УДК 681.51
DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-4-266-275

АЛГОРИТМ АДАПТИВНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

А. А. Пыркин*, А. А. Бобцов, Х. Т. Нгуен

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия
*a.pyrkin@gmail.com

Аннотация. Рассматривается задача идентификации неизвестных параметров для класса нестационарных нелинейных систем. Предполагается, что нестационарные параметры могут быть представлены как выходы линейных генераторов с неизвестными матрицами состояния и начальными условиями. Предполагается, что переменные состояния системы доступны для измерения. На первом шаге разработанного алгоритма решается задача параметризации исходной динамической модели с получением линейной статической регрессионной модели. На втором шаге алгоритма оцениваются неизвестные постоянные параметры линейной регрессионной модели. Затем выполняется синтез наблюдателей для нестационарных параметров. Представленные результаты компьютерного моделирования демонстрируют работоспособность предложенного алгоритма.

Ключевые слова: *нестационарные нелинейные системы, идентификация параметров, регрессионная модель*

Благодарности: работа поддержана грантом Президента Российской Федерации № МД-3574.2022.4.

Ссылка для цитирования: *Пыркин А. А., Бобцов А. А., Нгуен Х. Т.* Алгоритм адаптивного оценивания параметров для класса нелинейных нестационарных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 4. С. 266—275. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-4-266-275.

ALGORITHM OF ADAPTIVE ESTIMATION OF PARAMETERS FOR A CLASS OF NONLINEAR NON-STATIONARY SYSTEMS

A. A. Pyrkin*, A. A. Bobtsov, K. T. Nguen

ITMO University, St. Petersburg, Russia
*a.pyrkin@gmail.com

Abstract. The problem of identification of unknown parameters for a class of non-stationary nonlinear systems is considered. It is assumed that non-stationary parameters can be represented as outputs of linear generators with unknown state matrices and initial conditions. The system state variables are supposed to be available for measurement. At the first step of the developed algorithm, the problem of parametrization of the initial dynamic model is solved to obtain a linear static regression model. At the second step of the algorithm, the unknown constant parameters of the linear regression model are estimated. Then the synthesis of observers for non-stationary parameters is performed. Presented results of computer simulation demonstrate the proposed algorithm efficiency.

Keywords: non-stationary nonlinear systems, identification of parameters, regression model

Acknowledments: the work was supported by the grant of the President of the Russian Federation No. MD-3574.2022.4.

For citation: Pyrkin A. A., Bobtsov A. A., Nguen K. T. Algorithm of adaptive estimation of parameters for a class of nonlinear non-stationary systems. *Journal of Instrument Engineering.* 2023. Vol. 66, N 4. P. 266—275 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-4-266-275.

Введение. Оценивание переменных параметров нелинейных нестационарных систем является актуальной задачей для широкого круга научно-технических и практических задач. Особенности оценивания параметров нестационарных систем и синтеза наблюдателей переменных состояния хорошо изучены в работах [1—11]. В статьях [1, 2] предложены не требующие идентификации параметров объекта управления методы управления нестационарными системами на основе прямого адаптивного управления. Благодаря развитию методов непрямого адаптивного управления возможно для большого класса задач использовать именно идентификационные подходы к адаптивному управлению. Особенности применения непрямых походов к синтезу наблюдателей нестационарных систем рассматриваются в работах [3—9].

В [3] предложен алгоритм оценивания полиномиальных параметров нестационарных систем. Метод решения поставленной задачи основан на преобразовании математической модели управления к виду линейного регрессионного выражения.

В [4] представлен алгоритм оценивания неизвестных параметров линейных нестационарных объектов управления. Неизвестные параметры рассматриваются в виде линейной или кусочно-линейной функции времени. В результате параметризации линейного нестационарного объекта управления с использованием линейного фильтра получается линейная регрессионная модель.

В работах [6—9] предложены методы синтеза наблюдателей для нестационарных систем, основанные на методе GPEBO (обобщенный наблюдатель, основанный на оценке начальных условий) [12].

В настоящей работе рассмотрены более сложные допущения по неизвестным нестационарным параметрам в предположении, что параметры системы могут быть представлены линейными генераторами с неизвестными матрицей состояния и вектором начальных условий.

Постановка задачи. Рассмотрим класс нелинейных нестационарных систем вида

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \theta_1 f_1(x_1) + x_2 + b_1 u,\\ \dot{x}_2 &= \theta_2 f_2(x_2) + x_3 + b_2 u,\\ &\vdots\\ \dot{x}_n &= \theta_n f_n(x_n) + b_n u,\end{aligned} \tag{1}$$

$$y = x_1, \tag{2}$$

где $x_i \in \mathbb{R}^1$ — измеряемое состояние; $\theta_i \in \mathbb{R}^1$ — неизвестный нестационарный параметр; $b_i \in \mathbb{R}^1$ — неизвестный параметр; $u \in \mathbb{R}^1$ — известный входной сигнал; $y \in \mathbb{R}^1$ — измеряемая выходная переменная; $f_i(x_i)$ — известная нелинейная функция, $i = \overline{1,n}$.

