

ФОРМИРОВАНИЕ МНОЖЕСТВ ПЯТЕРИЧНЫХ ГОЛД-ПОДОБНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ
ДЛЯ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ЦИФРОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

В. Г. СТАРОДУБЦЕВ*, В. В. ТКАЧЕНКО

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия
*vka@mil.ru

Аннотация. Представлены наборы векторов индексов децимации $\mathbf{I}_S = (i_{d1}, i_{d2}, \dots, i_{dn})$, на основе которых формируются множества пятеричных голд-подобных последовательностей в конечных полях $GF(5^S)$ ($S = 3, 4, 5, 6$) на основе M-последовательностей с проверочными полиномами $h_{МП}(x)$ для периодов $N = 5^S - 1 < 20\,000$. Наборы включают как известные индексы децимации, полученные в работах Трахтенберга, Хеллесета, Кумара и удовлетворяющие условию $\text{НОД}(i_{di}, 5^S - 1) = 1$ (НОД — наибольший общий делитель), так и вновь полученные индексы, позволяющие формировать множества пятеричных голд-подобных последовательностей объема $V_S = N + 1$ с низким уровнем значений периодической взаимно корреляционной и автокорреляционной функций. Для рассмотренных значений S приведены граничные оценки максимального значения модуля корреляционной функции $|R_{\max}|$.

Ключевые слова: конечное поле, последовательность Голда, корреляционная функция, M-последовательность, индекс децимации

Ссылка для цитирования: Стародубцев В. Г., Ткаченко В. В. Формирование множеств пятеричных голд-подобных последовательностей для систем передачи цифровой информации // Изв. вузов. Приборостроение. 2024. Т. 67, № 2. С. 107—115. DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-2-107-115.

FORMATION OF SETS OF FIVE-FOLD GOLD-TYPE SEQUENCES
FOR DIGITAL INFORMATION TRANSMISSION SYSTEMS

V. G. Starodubtsev*, V. V. Tkachenko

A. F. Mozhaisky Military Space Academy, St. Petersburg, Russia
*vka@mil.ru

Abstract. Sets of vectors of decimation indices $\mathbf{I}_S = (i_{d1}, i_{d2}, \dots, i_{dn})$ for the formation of sets of five-fold Gold-type sequences in finite fields $GF(5^S)$ ($S = 3, 4, 5, 6$) based on M-sequences with verification polynomials $h_{МП}(x)$ for periods $N = 5^S - 1 < 20\,000$, are presented. The sets include both the well-known decimation indices obtained by Trachtenberg, Helleset, Kumar and satisfying the condition $\text{LCD}(i_{di}, 5^S - 1) = 1$ (LCD is the largest common divisor), and the newly found indices that allow the formation of sets of five-fold Gold-type sequences with volumes $V_S = N + 1$ and low levels of periodic auto- and the cross-correlation functions. For the considered values of S , boundary estimates of the maximum value of the correlation function modulus $|R_{\max}|$ are given.

Keywords: finite fields, Gold sequences, correlation function, M-sequences, decimation indices

For citation: Starodubtsev V. G., Tkachenko V. V. Formation of sets of five-fold Gold-type sequences for digital information transmission systems. *Journal of Instrument Engineering*. 2024. Vol. 67, N 2. P. 107—115 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-2-107-115.

Одним из направлений повышения защищенности систем передачи цифровой информации (СПЦИ) по каналам спутниковой связи от преднамеренных помех является применение фазоманипулированных сигналов с расширенным спектром (СРС), формируемых на основе псевдослучайных последовательностей (ПСП) [1, 2]. В настоящее время в основном используются двоичные ПСП, в качестве которых выступают как непосредственно М-последовательности (МП), так и производные последовательности, формируемые на их основе путем децимации символов МП, например, последовательности Голда, Касами или Гордона—Миллса—Велча [3—6].

Переход от двоичных к недвоичным фазоманипулированным СРС на основе пятеричных голд-подобных последовательностей (ГПП) позволяет увеличить число множеств сигналов с эквивалентными корреляционными свойствами при сопоставимых периодах, что обеспечивает повышение структурной скрытности передаваемых сигналов в СПЦИ.

Основными характеристиками множеств синтезируемых ПСП являются максимальное значение модуля периодической взаимно корреляционной функции (ПВКФ) $|R_{\max}|$ и объем множества V_S . При синтезе множеств ПСП стремятся к снижению $|R_{\max}|$ и увеличению V_S .

