

---

# РОБОТЫ, МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

## ROBOTS, MECHATRONICS, AND ROBOTIC SYSTEMS

---

УДК 62-293  
DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-7-574-585

### МОДЕЛЬ СУХОЙ КИСТИ ДЛЯ РОБОТОТЕХНИЧЕСКОЙ ЖИВОПИСИ

А. И. Каримов\*, М. Д. Стрельников, С. В. Мазин, Д. С. Горюнов,  
М. В. Кулагин, Т. И. Каримов

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“ им. В. И. Ульянова,  
Санкт-Петербург, Россия

\* [aikarimov@etu.ru](mailto:aikarimov@etu.ru)

**Аннотация.** Рассматривается одно из направлений компьютерного творчества — робототехническая живопись, объединяющая передовые алгоритмы генерирования изображений с современной мехатроникой. Представлены результаты разработки модели кисти для робота-художника, основанного на колаборативном роботе Jaka Zu 3. Особое внимание уделяется эффекту сухой кисти — техническому приему, при котором „воздушные“, текстурные мазки наносятся кистью с небольшим количеством краски. Ранее этот прием не использовался в машинной живописи целенаправленно. Описана экспериментальная установка, включающая колаборативный робот Jaka Zu 3 с кистью, стол, холст, фотоаппарат, а также систему освещения. Введено понятие интегральной плотности мазка, характеризующее количество краски, остающееся на холсте, при исполнении мазка сухой кистью. На основе опытных данных предложена новая математическая модель, позволяющая управлять шириной мазка, оставляемого кистью, и его интегральной плотностью. Полученные результаты могут быть востребованы как при компьютерной имитации живописи, так и в практических реализациях конструкций роботов-художников.

**Ключевые слова:** робототехника, робототехническая живопись, робот-художник, сухая кисть, Jaka Zu 3

**Благодарности:** работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, соглашение № 22-79-00171.

**Ссылка для цитирования:** Каримов А. И., Стрельников М. Д., Мазин С. В., Горюнов Д. С., Кулагин М. В., Каримов Т. И. Модель сухой кисти для робототехнической живописи // Изв. вузов. Приборостроение. 2024. Т. 67, № 7. С. 574–585. DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-7-574-585.

### DRY BRUSH MODEL FOR ROBOTIC PAINTING

А. И. Karimov\*, М. Д. Strelnikov, С. В. Mazin, Д. С. Goryunov, М. В. Kulagin, Т. И. Karimov

St. Petersburg Electrotechnical University “LETI”,  
St. Petersburg, Russia

\* [aikarimov@etu.ru](mailto:aikarimov@etu.ru)

**Abstract:** Robotic painting, which combines advanced image generation algorithms with modern mechatronics, is considered as one of the areas of computer creativity. Results of developing a brush model for a robot artist based on the collaborative robot Jaka Zu 3, are presented. Particular attention is paid to the dry brush effect, a technique in which “airy”, textured strokes are applied with a brush containing a small amount of paint. This technique has not been used in machine painting on purpose before. An experimental setup is described, including a collaborative robot Jaka Zu 3 with a brush, a table, a canvas, a camera, and a lighting system. The concept of integral brushstroke density is introduced, which characterizes the amount of paint remaining on the canvas when a brushstroke is applied with a dry brush. Based on the experimental data, a new mathematical model is proposed that allows one to control the width of brushstrokes and their integral density. The obtained results can be used both in computer imitation of painting and in practical implementations of robot artist designs.

**Keywords:** robotics, robotic painting, robot artist, dry brush, Jaka Zu 3

**Acknowledgments:** the work was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation, agreement No. 22-79-00171.

**For citation:** Karimov A. I., Strelnikov M. D., Mazin S. V., Goryunov D. S., Kulagin M. V., Karimov T. I. Dry brush model for robotic painting. *Journal of Instrument Engineering*. 2024. Vol. 67, N 7. P. 574–585 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-7-574-585.

