1)}{2^m (2^{m-k} - 1)} = 2^p \frac{2^{m+p-k} - 1}{2^{m-k} - 1}; \quad (10)$$

$$\delta_{m+k+p,m}^{DC} = \frac{N_{m+p}^{DC}}{N_m^{DC}} = \frac{2^{2(m+p)} (1 - 2^{-k})}{2^{2m} (1 - 2^{-k})} = 4^p. \quad (11)$$

Из выражения (11) следует, что величина $\delta_{m+k+p,m}^{DC}$ не зависит от m . Ясно, что увеличение числа информационных разрядов в кодах Хэмминга на p приводит к увеличению числа необнаруживаемых ошибок в 4^p раз.

Устремив m к бесконечности, найдем, как в пределе изменяются величины $\delta_{m+p,m}$ и $\delta_{m+p,m}^D$:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \delta_{m+p,m} = \lim_{m \rightarrow \infty} 2^p \frac{2^{m+p} - 1}{2^m - 1} = 2^p \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{(2^{m+p} - 1)'}{(2^m - 1)'} = 2^p \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{2^{m+p-1} \ln 2}{2^{m-1} \ln 2} = 2^p 2^p = 4^p; \quad (12)$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \delta_{m+p,m}^D = \lim_{m \rightarrow \infty} 2^p \frac{2^{m+p-k} - 1}{2^{m-k} - 1} = 2^p \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{(2^{m+p-k} - 1)'}{(2^{m-k} - 1)'} = 4^p. \quad (13)$$

Из формулы (11), а также выражений (12), (13) следует такое свойство кодов Хэмминга.

Утверждение 5. В пределе при $m \rightarrow \infty$ число не обнаруживаемых H_{m+p} -кодом ошибок по всем видам превышает аналогичный показатель для H_m -кода в 4^p раз и не зависит от числа контрольных разрядов.

Утверждение 6. Для кодов Хэмминга с числом информационных разрядов, различающимся на единицу, вчетверо увеличивается число необнаруживаемых ошибок всех видов.

Таким образом, любое увеличение числа информационных разрядов в коде Хэмминга приводит к четырехкратному увеличению числа не обнаруживаемых кодом ошибок как в информационных векторах, так и одновременно в информационных и контрольных векторах. Эту особенность следует учитывать при выборе способа кодирования для синтеза цифровых устройств и вычислительных систем.

Особенности организации СВК с применением метода логического дополнения и контроля вычислений по кодам Хэмминга. Рассмотрим применение H_m -кодов при синтезе СВК для комбинационных составляющих цифровых устройств по методу логического дополнения [18, 19].

Структура организации СВК по данному методу изображена на рис. 2. В ней объектом диагностирования является устройство $F(x)$, снабженное выходами $f_1, f_2, \dots, f_{m+k-1}, f_{m+k}$. Неис-

правности, возникающие в устройстве $F(x)$, контролируются косвенно по результатам вычислений на его выходах. Этот контроль осуществляется с помощью СВК, в которой выделяются три функциональных блока. Блок контрольной логики $G(x)$, снабженный в общем случае выходами $g_1, g_2, \dots, g_{m+k-1}, g_{m+k}$, формирует контрольные функции дополнения для преобразования информационных функций $f_1, f_2, \dots, f_{m+k-1}, f_{m+k}$ в функции $h_1, h_2, \dots, h_{m+k-1}, h_{m+k}$, соответствующие на каждой входной комбинации разрядам кодовых слов заранее выбранного избыточного кода. Преобразование осуществляется с применением блока коррекции сигналов, включающего в себя в общем случае $m+k$ двухвходовых элементов сложения по модулю $M = 2$ (элементов XOR), по формуле: $h_i = f_i \oplus g_i, i = \overline{1, m+k}$. Блок TSC (totally self-checking checker) представляет собой тестер выбранного кода. Он, как „последний сторож“, реализуется полностью самопроверяемым и снабжается двумя выходами z^0 и z^1 , на которых формируется парафазный сигнал $\langle 01 \rangle$ или $\langle 10 \rangle$. Нарушение парафазности свидетельствует о наличии неисправностей блока $F(x)$, элементов СВК или сбоев на линиях схем.