Требуется синтезировать алгоритм оценивания неизвестных параметров $\hat{\theta}_i(t), \hat{b}_i(t)$, обеспечивающий выполнение условий

$$\lim_{t\to\infty}\left(\theta_i - \hat{\theta}_i(t)\right) = 0, \tag{3}$$

$$\lim_{t\to\infty}\left(b_i - \hat{b}_i(t)\right) = 0 \tag{4}$$

с учетом следующих допущений.

Допущение 1. Нестационарные параметры θ_i могут быть представлены в виде линейных генераторов

$$\theta_i = \mathbf{h}_i^{\mathrm{T}} \xi_i, \tag{5}$$

$$\dot{\xi}_i = \mathbf{\Gamma}_i \xi_i, \tag{6}$$

$$\mathbf{\Gamma}_i = \mathbf{\Gamma}_{0i} + \boldsymbol{\gamma}_i^{\mathrm{T}} \mathbf{h}_i,\ \mathbf{\Gamma}_{0i} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_i \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{h}_i^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

где $\xi_i \in \mathbb{R}^l$ — вектор состояния генератора с неизвестным начальным значением $\xi_i(0)$; $\mathbf{\Gamma}_i \in \mathbb{R}^{l \times l}$ — матрица неизвестных постоянных коэффициентов; $\mathbf{h}_i \in \mathbb{R}^l$ — вектор соответствующей размерности; $\boldsymbol{\gamma}_i \in \mathbb{R}^l$ — вектор неизвестных параметров.

Допущение 2. Функции $f_i(x_i)$ не равны нулю.

Параметризация модели объекта управления. Рассмотрим вспомогательную лемму [13], которая будет использована для параметризации нестационарных систем вида (1), (2) при получении линейной регрессионной модели.

Лемма. Для генератора (5)—(6) и линейного фильтра ($\frac{1}{p+\lambda}$, где $p=\frac{d}{dt}$ — дифференциальный оператор и параметр $\lambda>0$) справедливо соотношение

$$\frac{1}{p+\lambda}\xi_{i1}=\alpha_{i1}\xi_{i1}+\alpha_{i2}\xi_{i2}+\ldots+\alpha_{il}\xi_{il}, \tag{7}$$

$$\begin{cases}\theta_i=\xi_{i1},\\ \dot{\xi}_{i1}=\xi_{i2},\\ \vdots\\ \dot{\xi}_{il}=\gamma_{i1}\xi_{i1}+\gamma_{i2}\xi_{i2}+\ldots+\gamma_{il}\xi_{il},\end{cases} \tag{8}$$

где $\alpha_{im}\in\mathbb{R}$, $i=\overline{1,n}$, $m=\overline{1,l}$ — постоянные параметры.

Доказательство леммы. Применим оператор $(p+\lambda)$ к выражению (7)

$$(p+\lambda)\frac{1}{p+\lambda}\xi_{i1}=(p+\lambda)\left(\alpha_{i1}\xi_{i1}+\alpha_{i2}\xi_{i2}+\ldots+\alpha_{il}\xi_{il}\right),\ i=\overline{1,n}. \tag{9}$$

Преобразовав уравнение (9), найдем

$$\begin{gathered}\xi_{i1}=\left(\alpha_{i1}\dot{\xi}_{i1}+\alpha_{i2}\dot{\xi}_{i2}+\ldots+\alpha_{il}\dot{\xi}_{il}\right)+\lambda\left(\alpha_{i1}\xi_{i1}+\alpha_{i2}\xi_{i2}+\ldots+\alpha_{il}\xi_{il}\right),\\ \xi_{i1}=\alpha_{i1}\xi_{i2}+\alpha_{i2}\xi_{i3}+\ldots+\alpha_{i(l-1)}\xi_{il}+\alpha_{il}\left(\gamma_{i1}\xi_{i1}+\gamma_{i2}\xi_{i2}+\ldots+\gamma_{il}\xi_{il}\right)+\\ +\lambda\left(\alpha_{i1}\xi_{i1}+\alpha_{i2}\xi_{i2}+\ldots+\alpha_{il}\xi_{il}\right).\end{gathered} \tag{10}$$

С учетом уравнения (10) получим следующие соотношения:

$$\begin{cases}\lambda\alpha_{i1}+\alpha_{il}\gamma_{il}=1,\\ \lambda\alpha_{i2}+\alpha_{il}\gamma_{i2}+\alpha_{i1}=0,\\ \vdots\\ \lambda\alpha_{ik}+\alpha_{il}\gamma_{l}+\alpha_{i(k-1)}=0,\end{cases} \tag{11}$$

где $k=\overline{2,l}$.