Разработке алгоритмов формирования множеств двоичных и недвоичных последовательностей с хорошими автокорреляционными и взаимно корреляционными свойствами посвящено большое число публикаций [6—14]. В [6] показано, что множества двоичных последовательностей Голда образуются на основе предпочтительных пар МП, имеющих трехуровневую ПВКФ при нечетных значениях S и четных $S = 2 \bmod 4$, а также четырехуровневую ПВКФ — при четных значениях $S = 0 \bmod 4$.

При формировании множеств недвоичных последовательностей с низким уровнем взаимной корреляции также используются предпочтительные пары недвоичных МП. При этом число уровней ПВКФ может увеличиваться. В [7—9] для полей $GF(p^S)$ при нечетных значениях S получены индексы децимации недвоичных МП, на основе которых определяются предпочтительные пары МП при формировании множеств ГПП. В работах [10—14] проанализирована взаимная корреляция p -ичных МП с последовательностями, полученными путем их децимации.

Целью настоящей статьи является определение в полях $GF(5^S)$ при $S = 3, 4, 5, 6$ векторов индексов децимации $\mathbf{I}_S = (i_{d1}, i_{d2}, \dots, i_{dn})$, на основе которых формируются множества ГПП с низким уровнем взаимной корреляции.

Для нечетных значений S максимальное значение модуля корреляционной функции удовлетворяет граничной оценке, полученной в [7]:

$$|R_{\max}| = 1 + p^{(S+1)/2}. \quad (1)$$

Для четных значений S получены граничные оценки модуля ПВКФ множеств ГПП:

$$|R_{\max}| = -1 + k5^{S/2}, \quad k = 2, 3, 4, 5. \quad (2)$$

Пятеричные МП с периодом $N = 5^S - 1$ формируются над конечными полями $GF(5^S)$. Символы d_i ($i = 0, \dots, N - 1$) МП в каноническом виде определяются выражением [2, 6, 13]:

$$d_i = \text{tr}_{S1}(\alpha^i), \quad (3)$$

где $\text{tr}_{S1}(\alpha)$ — функция следа примитивного элемента α из поля $GF(5^S)$ в поле $GF(5)$.

При исследовании корреляционных свойств СРС наибольшее распространение получили периодические автокорреляционные функции (ПАКФ) и ПВКФ при циклическом сдвиге сигналов. Известно, что корреляционные свойства СРС полностью определяются корреляционными свойствами ПСП [2—6].

Форма представления элементов последовательностей A_i определяет вид пространства, в котором вычисляется корреляционная функция, и способ нахождения расстояния между сигнальными точками, т.е. метрику пространства.

Если элемент $a_{li} = \exp(j2\pi i/3)$ ($i = 0, 1, 2, 3, 4$) последовательности A_l принадлежит пятеричному комплекснозначному алфавиту, то используется метрика в евклидовом пространстве. При этом для вычисления ПАКФ и ПВКФ последовательностей A_l и A_k с периодом N справедливы следующие выражения [1, 2, 5, 6]:

$$R_{ll}(\tau) = \sum_{t=0}^{N-1} a_{lt} a_{l,t+\tau}^* ;$$

$$R_{lk}(\tau) = \sum_{t=0}^{N-1} a_{lt} a_{k,t+\tau}^* , \tag{4}$$

где $a_{l,t+\tau}^*$ — комплексно сопряженный элемент; τ — циклический сдвиг, принимающий дискретные значения; сдвиг $(l + \tau)$ вычисляется по mod N .

Если элемент a_{ji} принадлежит простому полю $GF(p) = (0, 1, \dots, p - 1)$, то используется метрика Хемминга при $p = 2$ или метрика Ли при $p > 2$. При этом расстояния между элементами i и j в метрике Хемминга и метрике Ли определяются выражениями

$$d_{ХМ}(i, j) = (i + j) \bmod 2 = i \oplus j; \tag{5}$$

$$d_{Ли}(i, j) = \begin{cases} |i - j|, & \text{если } |i - j| \leq p/2, \\ p - |i - j|, & \text{если } |i - j| > p/2. \end{cases} \tag{6}$$

Можно дать следующую интерпретацию расстоянию Ли между двумя элементами. Если p элементов равномерно расположить на окружности в порядке возрастания их номеров от 0 до $p - 1$, то расстояние Ли определяется числом участков окружности при движении от одного элемента к другому по кратчайшей дуге.

При формировании пятеричных множеств ГПП целесообразно использовать представление элементов в конечных полях. При вычислении корреляционных функций ПСП и соответственно СРС используется метрика в евклидовом пространстве.

Рассмотрим формирование ГПП для нечетных значений $S = 3, 5$.