**Введение.** Компьютерное творчество приобретает сегодня все возрастающую значимость в науке и особую популярность в современном искусстве, поднимая основополагающие вопросы о природе искусства и воздействии технологий на творческий процесс. Наиболее известным видом компьютерного творчества является создание изображений по запросам пользователей с помощью генеративных нейронных сетей [1]. Другое, не менее интересное направление компьютерного творчества представлено роботами-художниками, которые, используя традиционные художественные инструменты и материалы, создают физические рисунки и картины с помощью специализированного программного обеспечения [2–4]. Одним из наиболее известных проектов в этой области является робот e-David, разработанный в Констанцском университете (Германия) [5]. Этот робот-художник создает картины с использованием кисти и акриловой краски, внося исправления по ходу работы за счет визуальной обратной связи, реализованной с помощью машинного зрения. Робот Vangobot [6], названный в честь Винсента Ван Гога, стал одной из первых креативных машин, способных смешивать цветные краски. Известен также робототехнический проект CloudPainter, основанный американским художником и робототехником Пиндаром ван Арманом, который для создания художественных произведений использует специально изготовленных роботов и алгоритмы машинного обучения [7]. Эти проекты представляют примеры того, как новые технологии — промышленные роботы, нейронные сети, машинное зрение — внедряются в область искусства, расширяя его границы. Еще одним современным художником, активно применяющим передовые технологии, является Лиат Грайвер, которая сотрудничает с командой разработчиков робота-художника e-David и использует этого робота в своем творчестве [8]. Развитие технологий также подталкивает исследователей к поиску новых способов взаимодействия с роботами-художниками, например посредством танца, движения глаз или с помощью набросков [9–11].

Тематика робототехнической живописи включает в себя большое количество задач, способы решения которых на сегодня уже известны. Так, ряд исследований посвящен адаптации технического и программного обеспечения роботов к работе с определенными художественными инструментами, такими как мастихин [12], губка [11], аэробраф [13]. Большое количество работ затрагивают те или иные аспекты отдельной художественной техники, например каллиграфии [14] или акварели [15], касающиеся реализации работ в этой технике с помощью робота. Отдельной задачей является создание программных и технических средств для точного смешения красок в целях получения произвольного оттенка тона и цвета [16, 17].

В то же время остается и большое количество еще не решенных задач, связанных с моделированием художественной кисти. Существующие системы робототехнической живописи, как правило, используют упрощенные модели кисти, воспроизводящие лишь ее базовые свойства, например зависимость ширины мазка от давления, оказываемого на кисть [18]. Примером технического приема, который остается малоисследованным, является эффект сухой кисти. Этот эффект возникает, когда художник наносит мазки кистью с небольшим количеством краски, из-за чего мазок получается неплотный, выявляющий текстуру холста и нижележащих мазков. Благодаря применению этого приема живописец может лучше контролировать интенсивность цвета и фактуры. Эффект сухой кисти можно видеть в работах таких художников, как Камиль Коро, Эндрю Уайет, Исаак Левитан. На рис. 1 приведена картина „В парке“ И. И. Левитана, 1880 г. Увеличенный фрагмент показывает вблизи, как выглядит текстура, полученная с помощью сухой кисти.



Рис. 1

Необходимо отметить, что сам по себе эффект сухой кисти успешно воспроизводится в системах компьютерной имитации живописи [19–21], но в модели кисти для машинной живописи требуется не просто его воспроизвести, но и предсказать его количественные характеристики, различающиеся от мазка к мазку по мере расхода краски на кисти.

Разработка алгоритмов управления роботом-художником, позволяющих ему воспроизводить фактуру, создаваемую сухой кистью, является сложной научно-инженерной задачей. В настоящей статье предлагается решение этой задачи в два этапа. Первый этап — исследование свойств используемой в эксперименте кисти: определение зависимости ширины мазка от давления на кисть и зависимости плотности текстуры мазка от расхода краски на кисти. Второй этап — создание модели, способной количественно воспроизводить эти характеристики, и обоснование ее применимости в конкретных сценариях использования.