Перепишем (11) в матричном виде

$$\begin{bmatrix}\lambda & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \gamma_{i1}\\ 1 & \lambda & 0 & \cdots & 0 & 0 & \gamma_{i2}\\ 0 & 1 & \lambda & \cdots & 0 & 0 & \gamma_{i3}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & \lambda & \gamma_{i(l-1)}\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \lambda+\gamma_{il}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_{i1}\\ \alpha_{i2}\\ \alpha_{i3}\\ \vdots\\ \alpha_{i(l-1)}\\ \alpha_{il}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\ \vdots\\0\\0\end{bmatrix}. \tag{12}$$

Из модели (12) можем найти α_k, $k=\overline{1,l}$ следующим образом:

$$\begin{bmatrix}\alpha_{i1}\\ \vdots\\ \alpha_{il}\end{bmatrix}=\left(\lambda\mathbf{I}-\begin{bmatrix}0 & 0\\ \mathbf{I} & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\gamma_{i1}\\ \vdots\\ \gamma_{il}\end{bmatrix}\right)^{-1}\begin{bmatrix}1\\ \vdots\\ 0\end{bmatrix}, \tag{13}$$

что и требовалось доказать.

Следствие. Если параметры α_{ik} известны, то можем найти γ_k как

$$\gamma_{i1} = \frac{1-\lambda\alpha_{i1}}{\alpha_{il}},\ \gamma_{ik} = \frac{-\alpha_{i(k-1)} - \lambda\alpha_{ik}}{\alpha_{il}},\ k = \overline{2,l},\ i = \overline{1,n}. \qquad (14)$$

Далее, разделив каждое уравнение (1) на $f_i(x_i)$, $i = \overline{1,n}$, получим

$$\frac{\dot{x}_i}{f(x_i)} = \theta_i + \frac{x_i}{f_i(x_i)} + b_i \frac{u}{f_i(x_i)} \qquad (15)$$

или

$$\theta_i = \frac{\dot{x}_i}{f(x_i)} - \frac{x_i}{f_i(x_i)} - b_i \frac{u}{f_i(x_i)}. \qquad (16)$$

Применим линейный фильтр $\frac{1}{p+\lambda}$ к выражению (16)

$$\frac{1}{p+\lambda}\theta_i = \frac{1}{p+\lambda}\xi_{i1} = \frac{p}{p+\lambda}Z_{i1} - \frac{1}{p+\lambda}Z_{i2} - b_i Z_{i3}, \qquad (17)$$

где $Z_{i1} = \int \frac{dx_i}{f(x_i)}$, $Z_{i2} = \frac{x_i}{f(x_i)}$, $Z_{i3} = \frac{u}{f(x_i)}$, $i = \overline{1,n},$.

Заметим, что

$$\begin{cases} \xi_{i2} = \xi_{i1}^{(1)}, \\ \xi_{i3} = \xi_{i2}^{(1)} = \xi_{i1}^{(2)}, \\ \vdots \\ \xi_{il} = \xi_{i(l-1)}^{(1)} = \xi_{i1}^{(l-1)} \end{cases} \quad i = \overline{1,n},$$

и перепишем выражение (7) в следующем виде:

$$\frac{1}{p+\lambda}\xi_{i1} = \alpha_{i1}\xi_{i1} + \alpha_{i2}\xi_{i1}^{(1)} + \alpha_{i3}\xi_{i1}^{(2)} + \ldots + \alpha_{il}\xi_{i1}^{(l-1)}, \qquad (18)$$

здесь индекс в скобках означает порядок производной.

