

---

---

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

### BRIEF NOTES

---

---

УДК 62.50

DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-3-294-299

#### ФИНИТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ КВАДРОКОПТЕРОМ С ГАРАНТИЕЙ НАХОЖДЕНИЯ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА В ЗАДАННОМ МНОЖЕСТВЕ

М. Д. КУЗНЕЦОВ\*, М. Я. МАРУСИНА

*Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия*

\* *kuznetcov.1997@yandex.ru*

**Аннотация.** Предложен новый алгоритм финитного управления беспилотным летательным аппаратом по крену и тангажу. Алгоритм управления позволяет сохранить выходной сигнал рассматриваемого объекта в заранее известных границах в течение определенного интервала времени независимо от поступающих внешних возмущений. Проведен анализ динамической системы и определена цель управления, основным требованием к которой является нахождение выходного сигнала в заданном множестве. Для проведения моделирования сформированы сигналы для внешних возмущений, затем, для подтверждения эффективности предложенного алгоритма управления, проведены эксперименты в среде MatLab с использованием различных ограничений и возмущений.

**Ключевые слова:** управление, регулятор, ограничения, финитное управление, компьютерное моделирование, квадрокоптер

**Ссылка для цитирования:** Кузнецов М. Д., Марусина М. Я. Финитное управление квадрокоптером с гарантией нахождения выходного сигнала в заданном множестве // Изв. вузов. Приборостроение. 2024. Т. 67, № 3. С. 294—299. DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-3-294-299.

#### FINITE CONTROL OF A QUADCOPTER WITH A GUARANTEE FOR THE OUTPUT SIGNAL TO BE IN A GIVEN SET

M. D. Kuznetsov\*, M. Ya. Marusina

*ITMO University, St. Petersburg, Russia*

\* *kuznetcov.1997@yandex.ru*

**Abstract.** A new algorithm for finite control of an unmanned aerial vehicle in roll and pitch is proposed. The control algorithm allows to save the output signal of the object under consideration within pre-known boundaries for a certain time interval regardless of incoming external perturbations. An analysis of the dynamic system is performed; the control goal is determined with the main requirement to the output signal of finding in a given set. Effectiveness of the proposed control algorithm is tested in simulations carried out in the MatLab environment using various restrictions and generated signals for external disturbances.

**Keywords:** control, regulator, constraints, finite control, computer simulation, quadcopter

**For citation:** Kuznetsov M. D., Marusina M. Ya. Finite control of a quadcopter with a guarantee for the output signal to be in a given set. *Journal of Instrument Engineering*. 2024. Vol. 67, N 3. P. 294—299 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-3-294-299.

**Введение.** Анализ способности управлять объектом, находясь при этом на значительном удалении от него, является актуальным подходом к задачам управления. Однако при ре-

шении таких задач необходимо обеспечить повышение качества управления, так как именно это определяет надежность работы всей системы. Сохранение работоспособности объекта в определенном известном диапазоне — это лишь один из многих существующих вариантов управления. Для управления в условиях определенности параметров модели существуют классические методы, такие как управление по заданным координатам замкнутой системы, управление с обеспечением заданных частотных характеристик замкнутой системы, оптимальное управление и др. [1, 2]. Классический метод управления, альтернативный финитному управлению и называемый „управление по заданному времени“, был рассмотрен в работе [3]. Одним из факторов оценки устойчивости системы является время переходного процесса. Также существует понятие сверхфинитного управления, которое позволяет достичь требуемого конечного положения объекта за выбранный промежуток времени, не привязываясь при этом к начальным условиям [4]. Конечно, самым простым способом ускорения переходного процесса является увеличение коэффициента усиления линейной системы, но это приведет, как и при сверхфинитном управлении, к увеличению затрат [4, 5].

В настоящей статье рассмотрен способ замены координат, описанный в работе [6], применительно к классу объектов „квадрокоптеры“. На основе этого способа разработан алгоритм управления беспилотным летательным аппаратом (БПЛА) по крену и тангажу, позволяющий сохранить выходной сигнал рассматриваемого объекта, независимо от поступающих внешних возмущений, в заранее известных жестких границах в течение определенного промежутка времени.