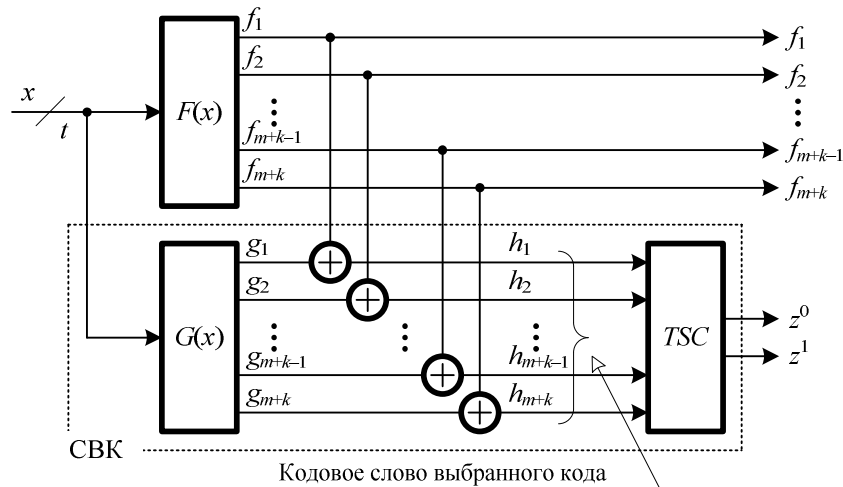


Рис. 2

Представленная на рис. 2 структура является обобщенной. Для ее построения может быть выбран любой равномерный избыточный код. При этом возможна реализация блока $G(x)$ с уменьшенным числом выходов. К примеру, в [25] при использовании классических кодов Бергера с $m = 3$ и $k = 2$ предлагается делить выходы устройства $F(x)$ на группы по пять в каждой, два из которых преобразовывать, а три напрямую подключать на входы тестера. В [26] эта идея развита для применения кодов Бергера и Боуза—Лина с произвольным числом информационных разрядов. Таким образом, при использовании разделимых кодов, таких как H_m -код в СВК, можно корректировать только k рабочих функций. Это потребует k элементов XOR в блоке коррекции сигналов.

Приведем примеры использования особенностей обнаружения ошибок H_m -кодами при синтезе СВК по методу логического дополнения.

Пример 1. Дано устройство $F(x)$ с 17 выходами. Требуется организовать СВК по методу логического дополнения с применением кодов Хэмминга.

Возможно несколько вариантов решения этой задачи, рассмотрим два из них (рис. 3, a — вариант организации СВК на основе H_{12} -кода; b — на основе H_{11} -кода).

Первый вариант предполагает контроль вычислений по всем выходам устройства $F(x)$ на основе H_{12} -кода. Любые 12 выходов устройства $F(x)$ будут соответствовать информационным разрядам, и оставшиеся 5 выходов — контрольным разрядам H_{12} -кода. Для простоты на рисунках представлены варианты последовательного выделения сначала групп выходов, соответствующих информационным разрядам, а затем — групп выходов, соответствующих контрольным разрядам. При этом будем полагать, что каждый выход с порядковым номером $2^j, j \in \mathbb{N}$, в выделяемой группе выходов устройства $F(x)$ будет соответствовать контрольному разряду H_m -кода в СВК (именно эти позиции в кодовых словах кодов Хэмминга отводятся

для контрольных разрядов [1]). Таким образом, устройство $G(x)$ будет снабжено пятью выходами, в блоке коррекции сигналов будет использовано пять элементов XOR.