Пятеричные последовательности для $S = 3$ с периодом $N = 5^3 - 1 = 124$ формируются в конечном поле $GF(5^3)$ с примитивным полиномом $f(x) = h_1(x) = x^3 + 3x + 2$. В поле $GF(5^3)$ имеется двадцать примитивных полиномов с индексами децимации i_{dj} ($j = 1, 2, \dots, 20$) символов базисной МП, формируемой на основе $h_1(x)$: 1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 33, 37, 39, 43, 47, 49, 63, 69, 73, 99.

Индексы децимации соответствуют нижним индексам в полиномах $h_i(x)$ и являются минимальными показателями степени корней данных полиномов. Все МП в поле $GF(5^3)$ могут быть получены путем децимации символов базисной МП по данным индексам. Например, МП, образованная из базисной МП по индексу децимации $i_{d7} = 17$, имеет проверочный полином $h_{17}(x) = x^3 + 4x + 2$.

Примитивные полиномы в поле $GF(5^3)$ приведены в табл. 1 в виде коэффициентов при переменной x для соответствующих индексов децимации. Например, полином $h_{17}(x) = x^3 + 4x + 2$ записывается как 1042.

Таблица 1

Примитивные полиномы в поле $GF(5^3)$ с $f(x) = x^3 + 3x + 2$

i_{dj}	f_j								
1	1032	11	1323	21	1242	39	1203	63	1033
3	1143	13	1442	23	1043	43	1343	69	1412
7	1113	17	1042	33	1312	47	1223	73	1222
9	1302	19	1213	37	1102	49	1322	99	1403

Множество пятеричных ГПП формируется на основе предпочтительных пар (ПП) МП [6]. Для определения ПП МП с периодом $N = 124$ проанализированы взаимно

корреляционные свойства МП с проверочным полиномом $h_1(x) = x^3 + 3x + 2$ и остальных девятнадцати МП. Условию (1) удовлетворяют две МП с индексами $i_{d1} = 13$, $i_{d2} = 21$ и проверочными полиномами $h_{13}(x) = x^3 + 4x^2 + 4x + 2$, $h_{21}(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 2$, обладающие трехуровневой ПВКФ:

$$R(\tau) = (-26, -1, 24). \quad (7)$$

Таким образом, для полинома $h_1(x)$ имеются две ПП ПМ: $h_1(x) - h_{13}(x)$ и $h_1(x) - h_{21}(x)$. На основании ПП МП формируются множества пятеричных ГПП, проверочные полиномы которых $h_{ГПП}(x)$ равны произведению проверочных полиномов ПП МП. Например, $h_{ГПП1}(x) = h_1(x)h_{13}(x)$, $h_{ГПП2}(x) = h_1(x)h_{21}(x)$ [14].

С целью формирования проверочного полинома ГПП для произвольного примитивного полинома необходимо индексы множителей полинома $h_{ГПП1}(x)$ или $h_{ГПП2}(x)$ умножить на индекс произвольного по $\text{mod } N$. Например, для $h_{73}(x)$ проверочные полиномы ГПП равны $h_{ГПП3}(x) = h_{73}(x)h_{33}(x)$, $h_{ГПП4}(x) = h_{73}(x)h_9(x)$. На рис. 1 показан график ГПП с полиномом $h_{ГПП4}(x) = h_{73}(x)h_9(x)$.

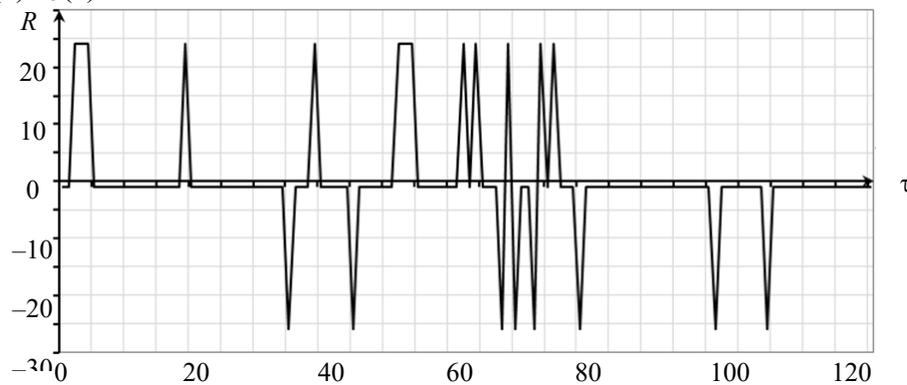


Рис. 1

Таким образом, при $S = 3$ вектор индексов децимации для формирования множеств пятеричных ГПП имеет вид

$$\mathbf{I}_S = \mathbf{I}_3 = (13, 21), \quad (8)$$

что соответствует результатам, полученным в [7, 8].