Применим линейный фильтр $\frac{1}{(p+\lambda)^l}$ к (18) и получим

$$\frac{1}{(p+\lambda)^l}\left(\frac{1}{p+\lambda}\xi_{i1}\right) = \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}}\alpha_{i1}\left(\frac{1}{p+\lambda}\xi_{i1}\right) + \ldots + \frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}}\alpha_{il}p^{l-1}\left(\frac{1}{p+\lambda}\xi_{i1}\right). \qquad (19)$$

С использованием (17) перепишем (19) в следующем виде:

$$\frac{1}{(p+\lambda)^l}\left(\frac{p}{p+\lambda}Z_{i1} - \frac{1}{p+\lambda}Z_{i2} - b_i\frac{1}{p+\lambda}Z_{i3}\right) =$$

$$= \alpha_{i1}\frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}}\left(\frac{p}{p+\lambda}Z_{i1} - \frac{1}{p+\lambda}Z_{i2} - b_i\frac{1}{p+\lambda}Z_{i3}\right) + \ldots +$$

$$+\alpha_{il}\frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}}\left(\frac{p}{p+\lambda}Z_{i1} - \frac{1}{p+\lambda}Z_{i2} - b_i\frac{1}{p+\lambda}Z_{i3}\right). \qquad (20)$$

С учетом уравнения (20) имеем

$$\frac{1}{(p+\lambda)^l}\left(\frac{p}{p+\lambda}Z_{i1}-\frac{1}{p+\lambda}Z_{i2}\right)=$$

$$=\alpha_{i1}\frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}}\left(\frac{p}{p+\lambda}Z_{i1}-\frac{1}{p+\lambda}Z_{i2}\right)+\ldots+$$

$$+\alpha_{il}\frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}}\left(\frac{p}{p+\lambda}Z_{i1}-\frac{1}{p+\lambda}Z_{i2}\right)+$$

$$+b_i\frac{1}{(p+\lambda)^l}\frac{1}{p+\lambda}Z_{i3}-b_i\alpha_{i1}\frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}}\frac{1}{p+\lambda}Z_{i3}-\ldots-b_i\alpha_{il}\frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}}\frac{1}{p+\lambda}Z_{i3}. \qquad (21)$$

Далее на основе уравнения (21) построим регрессионные модели

$$\Xi_i(t)=\boldsymbol{\chi}_i^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Theta}_i, \qquad (22)$$

где

$\Xi_i=\frac{1}{(p+\lambda)^l}\left(\frac{p}{p+\lambda}Z_{i1}-\frac{1}{p+\lambda}Z_{i2}\right)\in\mathbb{R}^{1\times n}$ — известная функция;

$\boldsymbol{\chi}_i^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\beta_{i1} & \ldots & \beta_{il} & \beta_{i(l+1)} & \beta_{i(l+2)} & \ldots & \beta_{i(2l+1)}\end{bmatrix}\in\mathbb{R}^{(2l+1)\times n}$ — регрессор

$\beta_{i1}=\frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}}\left(\frac{p}{p+\lambda}Z_{i1}-\frac{1}{p+\lambda}Z_{i2}\right)$, $\beta_{il}=\frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}}\left(\frac{p}{p+\lambda}Z_{i1}-\frac{1}{p+\lambda}Z_{i2}\right)$,

$\beta_{i(l+1)}=\frac{1}{(p+\lambda)^l}\frac{1}{p+\lambda}Z_{i3}$, $\beta_{i(l+2)}=-\frac{1}{(p+\lambda)^{l-1}}\frac{1}{p+\lambda}Z_{i3}$, $\beta_{i(2l+1)}=-\frac{p^{l-1}}{(p+\lambda)^{l-1}}\frac{1}{p+\lambda}Z_{i3}$ — элементы регрессора;

$\boldsymbol{\Theta}=\begin{bmatrix}\alpha_{i1} & \ldots & \alpha_{il} & b_i & b_i\alpha_{i1} & \ldots & b_i\alpha_{il}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{(2l+1)\times n}$ — вектор неизвестных параметров, $i=\overline{1,n}$.

Далее с учетом следствия леммы (14) оценим параметры регрессионных моделей (22), используя метод динамического расширения регрессора и смешивания (DREM) [14] или его модификации [15], с помощью которых можно определить параметры $\boldsymbol{\Gamma}$ из (6).

Синтез наблюдателей нестационарных параметров. На основе оценки неизвестных параметров матрицы $\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_i$ и параметров $\hat{b}_i$ выполним второй шаг алгоритма оценивания параметров вектора $\xi_i(0)$ модели (5), (6) методом GPEBO [12].

Рассмотрим вспомогательную систему вида

$$\hat{\theta}_i=\mathbf{h}_i^{\mathrm{T}}\xi_{\theta i}, \qquad (23)$$

$$\dot{\xi}_{\theta i}=\boldsymbol{\Gamma}_i\xi_{\theta i}. \qquad (24)$$

Рассмотрим ошибку

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i=\xi_{\theta i}-\xi_i \qquad (25)$$

и ее производную с учетом уравнений (6) и (24)

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i=\boldsymbol{\Gamma}_i\boldsymbol{\varepsilon}_i. \qquad (26)$$