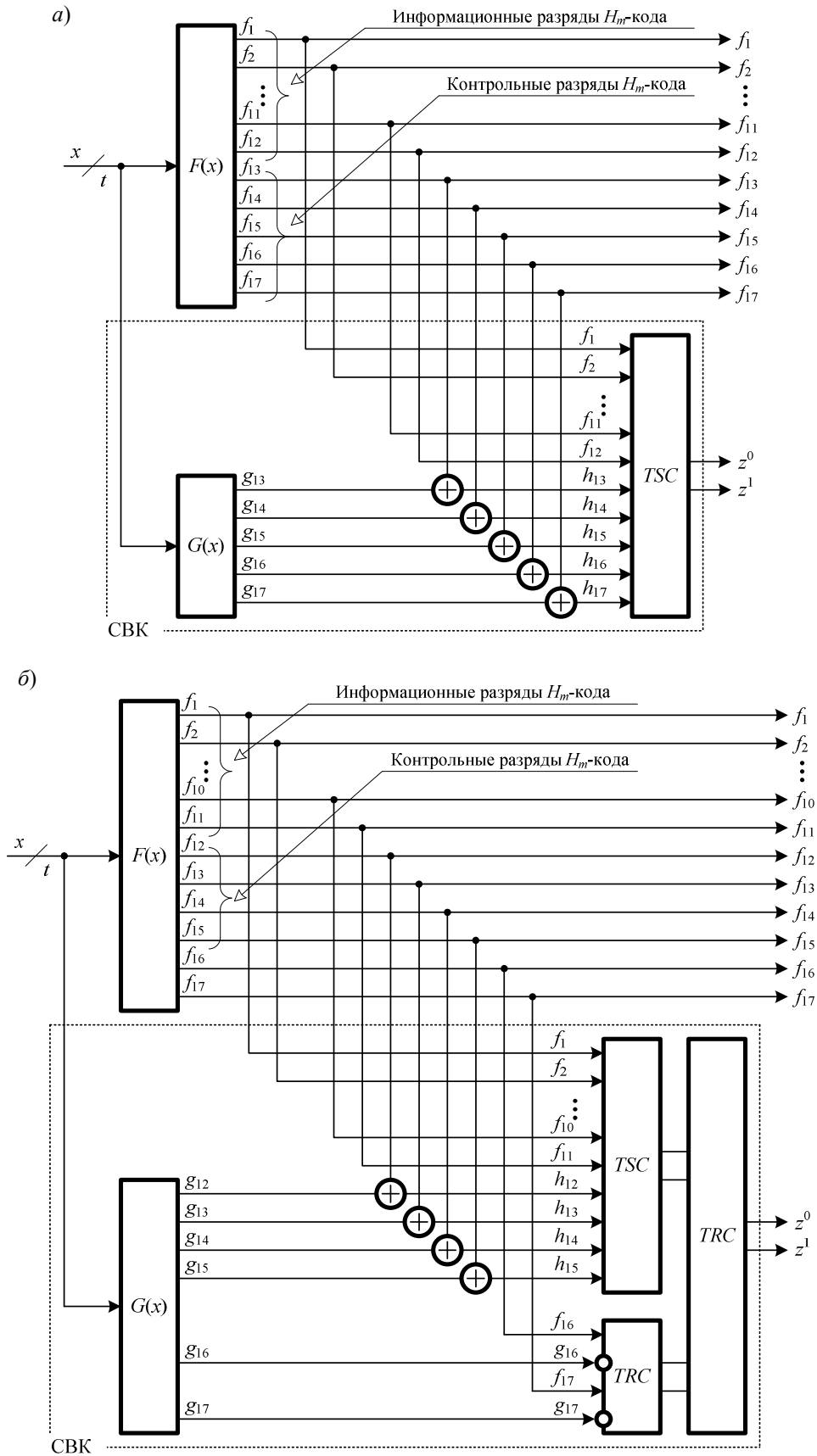


Рис. 3

Учитывая особенности H_m -кодов (см. табл. 1 и утверждение 4), организуем СВК по второму варианту на основе H_{11} -кода. Данный код будет обнаруживать в общем случае вдвое большее количество ошибок на выходах, а также иметь на один контрольный разряд меньше, чем H_{12} -код. Таким образом, 11 выходов блока $F(x)$ будут соответствовать информационным разрядам, следующие 4 — контрольным разрядам H_{11} -кода. Два оставшихся разряда в СВК продублируем с предварительным инвертированием для использования в структуре схем сжатия парафазных сигналов (элементов TRC — *two-rail checkers*) [27, 28].

Второй вариант организации СВК предполагает наличие шести выходов у блока $G(x)$. Кроме того, это требует применения дополнительно двух элементов TRC . Однако в пользу именно этого варианта организации СВК говорит следующее. Во-первых, при использовании логического дополнения функции, описывающие выходы блока $G(x)$, можно оптимизировать и делать достаточно простыми, поэтому блоки контрольной логики в каждой из СВК могут оказаться соизмеримыми по сложности реализации, а для второго варианта можно построить более простой блок $G(x)$. Во-вторых, сложность элементов TRC невысока, они являются стандартными, а тестер H_{11} -кода проще тестера H_{12} -кода. В-третьих, число элементов преобразования во втором случае на единицу меньше; в-четвертых, при соизмеримой сложности самих СВК потенциальное число необнаруживаемых ошибок (на основании утверждения 4) уменьшается вдвое.

Пример 2. Дано устройство $F(x)$ с 45 выходами. Требуется организовать СВК по методу логического дополнения с применением кодов Хэмминга.

Здесь также возможно несколько вариантов решения поставленной задачи. Рассмотрим три из них, приведенные на рис. 4: *a* — контроль всех выходов на основе H_{39} -кода; *b* — контроль вычислений по двум группам выходов на основе кодов H_{25} и H_{11} ; *в* — контроль вычислений по трем группам выходов на основе H_{11} -кода.

Первый вариант основан на использовании H_{39} -кода для контроля вычислений по всем выходам устройства $F(x)$. 39 выходов объекта диагностирования в СВК не преобразуются, а 6 — преобразуются. Второй вариант организации СВК связан с выделением двух контролируемых групп выходов на основе кодов H_{25} и H_{11} . При этом 36 выходов объекта диагностирования в СВК напрямую подключаются к тестерам выбранных кодов, а 9 — после преобразования. Третий вариант организации СВК подразумевает выделение трех групп выходов с контролем каждой из них по H_{11} -коду. В этом случае 33 выхода объекта диагностирования не преобразуются, а 12 — преобразуются в СВК. Отметим также, что контроль вычислений по группам выходов подразумевает использование такого количества тестеров кодов, сколько групп выделено, а выходы тестеров объединяются на входах самопроверяемого компаратора, который может быть реализован на основе модулей TRC [29].