Для каждого примитивного полинома поля $GF(5^3)$ можно сформировать по два множества с трехуровневой ПВКФ. Всего можно синтезировать $M_S = M_3 = 40$ множеств ГПП с объемом, аналогичным случаям $p = 2$ и 3 [6]:

$$V_S = V_3 = N + 2 = 126. \quad (9)$$

Синтез множеств пятеричных ГПП может быть выполнен как аппаратным, так и программным способом.

Аппаратная реализация устройства формирования пятеричных ГПП представляет собой совокупность двух регистров сдвига с линейной обратной связью, сумматоры и умножители по $\text{mod } 5$ в цепи обратной связи которых расставляются в соответствии с коэффициентами примитивных полиномов. На рис. 2 показана схема устройства формирования множества ГПП с проверочным полиномом $h_{ГПП4}(x) = h_{73}(x) \cdot h_9(x)$.

Первый регистр формируется в соответствии с полиномом $h_{73}(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 2$, а второй — в соответствии с $h_9(x) = x^3 + 3x^2 + 2$. Ячейки (Я) регистра сдвига представляют собой устройства, которые могут находиться в пяти состояниях и строиться с помощью трех триггеров. В первом регистре выставляется фиксированное ненулевое начальное состояние, во втором для получения всех последовательностей множества ГПП поочередно выставляются все возможные начальные состояния. На схеме в качестве начальных состояний регистров используются первые три символа канонической формы записи МП с полиномами $h_{73}(x)$ и $h_9(x)$ на основе символов d_i базисной МП вида (3) с полиномом $h_1(x)$. Коэффициенты умножения в множителях по $\text{mod } 5$ равны обратным по сложению коэффициентам h_i примитив-

ных полиномов. Символы с выходов регистров поступают на сумматор по mod 5, являющийся выходом устройства.

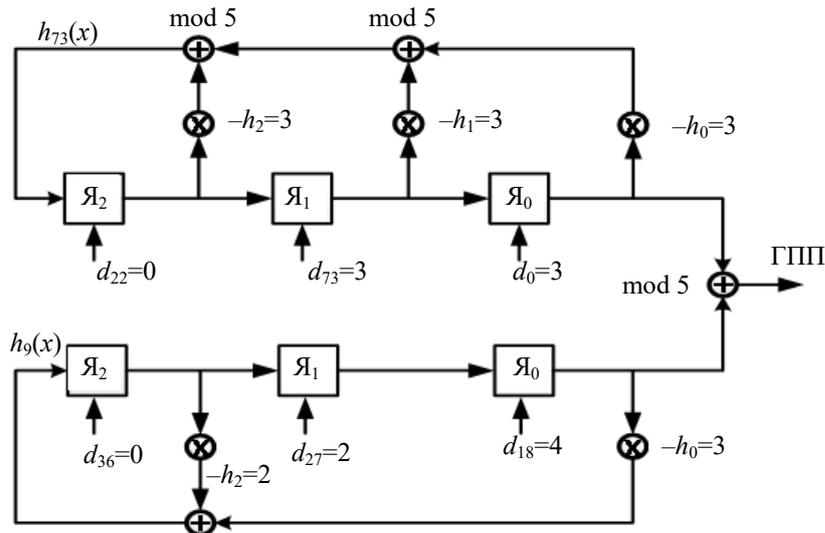


Рис. 2

Для программной реализации процедуры формирования множества ГПП требуется знать символы d_i базисной МП в соответствии с (3) и индексы децимации i_{dj} вида (8) соответствующих множителей проверочного полинома $h_{ГПП}(x)$.

Например, произвольная j -я последовательность ($j = 0, \dots, 123$) из множества ГПП объемом $V_3 = N + 2 = 126$ с $h_{ГПП}(x) = h_{73}(x) \cdot h_9(x)$ формируется из символов d_i базисной МП в соответствии с выражением

$$d_{ГППi} = (d_{73i \bmod 124} + d_{9(i+j) \bmod 124}) \bmod 5, \quad i = 0, \dots, 123. \quad (10)$$

Первое слагаемое в (10) отвечает за формирование МП с фиксированным начальным состоянием и индексом децимации $i_d = 73$, второе — за формирование МП с произвольным сдвигом j и индексом $i_d = 9$. В множество ГПП непосредственно входят МП с полиномами $h_{73}(x)$ и $h_9(x)$.