Для решения дифференциального уравнения (26) найдем

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = e^{\boldsymbol{\Gamma}_i t}\boldsymbol{\varepsilon}_i(0) = \boldsymbol{\Phi}_i\boldsymbol{\varepsilon}_i(0) = \boldsymbol{\Phi}_i\boldsymbol{\eta}_i, \tag{27}$$

где $\dot{\boldsymbol{\Phi}}_i$ — фундаментальная матрица, для которой $\dot{\boldsymbol{\Phi}}_i = \boldsymbol{\Gamma}_i\boldsymbol{\Phi}_i$ $\boldsymbol{\Phi}_i(0) = \mathbf{I}_{l\times l}$; $\boldsymbol{\eta}_i^{\mathrm{T}} = [\eta_{i1} \ \ \dots \ \ \eta_{il}] \in \mathbb{R}^{l\times n}$, $i = \overline{1,n}$, — искомый вектор неизвестных параметров.

Если в начальный момент времени состояние (24) равно нулю, то $\boldsymbol{\eta}_i$ является вектором начальных условий системы (5)—(6):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i(0) = -\xi_i(0). \tag{28}$$

Задача оценивания векторов $\xi_i(0)$ может быть сведена к идентификации векторов неизвестных параметров $\boldsymbol{\eta}_i$, при этом $\hat{\theta}_i$ может быть представлена в следующем виде:

$$\hat{\theta}_i = \mathbf{h}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\Phi}}_i\boldsymbol{\eta}_i. \tag{29}$$

Подставив (29) в уравнение (17), получим регрессионное уравнение

$$q_i(t) = \mathbf{M}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\eta}_i, \tag{30}$$

где $q_i(t) = \dfrac{p}{p+\lambda}Z_{i1} - \dfrac{1}{p+\lambda}Z_{i2} - b_i\dfrac{1}{p+\lambda}Z_{i3}$ — известные функции;

$\mathbf{M}_i^{\mathrm{T}} = \left[\dfrac{1}{p+\lambda}\boldsymbol{\Phi}_{i11} \ \ \cdots \ \ \dfrac{1}{p+\lambda}\boldsymbol{\Phi}_{i1l}\right] \in \mathbb{R}^{l\times n}$ — регрессор;

$\boldsymbol{\eta}_i^{\mathrm{T}} = [\eta_{i1} \ \ \dots \ \ \eta_{il}] \in \mathbb{R}^{l\times n}, i = \overline{1,n}$ — вектор неизвестных параметров.

Для оценивания параметров регрессионных моделей (30) используются метод динамического расширения регрессора и смешивания [14] или его модификации [15]. В результате получим l независимых линейных регрессионных моделей первого порядка, неизвестными параметрами которых являются компоненты постоянного вектора неизвестных параметров исходной регрессионной модели.

Математическое моделирование. Результаты моделирования иллюстрируют эффективность предложенного алгоритма оценивания неизвестных параметров нестационарных систем. Моделирование выполнено с использованием программной среды MATLAB/Simulink при следующих параметрах системы (1)—(2):

$$n = 2;\ \boldsymbol{\Gamma}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \xi_1(0) = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, b_1 = 3,\ f(x_1) = 3 + \sin(x_1), u = -(3 + \sin(t))x,$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}, \xi_2(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, b_2 = 2,\ f(x_2) = 2 + \sin(x_2).$$

На рис. 1 приведены переходные процессы оценки неизвестных параметров $\hat{\alpha}_{11}(t)$, $\hat{\alpha}_{12}(t)$ при $\alpha_{11} = 0{,}5, \alpha_{12} = -0{,}5$; на рис. 2 показаны переходные процессы неизвестных параметров $\hat{\gamma}_{11}(t)$, $\hat{\gamma}_{12}(t)$ при $\gamma_{11} = -1, \gamma_{12} = 0$; на рис. 3 представлен результат оценивания параметра $\hat{b}_1(t)$ при $b_1 = 3$; на рис. 4 приведены оценки неизвестных параметров вектора начальных условий $\hat{\xi}_1(0)$, при $\xi_1(0)=\begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}$; на рис. 5 показаны результаты моделирования $\theta_1(t)$ и $\hat{\theta}_1(t)$; на рис. 6 представлен график ошибок $\tilde{\theta}_1=\theta_1(t)-\hat{\theta}_1(t)$.