**Синтез регулятора с ограничениями на значения выходной переменной.** Рассмотрим динамическую систему:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Df; \\ y &= Cx, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $x(t)$ ,  $y(t)$  — входной и выходной сигналы,  $u(t)$  — управление,  $A, B, C$  — матрицы управления квадрокоптером,  $D$  — известная матрица,  $f(t)$  — неизвестная ограниченная функция возмущения, зависящая от возможных параметрических неопределенности и отклонения, внешнего нежелательного влияния, такого как турбулентность, неучтенная нелинейная динамика, перекрестные связи и т. д.

Динамическая модель двигателя имеет следующий вид:

$$\dot{F}_i = -\omega_i F_i + k_i \omega_i u_i, i = \overline{1, 4}, \quad (2)$$

где  $\omega_i$  — полоса пропускания исполнительного механизма,  $k_i$  — положительный коэффициент усиления,  $u_i$  — входное напряжение.

Необходимо разработать способ управления, который гарантирует, что выходные сигналы объекта  $y(t)$  присутствуют в заданном множестве:

$$y = \left\{ y \in R^v : \underline{g}_i(t) < y_i(t) < \bar{g}_i(t), i = \overline{1, \dots, v} \right\} \text{ для } t \geq 0, \quad (3)$$

где функции  $\underline{g}_i(t)$  и  $\bar{g}_i(t)$  ограничены совместно со своими первыми производными по времени,  $y$  — выходной сигнал квадрокоптера,  $v$  — количество рассматриваемых степеней свободы.

Данные функции выбираются разработчиком исходя из требований к работе системы [7, 8]. Например, для стабилизации БПЛА требуется обеспечить угловое положение объекта  $\alpha(t), \beta(t), \gamma(t)$  в заданных пределах [9]:

$$\underline{\alpha} < \alpha(t) < \bar{\alpha}, \underline{\beta} < \beta(t) < \bar{\beta}, \underline{\gamma} < \gamma(t) < \bar{\gamma}.$$

Рассмотрим выходной сигнал, который соответствует функции

$$y = \Phi(\varepsilon, t) = g(t)S(\varepsilon), \quad (4)$$

где функция  $S(\varepsilon) \in R$  определяет замену координат для перехода от задач с ограничениями к задачам без ограничений, а функция  $g(t) \in R$  определяет ограничения для выходного диапазона; следует учесть, что функции  $g(t) \neq 0$  и  $\dot{g}(t)$  ограничены.

Определим функцию  $S(\varepsilon) = \frac{\bar{r}e^\varepsilon + \underline{r}}{e^\varepsilon + 1}$ , тогда из (4) следует, что обратное преобразование имеет вид  $\varepsilon = \frac{rg - y}{y - \bar{r}g}$ . Таким образом, предложенная функция  $S(\varepsilon)$ , наряду с целью (4), обеспечивает соответствие выходного сигнала  $y$  следующим условиям:

$$\left. \begin{aligned} rg < y(t) < \bar{r}g(t), g(t) > 0; \\ \bar{r}g < y(t) < \underline{r}g(t), g(t) < 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Рассмотрим закон управления

$$u = K_1 \hat{x} + K_2 \varepsilon, \quad (6)$$

где  $\hat{x}$  — оценка  $x$ ; первое слагаемое  $K_1 \hat{x}$  обеспечивает устойчивость замкнутой системы, а второе слагаемое  $K_2 \varepsilon$  обеспечивает наличие выходного сигнала точно в заданных границах (4), (5); матрицы  $K_1$  и  $K_2$  выбираются так, чтобы матрицы  $A + BK_1C$  и  $CBK_2$  были гурвицевы.

Предложенный алгоритм финитного управления беспилотным летательным аппаратом по крену и тангажу был реализован на примере квадрокоптера QBall 2, полная линейная динамическая модель и значения параметров которого соответствуют документации [10].

Для проведения экспериментов была использована модель квадрокоптера в векторно-матричной форме:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L/J & -L/J & L/J & -L/J \\ 0 & 0 & -\omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_1 \omega_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 \omega_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \omega_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_4 \omega_4 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix},$$

где  $L=0,2$  м — расстояние между винтом и центром тяжести,  $J=0,03$  кг·м<sup>2</sup> — момент инерции.