Пятеричные последовательности множества ГПП для $S = 5$ с периодом $N = 5^5 - 1 = 3124$ формируются в конечном поле $GF(5^5)$ с примитивным полиномом $f(x) = h_1(x) = x^5 + 4x + 2$. В поле $GF(5^3)$ имеется двести восемьдесят примитивных полиномов с индексами децимации i_{dj} ($j = 1, 2, \dots, 280$) символов базисной МП, формируемой на основе $h_1(x)$: 1, 3, 7, 9, 13, 17, 19, 21, 23, 27, ..., 1739, 1743, 1823, 1843, 1849, 1869, 1873, 2349, 2369, 2499 (приведено по десять первых и последних индексов).

Примитивные полиномы в поле $GF(5^5)$ для перечисленных выше индексов децимации приведены в табл. 2.

Таблица 2

Примитивные полиномы в поле $GF(5^5)$ с $f(x) = x^5 + 4x + 2$

i_{dj}	f_i								
1		13	113412	23	130313	1823	110333	1873	123402
3	100143	17	142022	27	103233	1843	131243	2349	102202
7	102413	19	122333	1739	141023	1849	140102	2369	102302
9	133032	21	120242	1743	112433	1869	114102	2499	120003

На основе анализа взаимно корреляционных свойств МП были получены как известные индексы децимации $i_{d1} = 13, i_{d2} = 21, i_{d3} = 149, i_{d4} = 313$ [7, 8], так и новые $i_{d5} = 481, i_{d6} = 521$, на основе которых формируются ПП МП и соответственно множества ГПП с периодом $N = 3124$.

Общий вектор индексов децимации имеет вид

$$\mathbf{I}_5 = (13, 21, 149, 313, 481, 521). \quad (11)$$

Все ПП МП, а также последовательности множества ГПП обладают ПБКФ, которая принимает три значения:

$$R(\tau) = [-126, -1, 124]. \tag{12}$$

На рис. 3 показан фрагмент ПБКФ длиной 150 символов множества ГПП с $h_{\text{ГПП}}(x) = h_1(x) h_{521}(x)$.

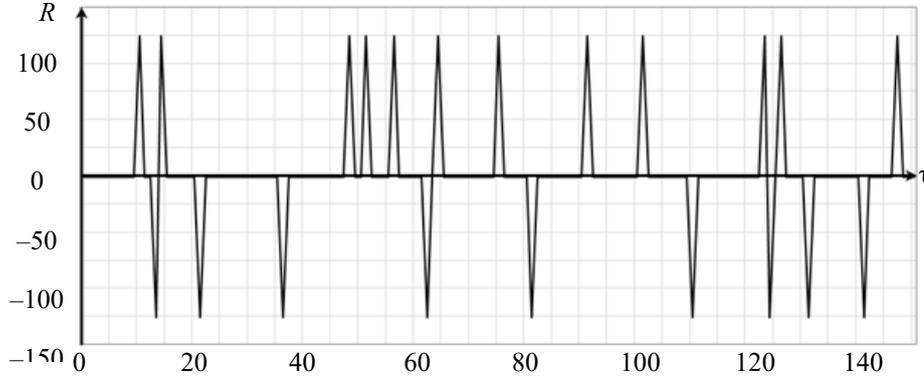


Рис. 3

Всего можно сформировать $M_5 = 1120$ множеств ГПП с периодом $N = 3124$, каждое из которых включает 3124 последовательности с $h_{\text{ГПП}}(x)$ и две „чистых“ МП:

$$V_5 = N + 2 = 3126. \tag{13}$$

В общем случае выражения (7), (12) для ПБКФ и выражения (9), (13) для объема множеств ГПП при нечетных значениях $S = 3, 5$ имеют вид

$$R_{\text{ГПП}}(\tau) = [(-5^{(S+1)/2} - 1); -1; (5^{(S+1)/2} - 1)], \tag{14}$$

$$V_S = 5^S + 1 = N + 2. \tag{15}$$

Максимальное значение ПБКФ в (12) удовлетворяет условию (1).

Рассмотрим процедуру формирования множеств ГПП для четных значений $S = 4, 6$.

Множества пятеричных ГПП для $S = 4$ с периодом $N = 5^4 - 1 = 624$ формируются в конечном поле $\text{GF}(5^4)$ с примитивным полиномом $f(x) = h_1(x) = x^4 + x^2 + 2x + 2$. В поле $\text{GF}(5^4)$ имеется 48 примитивных полиномов с индексами децимации i_{dj} , 18 из которых приведены в табл. 3.