На рис. 7 приведены оценки неизвестных параметров $\hat{\alpha}_{21}(t)$, $\hat{\alpha}_{22}(t)$ при $\alpha_{21}=0{,}2$, $\alpha_{22}=-0{,}2$, на рис. 8 показаны переходные характеристики неизвестных параметров $\hat{\gamma}_{21}(t)$, $\hat{\gamma}_{22}(t)$ при $\gamma_{21}=-4$, $\gamma_{22}=0$, на рис. 9 представлен результат оценивания параметра $\hat{b}_2(t)$ при $b_2=2$, на рис. 10 приведены переходные процессы оценки неизвестных параметров вектора начальных условий $\hat{\xi}_2(0)$, при $\xi_2(0)=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$, на рис. 11 приведены результаты моделирования $\theta_2(t)$ и $\hat{\theta}_2(t)$; на рис. 12 — график ошибок $\tilde{\theta}_2(t)=\theta_2(t)-\hat{\theta}_2(t)$.

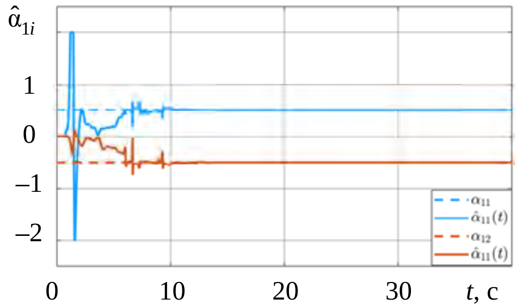

Рис. 1

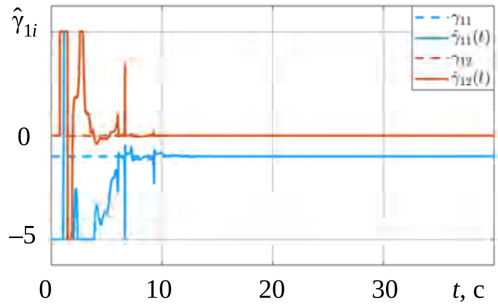

Рис. 2

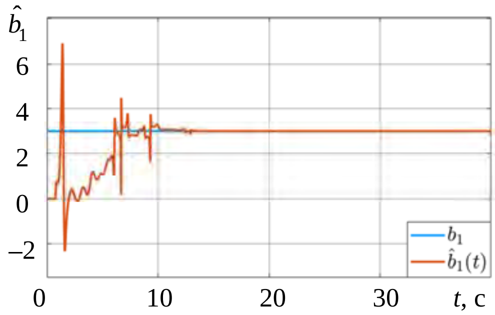

Рис. 3

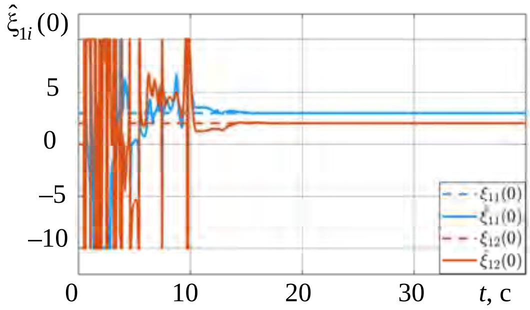

Рис. 4

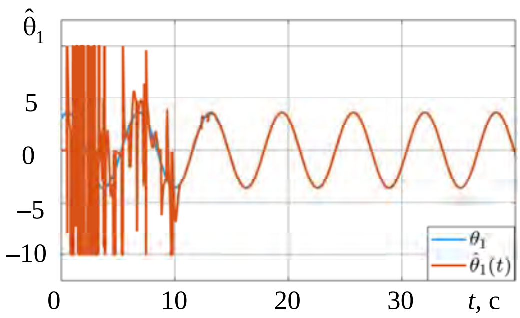

Рис. 5

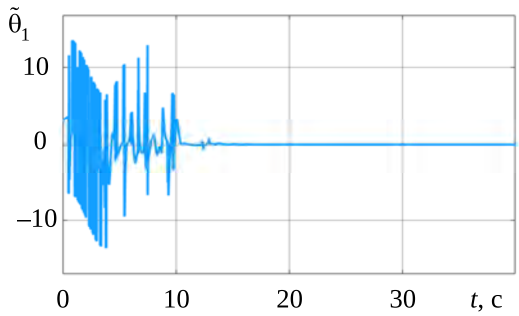

Рис. 6

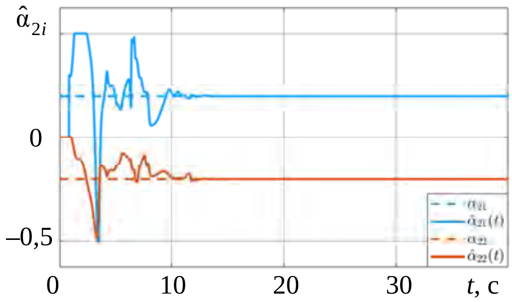

Рис. 7

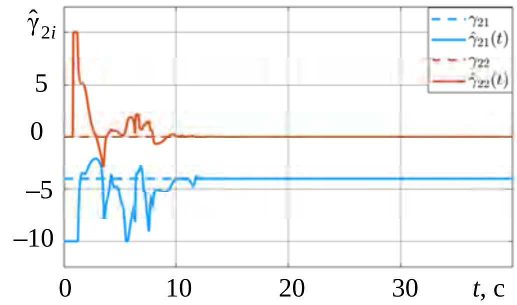

Рис. 8

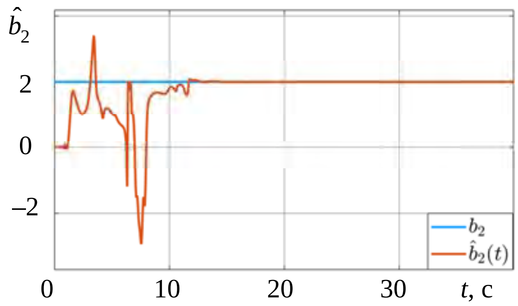

Рис. 9

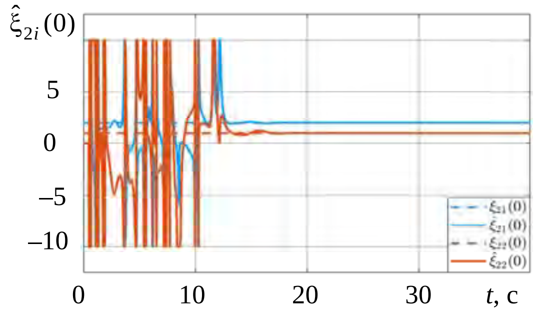

Рис. 10

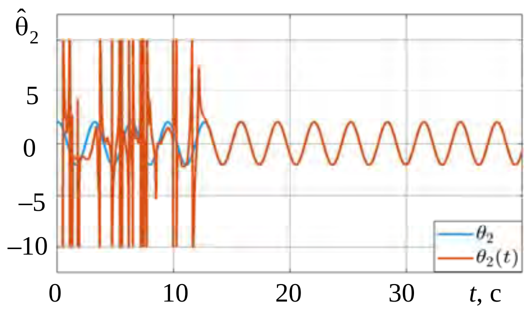

Рис. 11

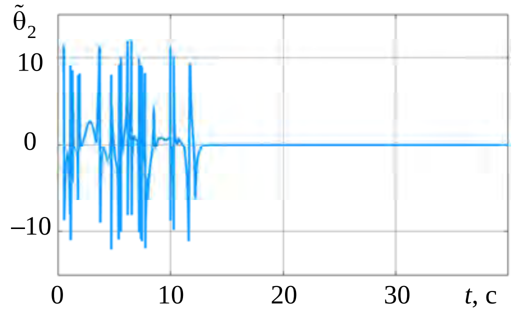

Рис. 12

На рис. 1—12 приведены результаты моделирования предложенного в работе алгоритма оценивания параметров нелинейных нестационарных систем. Как видно из графиков, алгоритм обеспечивает сходимость к истинным значениям оценивания для всех неизвестных параметров системы.