Отметим, что с ростом числа выделяемых групп выходов увеличивается и сложность технической реализации СВК. Посмотрим, как это влияет на характеристики обнаружения ошибок на выходах устройства $F(x)$. В табл. 2 приведены характеристики обнаружения ошибок на выходах устройства с 45 выходами. Сразу оговоримся, что речь идет о максимальном потенциальном числе ошибок, ведь на выходах реальных устройств с реальными структурами часть ошибок исключена. Однако приведенный пример показывает, как изменяются показатели обнаружения ошибок с выделением групп выходов.

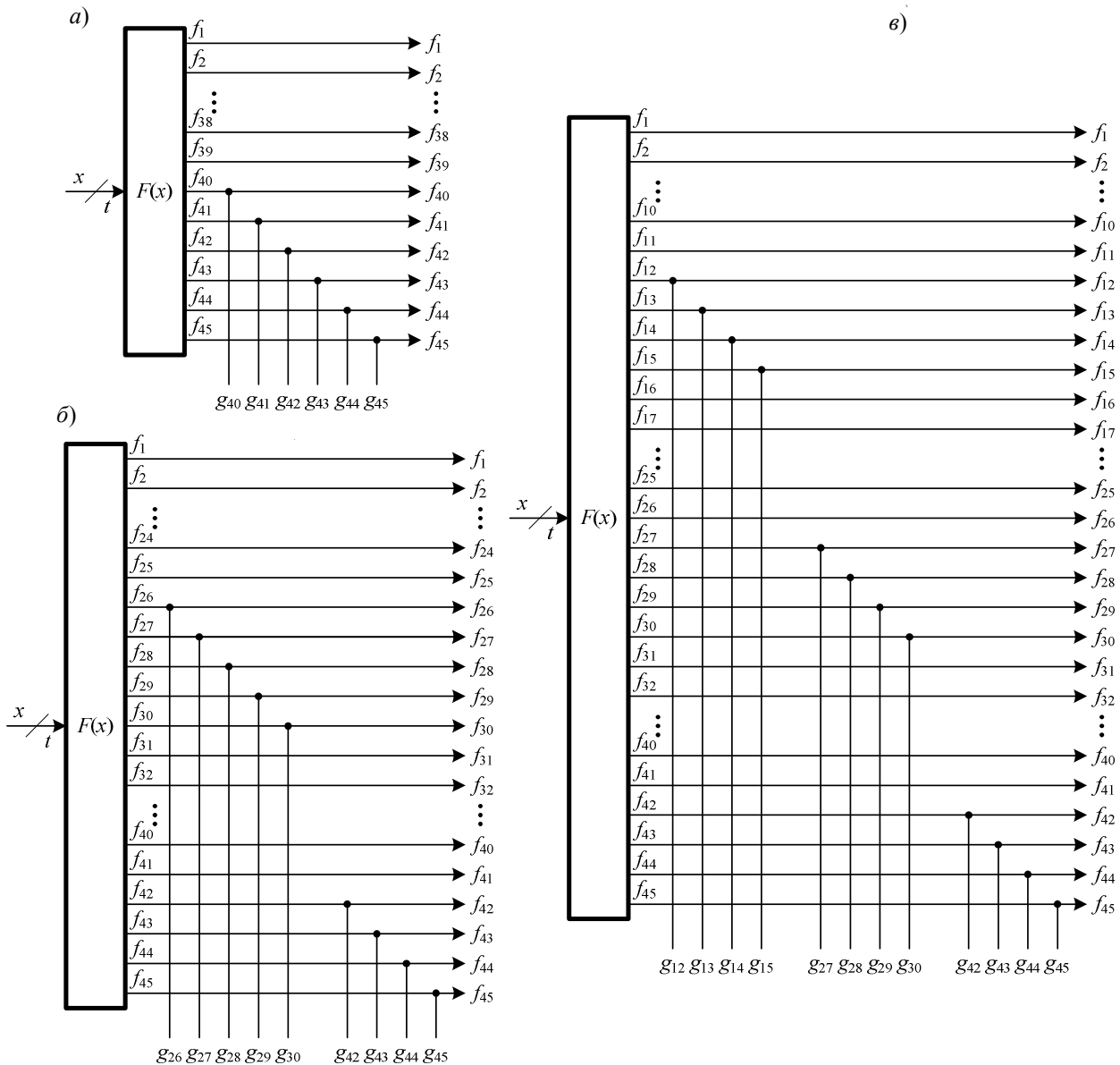


Рис. 4

Сравним второй и третий варианты организации СВК с первым. Число потенциальных необнаруживаемых ошибок при организации СВК по второму варианту сокращается в 268 435 463 раз по сравнению с первым вариантом! Число потенциальных необнаруживаемых ошибок при организации СВК по третьему варианту сокращается в $2,40309 \cdot 10^{16}$ раз по сравнению с первым вариантом!