Таблица 3

Примитивные полиномы в поле $\text{GF}(5^4)$ с $f(x) = x^4 + x^2 + 2x + 2$

i_{dj}	f_j										
1	10122	17	11212	29	13302	239	11113	323	10133	373	120022
7	11013	19	13023	31	12203	313	10132	343	13203	469	10442
11	10123	23	13043	37	11202	319	14043	349	14202	499	11303

Анализ взаимно корреляционных свойств МП при $S = 4$ показал, что ПБКФ ПП МП, а также множеств ГПП является четырехуровневой и достигается при двух индексах децимации $i_{d1} = 49, i_{d2} = 217$:

$$R(\tau) = [-26, -1, 24, 49]. \tag{16}$$

На рис. 4 показан фрагмент ПБКФ длиной 125 символов множества ГПП с периодом $N = 624$ и полиномом $h_{\text{ГПП}}(x) = h_1(x) h_{49}(x)$.

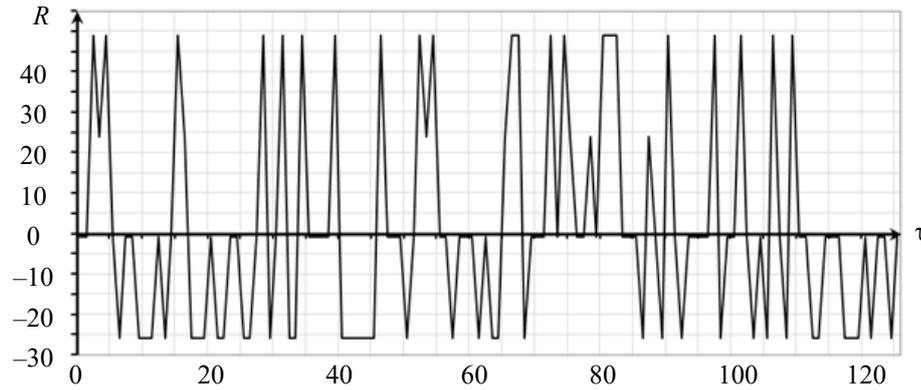


Рис. 4

Всего можно сформировать $M_4 = 96$ множеств ГПП с периодом $N = 624$ объемом

$$V_4 = N + 2 = 626. \tag{17}$$

Множества пятеричных ГПП для $S = 6$ с периодом $N = 5^6 - 1 = 15\,624$ формируются в конечном поле $GF(5^6)$ с примитивным полиномом $f(x) = h_1(x) = x^6 + x^2 + 2x + 2$. В поле $GF(5^6)$ имеется 720 примитивных полиномов с индексами децимации i_{dj} , 12 из которых приведены в табл. 4.

Таблица 4

Примитивные полиномы в поле $GF(5^6)$ с $f(x) = x^6 + x^2 + 2x + 2$

i_{dj}	f_j										
1	1000122	13	1143012	19	1010343	9343	1440203	11719	1000113	11869	1223202
11	1113023	17	1241342	23	1314323	9349	1012422	11849	1043132	12499	1130003

Анализ взаимно корреляционных свойств МП при $S = 6$ показал, что существует два типа ПП МП. Первый тип обладает трехуровневой ПВКФ, которая формируется при двух индексах децимации $i_{d1} = 313, i_{d2} = 601$:

$$R_1(\tau) = [-1 - 5^{S/2+1}, -1, -1 + 5^{S/2+1}] = [-626, -1, 624]. \tag{18}$$

Максимальное значение модуля ПВКФ удовлетворяет граничной оценке (2) при $k = 5$:

$$|R_{\max}|_1 = 1 + p^{S/2+1} = 626. \tag{19}$$

Формируемые при этом множества будем обозначать ГПП₁.

Второй тип обладает шестиуровневой ПВКФ, которая формируется при четырех индексах децимации $i_{d3} = 253, i_{d4} = 373, i_{d5} = 397, i_{d6} = 4093$:

$$R_2(\tau) = [-1 - 5^{S/2}, -1, -1 + 5^{S/2}, -1 + 2 \cdot 5^{S/2}, -1 + 3 \cdot 5^{S/2}, -1 + 4 \cdot 5^{S/2}] = [-126, -1, 124, 249, 374, 499]. \tag{20}$$

Формируемые при этом множества обозначаются ГПП₂, максимальное значение модуля ПВКФ соответствует оценке (2) при $k = 4$:

$$|R_{\max}|_2 = -1 + 4 \cdot 5^{S/2} = 499. \tag{21}$$

На рис. 5 показан фрагмент шестиуровневой ПВКФ длиной 125 символов множества ГПП₂ с периодом $N = 15\,624$ и полиномом $h_{ГПП2}(x) = h_1(x) h_{397}(x)$.