Заключение. В работе предложен алгоритм идентификации неизвестных параметров нелинейных нестационарных систем. Решение поставленной задачи основано на преобразовании динамической модели управления к виду линейной регрессионной. Выполнена оценка неизвестных параметров регрессионных моделей с использованием метода динамического расширения регрессора. Результаты моделирования иллюстрируют сходимость оценивания параметров к истинным значениям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бобцов А. А., Наговицина А. Г.* Адаптивное управление по выходу линейными нестационарными объектами // Автоматика и телемеханика. 2006. № 12. С. 163—174.

2. *Бобцов А. А., Григорьев В. В., Наговицина А. Г.* Алгоритм адаптивного управления нестационарным объектом в условиях возмущения и запаздывания // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 1. С. 8—14.

3. *Данг Б., Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А.* Идентификация полиномиальных параметров нестационарных линейных систем // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 6. С. 459—468.

4. *Ле В. Т., Коротина М. М., Бобцов А. А., Арановский С. В., Во К. Д.* Идентификация линейно изменяющихся во времени параметров нестационарных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. 2019. Т. 20, № 5. С. 259—265.

5. *Ван Ц., Ле В. Т., Пыркин А. А., Колюбин С. А., Бобцов А. А.* Идентификация кусочно-линейных параметров регрессионных моделей нестационарных детерминированных систем // Автоматика и телемеханика. 2018. № 12. С. 71—82.

6. *Данг Б., Пыркин А. А., Бобцов А. А., Ведяков А. А.* Синтез адаптивного наблюдателя для нестационарных нелинейных систем с неизвестными полиномиальными параметрами // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21, № 3(133). С. 374—379.