**Результаты моделирования.** За основу при моделировании в среде MatLab была принята векторно-матричная форма выходного сигнала (7). Были выбраны несколько типов возмущений и форм ограничений. Матрица возмущений выбрана в виде  $D = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$ . Требованием по времени является установка выходного сигнала в положение „0“ за время, не превышающее 10 с. Сигнал возмущения определен как высокочастотные мультигармонические функции:

$$f(t) = 1,7 \sin 20t + 2,4 \sin 101t + 0,1. \quad (8)$$

Виды ограничений описываются следующими функциями:

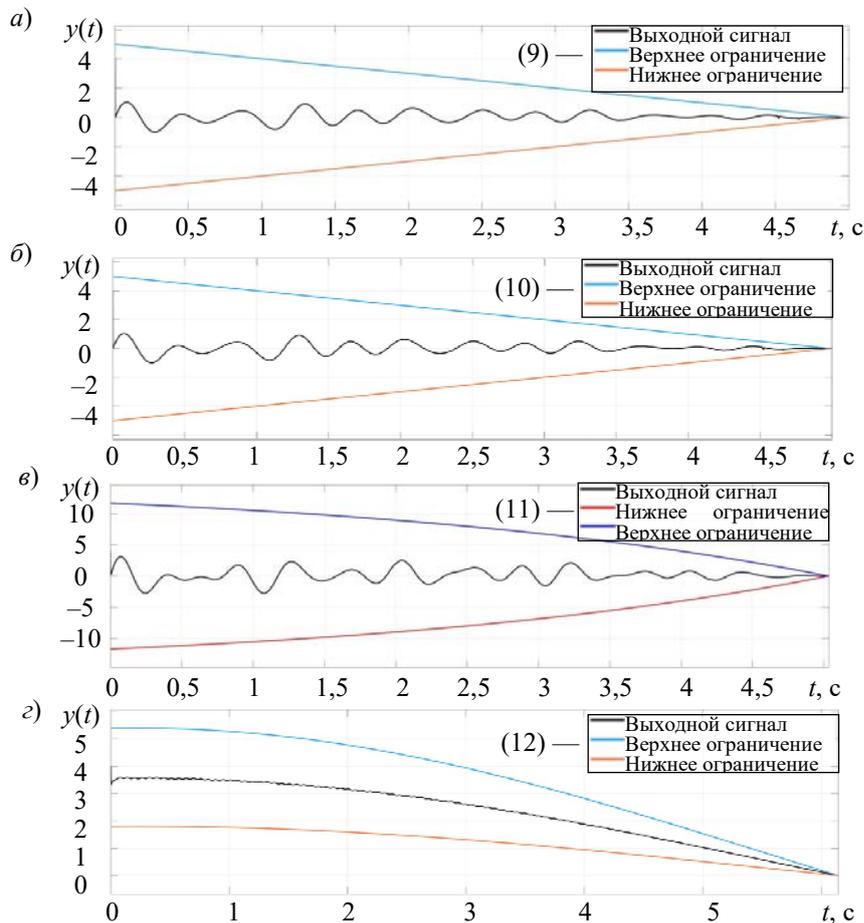
$$\left. \begin{aligned} \bar{g}(t) &= -10 \ln(0,1t + 0,001); \\ \underline{g}(t) &= 10 \ln(0,1t + 0,001); \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}(t) &= -5 + t; \\ \underline{g}(t) &= 5 - t; \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}(t) &= 3(e^{0,3t+0,1} - 5); \\ \underline{g}(t) &= -3(e^{0,3t+0,1} - 5); \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}(t) &= 4,5(\sin(0,3t + 1,5) + 0,2); \\ \underline{g}(t) &= -4,5(\sin(0,3t + 1,5) + 0,2). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

На рисунке, а—г в виде зависимости  $y(t)$  показана эффективность предложенного алгоритма управления при ограничениях (9)—(12).



Результаты моделирования подтверждают, что во всем диапазоне моделирования выходной сигнал остается в заданных пределах независимо от характера внешних возмущений. Анализ графиков показывает, что выходной сигнал достигает требуемого значения, соответствующего нужному положению объекта, за отведенный промежуток времени, что наглядно отражает эффективность предложенного алгоритма управления.

**Заключение.** Разработанный новый алгоритм финитного управления БПЛА по крену и тангажу позволяет гарантировать нахождение выходного сигнала объекта в определенном ограниченном множестве, а также нахождение его в конечной точке в течение заданного

промежутка времени. Границы могут быть заданы любыми непрерывно дифференцируемыми функциями.