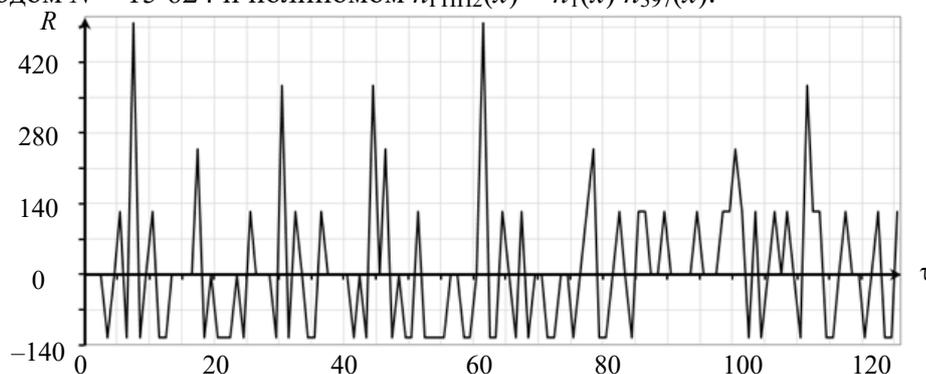


Рис. 5

Всего можно сформировать $M_{6,1} = 1440$ множеств ГПП1 и $M_{6,2} = 2880$ множеств ГПП2 с периодом $N = 16\ 624$ и объемом

$$V_6 = N + 2 = 16\ 626. \quad (22)$$

Основные корреляционные и мощностные характеристики множеств ГПП приведены в табл. 5.

Таблица 5

Характеристики пятеричных множеств ГПП

S	N	Индексы децимации		$ R_{\max} $	$ R_{\max} /N$	Значения ПВКФ	V_S	M_S
		известные	новые					
3	124	13, 21		26	0,21	-26, -1, 24	126	40
4	624		49, 217	49	0,08	-26, -1, 24, 49	96	626
5	3124	13, 21, 149, 313	481, 521	126	0,04	-126, -1, 124	1120	3126
6	15624		313, 601	626	0,04	-626, -1, 624	15626	1440
6	15624		253, 373, 397, 4093	499	0,03	-126, -1, 124, 249, 374, 499	15626	2880

Таким образом, в статье получены векторы индексов децимации $\mathbf{I}_S = (i_{d1}, i_{d2}, \dots, i_{dn})$, на основе которых формируются множества пятеричных ГПП в конечных полях $\text{GF}(5^S)$ для периодов $N = 5^S - 1 < 20\ 000$. Для нечетных значений $S = 3, 5$ ПВКФ множеств ГПП удовлетворяет граничной оценке $|R_{\max}| = 1 + p^{(S+1)/2}$, полученной в [7, 8]. Для значения $S = 4$ граничная оценка четырехуровневой ПВКФ равна $|R_{\max}| = -1 + 2p^{S/2}$. Для $S = 6$ существуют две граничные оценки: $|R_{\max}|_1 = -1 + p^{S/2+1}$ для трехуровневой ПВКФ и $|R_{\max}|_2 = -1 + 4p^{S/2}$ — для шестиуровневой ПВКФ.

Полученные множества ГПП могут быть использованы в СПЦИ в режиме кодового многостанционного доступа при формировании пятеричных фазоманипулированных сигналов с расширенным спектром, а также для синтеза производных систем сигналов, допускающих аналитическое представление в конечных полях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Пер. с англ. М.: Вильямс, 2003. 1104 с.
2. Ипатов В. П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения / Пер. с англ. М.: Техносфера, 2007. 488 с.
3. Golomb S. W., Gong G. Signal Design for Good Correlation for Wireless Communication, Cryptography and Radar. Cambridge University Press, 2005. 438 p.
4. Yang Y., Tang X. Generic Construction of Binary Sequences of Period $2N$ With Optimal Odd Correlation Magnitude Based on Quaternary Sequences of Odd Period N // IEEE Trans. Inf. Theory. 2018. Vol. 64, N 1. P. 384.
5. CDMA: прошлое, настоящее, будущее / Под ред. Л. Е. Варакина и Ю. С. Шинакова. М.: МАС, 2003. 608 с.
6. Gold R. Maximal recursive sequences with 3-valued recursive cross-correlation functions // IEEE Trans. Inf. Theory. 1968. Vol. 14, N 1. P. 154.
7. Trachtenberg H.M. On the cross-correlation functions of maximal recurring sequences. Ph.D. dissertation. Univ. Southern California, Los Angeles, CA, 1970.
8. Dobbertin H., Helleseth T., Kumar P. V., Martinsen H. Ternary M-sequences with three-valued cross-correlation function: New decimations of Welch and Niho type // IEEE Trans. Inf. Theory. 2001. Vol. 47, N 4. P. 1473.
9. Стародубцев В. Г., Мышко В. В. Формирование множеств троичных голд-подобных последовательностей для систем передачи и обработки цифровой информации // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 8. С. 568—575.
10. Muller E. N. On the cross-correlation of sequences over $\text{GF}(p)$ with short periods // IEEE Trans. Inf. Theory. 1999. Vol. 45, N 1. P. 289.