7. *Бобцов А. А., Николаев Н. А., Ортега Мартинес Р., Слита О. В., Козачёк О. А.* Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейной нестационарной системы с частично неизвестными параметрами матрицы состояния и вектора входа // Мехатроника, автоматизация, управление. 2022. Т. 23, № 6. С. 283—288.

8. *Бобцов А. А., Лямин А. В., Сергеев К. А.* Синтез закона адаптивного управления для стабилизации не точно заданных нестационарных объектов // Изв. вузов. Приборостроение. 2001. № 3. С. 3—7.

9. *Во Куок Д., Бобцов А. А.* Адаптивный наблюдатель переменных состояния линейных нестационарных систем с параметрами, заданными не точно // Автоматика и телемеханика. 2020. № 12. С. 100—110.

10. *Цыкунов А. М.* Робастное управление нестационарными объектами // Автоматика и телемеханика. 1996. № 2. С. 117—125.

11. *Клейман Е. Г., Мочалов И. А.* Идентификация нестационарных объектов // Автоматика и телемеханика. 1994. 1994, № 2. С. 3—22.

12. *Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D.* Generalized parameter estimation-based observers: Application to power systems and chemical–biological reactors // Automatica. 2021. Vol. 129. P. 109635.

13. *Мирошник И. В., Никифоров В. О.* Синтез линейных систем автоматического управления. СПб: СПб ГИТМО (ТУ), 2000. 76 с.

14. *Aranovskiy S., Bobsov A., Ortega R., Pyrkin A.* Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. Vol. 62, N 7. P. 3546—3550.

15. *Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Isidori A.* An adaptive observer for uncertain linear time-varying systems with unknown additive perturbations // Automatica. 2023. Vol. 147. P. 110677.

Сведения об авторах

Антон Александрович Пыркин — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; профессор; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

Алексей Алексеевич Бобцов — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; профессор; E-mail: bobstov@mail.ru

Нгуен Хак Тунг — аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com

Поступила в редакцию 23.12.22; одобрена после рецензирования 28.12.22; принята к публикации 28.02.23.

REFERENCES

1. Bobtsov A.A., Nagovitsina A.G. *Automation and Remote Control*, 2006, no. 12(67), pp. 2010–2020.
2. Bobtsov A.A., Grigoriev V.V., Nagovitsina A.G. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2007, no. 1, pp. 8–14. (in Russ.)
3. Dung Kh.B., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 6(64), pp. 459–468. (in Russ.)
4. Le V.T., Korotina M.M., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V., Vo Q.D. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2019, no. 5(20), pp. 259–265. (in Russ.)
5. Wang J., Le Vang T., Pyrkin A.A., Kolyubin S.A., Bobtsov A.A. *Automation and Remote Control*, 2018, no. 12, pp. 2159–2168.
6. Dung Kh.B., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Vedyakov A.A. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2021, no. 3(21), pp. 374–379. (in Russ.)
7. Bobtsov A.A., Nikolaev N.A., Ortega Martinez R., Slita O.V., Kozachok O.A. *Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie*, 2022, no. 6(23), pp. 283–288. (in Russ.)
8. Bobtsov A.A., Lyamin A.V., Sergeev K.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2001, no. 4, pp. 3–7. (in Russ.)
9. Quoc D.V., Bobtsov A.A. *Automation and Remote Control*, 2020, no. 12(81), pp. 2220–2229.

10. Tsykunov A.M. *Automation and Remote Control*, 1996, no. 2, pp. 117–125. (in Russ.)
11. Kleiman E.G., Mochalov I.A. *Automation and Remote Control*, 1994, no. 2(55), pp. 149–163.
12. Ortega R., Bobtsov A., Nikolaev N., Schiffer J., Dochain D. *Automatica*, 2021, vol. 129, pp. 109635.
13. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O. *Sintez lineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Synthesis of Linear Automatic Control Systems), St. Petersburg, 2000, 76 p. (in Russ.)
14. Aranovskiy S., Bobsov A., Ortega R., Pyrkin A. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, no. 7(62), pp. 3546–3550.
15. Pyrkin A., Bobtsov A., Ortega R., Isidori A. *Automatica*, 2023, vol. 147, pp. 110677.

Data on authors

Anton A. Pyrkin	—	Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; Professor; E-mail: a.pyrkin@gmail.com
Alexey A. Bobtsov	—	Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; Professor; E-mail: bobstov@mail.ru
Nguyen Khac Tung	—	Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: nguyenkhactunghvhq1994@gmail.com

Received 23.12.22; approved after reviewing 28.12.22; accepted for publication 28.02.23.