Таблица 2

Обнаруживающие характеристики различных структур организации СВК

| Вариант организации СВК | Применяемые коды | m | k | N_m | N_m^D | N_{m+k}^{DC} |
|-------------------------|------------------|-----|-----|------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|
| I | H_{39} | 39 | 6 | $3,02231 \cdot 10^{23}$ | $4,722 \cdot 10^{21}$ | $2,975 \cdot 10^{23}$ |
| ВСЕГО | | | | $3,0223 \cdot 10^{23}$ | $4,72 \cdot 10^{21}$ | $2,98 \cdot 10^{23}$ |
| II | H_{25} | 25 | 5 | $1,1259 \cdot 10^{15}$ | $3,518 \cdot 10^{13}$ | $1,091 \cdot 10^{15}$ |
| II | H_{11} | 11 | 4 | 4 192 256 | 260 096 | 3 932 160 |
| ВСЕГО | | | | $1,1259 \cdot 10^{15}$ | $3,52 \cdot 10^{13}$ | $1,09 \cdot 10^{15}$ |
| III | H_{11} | 11 | 4 | 4192256 | 260096 | 3 932 160 |
| III | H_{11} | 11 | 4 | 4192256 | 260096 | 3 932 160 |
| III | H_{11} | 11 | 4 | 4 192 256 | 260 096 | 3 932 160 |
| ВСЕГО | | | | 12 576 768 | 780 288 | 11 796 480 |

Сравним третий вариант организации СВК со вторым. Число потенциальных необнаруживаемых ошибок сокращается в 89 522 195 раз!

Таким образом, при некотором увеличении сложности технической реализации (эту сложность трудно оценить без привязки к реальным структурам устройств $F(x)$) достигается колоссальное уменьшение числа потенциальных необнаруживаемых ошибок в СВК, организованной по методу логического дополнения.

Снизить сложность технической реализации СВК можно за счет уменьшения числа контрольных разрядов в кодах и рассмотрения таких кодов, которые вне зависимости от числа информационных разрядов имеют постоянное значение k . Если речь идет о разделимых кодах, обладающих свойством равномерности распределения информационных векторов между контрольными векторами, то полученные результаты для H_m -кодов будут справедливы. Однако из формулы (2) следует, что в таком случае число необнаруживаемых ошибок, возникающих только в информационных разрядах, с ростом значения m будет также возрастать, а вот количество необнаруживаемых ошибок, возникающих как в информационных, так и в контрольных разрядах, наоборот, снижаться, по сравнению с H_m -кодами. Другими словами, будет иное перераспределение ошибок между разрядами. Из формулы (7) имеем следующие результаты (табл. 3).

Таблица 3
Предельные значения показателя ϑ_m

| k | $\lim_{m \rightarrow \infty} \vartheta_m$ |
|-----|-------------------------------------------|
| 1 | 1 |
| 2 | 3 |
| 3 | 7 |
| 4 | 15 |
| 5 | 31 |

Кодами с постоянным значением k вне зависимости от значения m не будет обнаруживаться больше ошибок в кодовых словах, чем H_m -кодами. При этом будет наблюдаться меньшая разница между числом необнаруживаемых ошибок, возникающих и в информационных, и в контрольных разрядах, и числом необнаруживаемых ошибок, возникающих только в информационных разрядах. Иными будут и распределения необнаруживаемых ошибок по кратностям. Эти факты следует учитывать при уменьшении сложности технической реализации СВК за счет применения иных оптимальных кодов.

Также существует способ снижения числа необнаруживаемых ошибок за счет исключения возникающих одновременно искажений информационных и контрольных разрядов [26]. Для этого осуществляется определенный подбор выходов объекта диагностирования, которые преобразуются в СВК — они должны образовывать группу выходов, не зависящих от других выходов. Учитывая значения показателя ϑ_m для H_m -кодов, можно сделать вывод, что такое выделение групп выходов позволяет существенно сократить число необнаруживаемых ошибок. Это, однако, можно сделать не для любых устройств. Тем не менее, даже наличие одного или нескольких зависимых выходов в преобразуемой группе снижает число потенциальных необнаруживаемых ошибок.

Заключение. Выбор классических кодов Хэмминга на этапе синтеза цифровых устройств и вычислительных систем позволяет наделять структуры последних свойствами контролепригодности, самопроверяемости и отказоустойчивости. При этом целесообразно в полной мере учитывать свойства обнаружения ошибок кодами Хэмминга: как отдельно в информационных разрядах, установленные в [5, 15—17], так и одновременно возникающие в информационных и контрольных разрядах. Для последнего случая в настоящей работе установлены некоторые особенности кодов Хэмминга. Приведенные примеры учета свойств

обнаружения ошибок кодами Хэмминга убедительно показывают эффективность их применения при организации СВК по методу логического дополнения.

Следует отметить, что по формуле (2) подсчитывается и общее число необнаруживаемых ошибок в любом разделимом коде, обладающем свойством равномерности распределения информационных векторов между контрольными векторами (оптимальном коде по критерию минимума общего количества необнаруживаемых ошибок при заданных значениях m и k) [22, 23]. Поэтому полученные в настоящей статье результаты могут использоваться и при организации СВК по методу логического дополнения с иными оптимальными кодами. Тем не менее, следует отметить, что коды Хэмминга обладают хорошими характеристиками обнаружения ошибок в области малой их кратности, что оставляет приоритет использования их на практике [5].