11. Hu Z., Li X., Mills D., Muller E., Sun W., Williams W., Yang Y., Zhang Z. On the cross-correlation of sequences with the decimation factor $d=(p^n+1)/(p+1)-(p^n-1)/2$ // *Applicable Algebra Eng. Commun. Comput.* 2001. Vol. 12. P. 255.
12. Seo E. Y., Kim Y. S., No J. S., Shin D. J. Cross-correlation distribution of p-ary m-sequence of period $p^{4k}-1$ and its decimated sequences by $((p^{2k}+1)/2)$ // *IEEE Trans. Inf. Theory.* 2008. Vol. 54, N 7. P. 3140.
13. Seo E. Y., Kim Y. S., No J. S., Shin D. J. Cross-correlation distribution of p-ary m-sequence and its (p+1) decimated sequences with shorter period // *IEICE Trans. Fund. Electron., Commun. Comput. Sci.* 2007. Vol. E90-A, N 11. P. 2568.
14. Jang J. W., Kim Y. S., No J. S., Helleseth T. New family of p-ary sequences with optimal correlation property and large linear span // *IEEE Trans. Inf. Theory.* 2004. Vol. 50, N 8. P. 1839.

Сведения об авторах

- Виктор Геннадьевич Стародубцев** — канд. техн. наук, доцент; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра технологий и средств автоматизации обработки и анализа информации космических средств; преподаватель; E-mail: vgstarod@mail.ru
- Владимир Викторович Ткаченко** — канд. техн. наук; ВКА им. А. Ф. Можайского, кафедра технологий и средств автоматизации обработки и анализа информации космических средств; старший преподаватель; E-mail: vka@mil.ru

Поступила в редакцию 15.11.2023; одобрена после рецензирования 23.11.2023; принята к публикации 17.12.2023.

REFERENCES

1. Sklar B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, 2001, 1079 p.
2. Ipatov V.P. *Spread Spectrum and CDMA. Principles and Applications*, NY, John Wiley and Sons Ltd., 2005, 488 p.
3. Golomb S.W., Gong G. *Signal Design for Good Correlation for Wireless Communication, Cryptography and Radar*, Cambridge University Press, 2005, 438 p.
4. Yang Y., Tang X. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 2018, no. 1(64), pp. 384.
5. Varakin L.E. and Shinakov Yu.S., ed., *CDMA: proshloe, nastoyashchee, budushchee* (CDMA: Past, Present, Future), Moscow, 2003, 608 p. (in Russ.)
6. Gold R. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 1968, no. 1(14), pp. 154.
7. Trachtenberg H.M. *On the cross-correlation functions of maximal recurring sequences*, Candidate's thesis, Univ. Southern California, Los Angeles, CA, 1970.
8. Dobbartin H., Helleseth T., Kumar P.V., Martinsen H. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 2001, no. 4(47), pp. 1473.
9. Starodubtsev V.G., Myshko V.V. *Journal of Instrument Engineering*, 2023, no. 7(66), pp. 568–575. (in Russ.)
10. Muller E.N. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 1999, no. 1(45), pp. 289.
11. Hu Z., Li X., Mills D., Muller E., Sun W., Williams W., Yang Y., Zhang Z. *Applicable Algebra Eng. Commun. Comput.*, 2001, vol. 12, p. 255.
12. Seo E.Y., Kim Y.S., No J.S., Shin D.J. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 2008, no. 7(54), pp. 3140.
13. Seo E.Y., Kim Y.S., No J.S., Shin D.J. *IEICE Trans. Fund. Electron., Commun. Comput. Sci.*, 2007, no. 11(E90-A), pp. 2568.
14. Jang J.W., Kim Y.S., No J.S., Helleseth T. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 2004, no. 8(50), pp. 1839.

Data on authors

- Victor G. Starodubtsev** — PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Department of Technologies and Automation Tools for Processing and Analysis of Space Equipment Information; Lecturer; E-mail: vgstarod@mail.ru
- Vladimir V. Tkachenko** — PhD, Associate Professor; A. F. Mozhaisky Military Space Academy, Department of Technologies and Automation Tools for Processing and Analysis of Space Equipment Information; Senior Lecturer; E-mail: vka@mil.ru

Received 15.11.2023; approved after reviewing 23.11.2023; accepted for publication 17.12.2023.