Рассмотрена линеаризованная модель квадрокоптера QBall 2 в условиях различных подаваемых возмущений и внешних ограничений. Эффективность предложенного алгоритма управления продемонстрирована моделированием в среде MatLab.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляк Б. Т., Хлебников М. В., Рапопорт Л. Б. Математическая теория автоматического управления: Учеб. пособие. М.: Ленанд, 2019.
2. Афанасьев В. Н., Колмановский В. Б., Носов В. Р. Математическая теория конструирования систем управления. М.: Высш. школа, 2003.
3. Youngduan Song, Yujuan Wang, Kristic M. Time-varying feedback for stabilization in prescribed finite time, Utkin 80 // Sliding Mode Control and Observation. 2018. Vol. 29. P. 618—633.
4. Зименко К. А. Методы финитного управления на основе теории однородных систем: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. СПб, 2018.
5. Пасергов С. Э. Алгоритмы управления формацией в задаче равномерного расположения агентов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 2013.
6. Furtat I., Furtat P., Gushchin P. Control of Dynamical Plants with a Guarantee for the Controlled Signal to Stay in a Given Set // Autom. Remote Control. 2021. N 82. P. 654—669.
7. Furtat I. B., Putov V. V. Suboptimal control of aircraft lateral motion // IFAC Proc. Volumes (IFAC-PapersOnline). 2013. Vol. 2. P. 276—282.
8. Kuznetsov M., Vrazhevsky S., Kopysova E. Quadrotor Control under Prespecified State-Space Bounds // 6th Scientific School on Dynamic Complex Networks and their Applications, DCNA, 2022. P. 172—175.
9. Furtat I., Furtat E., Tupichin E. Modified Backstepping Algorithm with Disturbances Compensation // IFAC-PapersOnLine. 2015. Vol. 48. P. 1056—1061.
10. <https://www.manualslib.com/manual/1545252/Quanser-Qball-2.html>.

#### Сведения об авторах

- Михаил Дмитриевич Кузнецов** — аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: kuznetcov.1997@yandex.ru
- Мария Яковлевна Марусина** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: myamarusina@itmo.ru

Поступила в редакцию 14.11.23; одобрена после рецензирования 29.11.23; принята к публикации 14.01.24.

#### REFERENCES

1. Polyak B.T., Khlebnikov M.V., Rapoport L.B. *Matematicheskaya teoriya avtomaticheskogo upravleniya* (Mathematical Theory of Automatic Control), Moscow, 2019. (in Russ.)
2. Afanasyev V.N., Kolmanovsky V.B., Nosov V.R. *Matematicheskaya teoriya konstruirovaniya sistem upravleniya* (Mathematical Theory of Design of Control Systems), Moscow, 2003. (in Russ.)
3. Song Y., Wang Y., Kristic M. *Sliding Mode Control and Observation*, 2018, vol. 29, pp. 618–633.
4. Zimenko K. A. *Metody finitnogo upravleniya na osnove teorii odnorodnykh sistem* (Methods of Finite Control Based on the Theory of Homogeneous Systems), Candidate's thesis, St. Petersburg, 2018, 120 p. (in Russ.)
5. Pasergov S.E. *Algoritmy upravleniya formatsiyey v zadache ravnomernogo raspolozheniya agentov* (Formation Control Algorithms in the Problem of Uniform Distribution of Agents), Candidate's thesis, Moscow, 2013, 120 p. (in Russ.)
6. Furtat I., Furtat P., Gushchin P. *Autom. Remote Control*, 2021, no. 82, pp. 654–669.
7. Furtat I.B., Putov V.V. *IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)*, 2013, vol. 2, pp. 276–282.
8. Kuznetsov M., Vrazhevsky S., Kopysova E. *6th Scientific School on Dynamic Complex Networks and their Applications*, DCNA, 2022, pp. 172–175.
9. Furtat I., Furtat E., Tupichin E. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, vol. 48, pp. 1056–1061.
10. <https://www.manualslib.com/manual/1545252/Quanser-Qball-2.html>.

**Data on authors**

- Mikhail D. Kuznetsov** — Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics;  
E-mail: kuznetcov.1997@yandex.ru
- Maria Ya. Marusina** — Dr. Sci., Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics;  
E-mail: myamarusina@itmo.ru

Received 14.11.23; approved after reviewing 29.11.23; accepted for publication 14.01.24.