В качестве не недостатка, но особенности кодов Хэмминга отметим то, что они не являются кодами с обнаружением каких-либо отдельных видов ошибок в словах (например, любых монотонных, или однонаправленных). Это требует при синтезе полностью самопроверяемых СВК выделения H^r -независимых (r — число допустимых одновременно искажаемых выходов) групп выходов с отдельным их контролем по кодам Хэмминга [5]. Учет установленных в настоящей статье свойств кодов Хэмминга окажется полезным при синтезе СВК для цифровых устройств, а также при разработке автоматизированных средств проектирования логических схем.

В качестве дальнейших перспектив можно отметить возможность анализа возникающих в кодовых словах ошибок с классификацией их по кратностям (числу искажаемых разрядов), а также по видам (по числу сочетаний искажений нулевых и единичных разрядов) [22, 23].

Коды Хэмминга могут эффективно использоваться не только для синтеза отказоустойчивых структур цифровых устройств, но и для реализации технических средств их диагностирования. В том числе интересным может оказаться их применение в тех приложениях, где требуется оперативное обнаружение неисправностей [30].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hamming R. W.* Error Detecting and Correcting Codes // *Bell System Technical Journal*. 1950. Vol. 29, N 2. P. 147—160.
2. *Peterson W. W.* Error-Correcting Codes. NY: Massachusetts Institute of Technology and John Wiley & Sons, 1961. 285 p.
3. *MacWilliams F. J., Sloane N. J. A.* The Theory of Error-Correcting Codes. Amsterdam: North-Holland, 1977. 785 p.
4. *Hamming R. W.* Coding and Information Theory. NY: Prentice-Hall, 1986. 272 p.
5. *Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В.* Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств. СПб: Наука, 2018. 151 с.
6. *Лисенков В. М., Бестемьянов П. Ф., Леушин В. Б., Лисенков А. В., Ваньшин А. Е.* Системы управления движением поездов на перегонах: учеб. для вузов ж.-д. транспорта в 3 ч. Ч. 2. М.: Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2009. 324 с.
7. *Nikitin D., Manakov A., Nikitin A., Popov P., Kotenko A.* Automatic Locomotive Signalization System Modification with Weight-Based Sum Codes // *Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symp. (EWDTS'2017)*. Novi Sad, Serbia, 29 September—2 October 2017. P. 332—336. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110099.
8. *Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y.* Experimental Study on Hamming and Hsiao Codes in the Context of Embedded Applications // *Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symp. (EWDTS'2017)*. Novi Sad, Serbia, 29 September—2 October 2017. P. 25—28. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
9. *Ojiganov A. A.* The Use of Hamming Codes in Digital Angle Converters Based on Pseudo-Random Code Scales // *Measurement Techniques*. 2015. Vol. 58, is. 5. P. 512—519. DOI: 10.1007/s11018-015-0746-7.
10. *Согомонян Е. С., Слабаков Е. В.* Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. М.: Радио и связь, 1989. 208 с.

11. *Telprukhov D. V., Zhukova T. D.* New Metric for Evaluating the Effectiveness of Redundancy in Fault-Tolerant Logic Circuits // Proc. of 19th IEEE East-West Design & Test Symp. (EWDTS'2021). Batumi, Georgia, 10—13 September 2021. P. 355—360. DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581027.
12. *Гаврилов С. В., Гуров С. И., Тельпухов Д. В., Жукова Т. Д.* Использование информационной избыточности при построении сбоеустойчивых комбинационных схем // Таврический вестник информатики и математики. 2018. № 2(39). С. 29—44.
13. *Тельпухов Д. В., Деменева А. И., Жукова Т. Д., Хрущев Н. С.* Исследование и разработка систем автоматизированного проектирования схем функционального контроля комбинационных логических устройств // Электронная техника. Сер. 3. Микроэлектроника. 2018. № 1(169). С. 15—22.
14. *Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Гессель М.* Самодвойственные дискретные устройства. СПб: Энергоатомиздат, 2001. 331 с.
15. *Ефанов Д. В.* Предельные свойства кода Хэмминга в схемах функционального диагностирования // Информатика и системы управления. 2011. № 3. С. 70—79.
16. *Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Efanov D., Blyudov A.* Analysis of Error-Detection Possibilities of CED Circuits Based on Hamming and Berger Codes // Proc. of 11th IEEE East-West Design & Test Symp. (EWDTS'2013). Rostov-on-Don, Russia, 27—30 September 2013. P. 200—207. DOI: 10.1109/EWDTS.2013.6673097.
17. *Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В.* Особенности применения кодов Хэмминга при организации самопроверяемых схем встроенного контроля // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 1. С. 47—59. DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-47-59.
18. *Гессель М., Морозов А. В., Сапожников В. В., Сапожников Вл. В.* Логическое дополнение — новый метод контроля комбинационных схем // Автоматика и телемеханика. 2003. № 1. С. 167—176.
19. *Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D.* New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008. 184 p.
20. *Efanov D., Osadchy G., Zueva M.* Specifics of Error Detection with Modular Sum Codes in Concurrent Error-Detection Circuits Based on Boolean Complement Method // Proc. of 19th IEEE East-West Design & Test Symp. (EWDTS'2021). Batumi, Georgia, 10—13 September 2021. P. 59—69. DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581036.
21. *Efanov D., Osadchy G., Zueva M.* Special Aspects of Errors Definition via Sum Codes within Embedded Control Schemas Being Realized by Means of Boolean Complement Method // Proc. of 11th IEEE Intern. Conf. on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2021). Vol. 1. Cracow, Poland, 22—25 September 2021. P. 424—431. DOI: 10.1109/IDAACS53288.2021.9660837.
22. *Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В.* Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 1. Классические коды Бергера и их модификации. М.: Наука, 2020. 383 с.
23. *Сапожников В. В., Сапожников Вл. В., Ефанов Д. В.* Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 2. Взвешенные коды с суммированием. М.: Наука, 2021. 455 с.
24. *Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Efanov D., Dmitriev V.* Weighted Sum Code without Carries – is an Optimum Code with Detection of Any Double Errors in Data Vectors // Proc. of 14th IEEE East-West Design & Test Symp. (EWDTS'2016). Yerevan, Armenia, 14—17 October 2016. P. 134—141. DOI: 10.1109/EWDTS.2016.7807686.
25. *Morozov M., Saposhnikov V. V., Saposhnikov Vl. V., Goessel M.* New Self-Checking Circuits by Use of Berger-Codes // Proc. of 6th IEEE Intern. On-Line Testing Workshop. Palma de Mallorca, Spain, 3—5 July 2000. P. 171—176.
26. *Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V.* The Self-Checking Concurrent Error-Detection Systems Synthesis Based on the Boolean Complement to the Bose-Lin Codes with the Modulo Value $M=4$ // Electronic Modeling. 2021. Vol. 43, is. 1. P. 28—45. DOI: 10.15407/emodel.43.01.028.
27. *Nikolos D.* Self-Testing Embedded Two-Rail Checkers // J. of Electronic Testing: Theory and Applications. 1998. Vol. 12, is. 1-2. P. 69—79. DOI: 10.1023/A:1008281822966.
28. *Lala P. K.* Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2001. 216 p.
29. *Huches J. L. A., McCluskey E. J., Lu D. J.* Design of Totally Self-Checking Comparators with an Arbitrary Number of Inputs // IEEE Transactions on Computers. 1984. Vol. C-33, N 6. P. 546—550.

30. Drozd O., Sachenko A., Hiromoto R., Zashcholkin K., Drozd M. Particularities of Sync Monitoring in FPGA Components of Safety-Related Systems // Proc. of 11th IEEE Intern. Conf. on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2021). Vol. 2. Cracow, Poland, 22–25 September 2021. P. 979–983. DOI: 10.1109/IDAACS53288.2021.9660928.

Сведения об авторе

Дмитрий Викторович Ефанов

— д-р техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого; Высшая школа транспорта Института машиностроения, материалов и транспорта; профессор; Российский университет транспорта, кафедра автоматизации, телемеханики и связи на железнодорожном транспорте; профессор;
E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Поступила в редакцию 23.03.22; одобрена после рецензирования 31.03.22; принята к публикации 27.12.22.

REFERENCES

1. Hamming R.W. *Bell System Technical Journal*, 1950, no. 2(29), pp. 147–160.
2. Peterson W.W. *Error-Correcting Codes*, NY, Massachusetts Institute of Technology and John Wiley & Sons, 1961, 285 p.
3. MacWilliams F.J., Sloane N.J.A. *The Theory of Error-Correcting Codes*, Amsterdam, North-Holland, 1977, 785 p.
4. Hamming R.W. *Coding and Information Theory*, NY, Prentice-Hall, 1986, 272 p.
5. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Efanov D.V. *Kody Khemminga v sistemakh funktsional'nogo kontrolya logicheskikh ustroystv* (Hamming Codes in Logic Devices Functional Control Systems), St. Petersburg, 2018, 151 p. (in Russ.)
6. Lisenkov V.M., Bestem'yanov P.F., Leushin V.B., Lisenkov A.V., Van'shin A.E. *Sistemy upravleniya dvizheniem poezdov na peregonakh* (Control Systems of Train Service on Stages), Moscow, 2009, 324 p. (in Russ.)
7. Nikitin D., Manakov A., Nikitin A., Popov P., Kotenko A. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29–October 2, 2017, pp. 332–336, DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110099.
8. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. *Proceedings of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29–October 2, 2017, pp. 25–28, DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
9. Ojiganov A.A. *Measurement Techniques*, 2015, no. 5(58), pp. 512–519, DOI: 10.1007/s11018-015-0746-7.
10. Sogomonyan E.S., Slabakov E.V. *Samoproveryaemye ustroystva i otkazoustoychivye sistemy* (The Self-Checked Devices and Failure-Safe Systems), Moscow, 1989, 208 p. (in Russ.)
11. Telpukhov D.V., Zhukova T.D. *Proceedings of 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2021)*, Batumi, Georgia, September 10–13, 2021, pp. 355–360, DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581027.
12. Gavrilov S.V., Gurov S.I., Telpukhov D.V., Zhukova T.D. *Taurida Journal of Computer Science Theory and Mathematics*, 2018, no. 2(39), pp. 29–44. (in Russ.)
13. Telpukhov D.V., Demeneva A.I., Zhukova T.D., Khrushchev N.S. *Electronic Engineering. Series 3: Microelectronics*, 2018, no. 1(169), pp. 15–22. (in Russ.)
14. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Gessel M. *Samodvoystvennyye diskretnyye ustroystva* (Self-Dual Discrete Devices), St. Petersburg, 2001, 331 p. (in Russ.)
15. Efanov D.V. *Information Science and Control Systems*, 2011, no. 3, pp. 70–79. (in Russ.)
16. Sapozhnikov V., Sapozhnikov VI., Efanov D., Blyudov A. *Proceedings of 11th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2013)*, Rostov-on-Don, Russia, September 27–30, 2013, pp. 200–207, DOI: 10.1109/EWDTS.2013.6673097.
17. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Efanov D.V. *Journal of Instrument Engineering*, 2018, no. 1(61), pp. 47–59, DOI: 10.17586/0021-3454-2018-61-1-47-59. (in Russ.)
18. Gessel M., Morozov A.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V. *Automation and Remote Control*, 2003, no. 1(64), pp. 153–161, DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1021884727370>.
19. Göessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. *New Methods of Concurrent Checking*, Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008, 184 p.
20. Efanov D., Osadchy G., Zueva M. *Proceedings of 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2021)*, Batumi, Georgia, September 10–13, 2021, pp. 59–69, DOI: 10.1109/EWDTS52692.2021.9581036.
21. Efanov D., Osadchy G., Zueva M. *Proceedings of 11th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2021)*, Vol. 1, Cracow, Poland, September 22–25, 2021, pp. 424–431, DOI: 10.1109/IDAACS53288.2021.9660837.
22. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Efanov D.V. *Kody s summirovaniyem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. T. 1. Klassicheskiye kody Bergera i ikh modifikatsii* (Summed Codes for Technical Diagnostic Systems. Vol. 1. Classical Berger Codes and Their Modifications), Moscow, 2020, 383 p. (in Russ.)
23. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov VI.V., Efanov D.V. *Kody s summirovaniyem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. T. 2. Vzveshennyye kody s summirovaniyem* (Summed Codes for Technical Diagnostic Systems. Vol. 2. Weighted Codes with Summation), Moscow, 2021, 455 p. (in Russ.)
24. Sapozhnikov V., Sapozhnikov VI., Efanov D., Dmitriev V. *Proceedings of 14th IEEE East-West Design & Test Sym-*

- posium (EWDTs2016), Yerevan, Armenia, October 14–17, 2016, pp. 134–141, DOI: 10.1109/EWDTs.2016.7807686.
25. Morozov M., Saposhnikov V.V., Saposhnikov V.V., Goessel M. *Proceedings of 6th IEEE International On-Line Testing Workshop*, Palma de Mallorca, Spain, July 3–5, 2000, pp. 171–176.
26. Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.V. *Electronic Modeling*, 2021, no. 1(43), pp. 28–45, DOI: 10.15407/emodel.43.01.028.
27. Nikolos D. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1998, no. 1–2(12), pp. 69–79, DOI: 10.1023/A:1008281822966.
28. Lala P.K. *Self-Checking and Fault-Tolerant Digital Design*, San Francisco, Morgan Kaufmann Publishers, 2001, 216 p.
29. Huches J.L.A., McCluskey E.J., Lu D.J. *IEEE Transactions on Computers*, 1984, no. 6(C-33), pp. 546–550.
30. Drozd O., Sachenko A., Hiromoto R., Zashcholkin K., Drozd M. *Proceedings of 11th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2021)*, Vol. 2, Cracow, Poland, September 22–25, 2021, pp. 979–983, DOI: 10.1109/IDAACS53288.2021.9660928.

Data on author**Dmitry V. Efanov**

— Dr. Sci., Associate Professor; Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Institute of Machinery, Materials, and Transport; Higher School of Transport; Professor; Russian University of Transport, Department of Automation, Remote Control, and Communications on Railway Transport; Professor; E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Received 23.03.22; approved after reviewing 31.03.22; accepted for publication 27.12.22.