**Предлагаемая модель кисти.** В процессе живописной работы художник берет кистью краску с палитры и переносит ее на холст касательными движениями. След от кисти на холсте называется мазком. В зависимости от формы кисти и силы нажатия на кисть мазок может иметь разные свойства. В данной работе рассматривается художественная круглая кисть с острым кончиком, обладающая следующим свойством: ширина мазка прямо пропорциональна силе нажатия на кисть. При использовании робота эта сила регулируется смещением точки центра инструмента (ТЦИ) вниз по вертикальной по оси  $Z$ . Высококачественные художественные кисти имеют линейную характеристику зависимости ширины мазка от смещения по оси  $Z$  [18]:

$$w = k_w Z + w_0, \quad (1)$$

где  $w$  — ширина мазка,  $w_0$  — ширина мазка в момент касания холста кистью,  $k_w$  — коэффициент линейной аппроксимации.

В зависимости от предварительного увлажнения кисть обладает разной способностью восстанавливать исходную форму после нажатия на нее. Слегка предварительно увлажненная кисть сохраняет эту способность при нанесении до нескольких десятков мазков вне зависимости от вязкости краски, тогда как полностью сухая кисть, загруженная вязкой краской, сразу же теряет свои упругие свойства.

Чем больше мазков делает кисть с момента взятия краски, тем меньше краски остается на кисти. При этом мазок становится все более прозрачным и текстурным. Для описания этих эффектов введем параметр *интегральной плотности* мазка  $\alpha$ :

$$\alpha = (\sum_i (c_i - I_i)) / N / (c_0 - I_0),$$

где  $c_i$  и  $I_i$  — яркости пикселов холста и краски в области, к которой прикасается кисть,  $c_0$  — средняя яркость холста,  $I_0$  — чистый тон краски,  $N$  — число пикселов в рассматриваемой области.

Параметр интегральной плотности учитывает как прозрачность краски, нанесенной тонким слоем, так и текстуру: чем более разреженная текстура мазка, тем меньше  $\alpha$ .

Рассмотрим физику процесса переноса вязкой краски на холст. В несжимаемой жидкости тензор напряжения сдвига  $\tau$  и тензор скорости деформации  $\varepsilon$  связаны соотношением [22]

$$\tau = 2\mu(\dot{\gamma})\varepsilon,$$

где обобщенная вязкость  $\mu$  является константой в случае ньютоновской жидкости, а  $\dot{\gamma}$  представляет собой первый главный инвариант тензора  $\varepsilon$  [23]; для псевдопластичной жидкости, к которой относится краска, выполняется степенной закон вязкости [24]:

$$\mu(\dot{\gamma}) = K\dot{\gamma}^{n-1},$$

где  $K$  — коэффициент густоты потока,  $n$  — показатель поведения жидкости, для псевдопластичной жидкости  $0 < n < 1$ .

Внутреннее устройство кисти целесообразно представить как множество тонких капилляров радиусом  $r$ , стенки которых образованы щетинками. В момент касания кистью холста происходит деформация щетины. Это приводит к возникновению градиента давления  $\nabla p_0$ , направленного из тела кисти наружу, к пятну контакта. Уравнение Навье — Стокса для малых чисел Рейнольдса в капиллярах можно записать в виде [25]

$$d(\mu(\dot{\gamma})r\dot{\gamma})/dr = r\nabla p_0, \quad (2)$$

где  $\dot{\gamma} = du/dr$ , а  $u$  — скорость течения жидкости в капилляре.

Интегрируя это уравнение по  $r$  и принимая во внимание нулевую скорость на границах капилляра, получаем [25]

$$2\mu(\dot{\gamma})\dot{\gamma} = r\nabla p_0. \quad (3)$$

Проинтегрировав уравнение (3) еще раз по  $r$ , с учетом степенного закона вязкости получим уравнение

$$dV_b/dt = S(\nabla p_0/(2K))^{1/n}nr^{(n+1)/n}/(n+1),$$

которое описывает производную по времени объема краски  $V_b$ , выдавливаемой из кисти, где  $S$  — площадь пятна контакта.

При движении кисти по холstu краска частично выдавливается в латеральном направлении, составляя окаймление мазка, большая же ее часть движется слегка впереди кисти в виде вала, в котором создается динамическое давление  $p_d = 0,5 \rho v^2$ , где  $\rho$  — плотность краски,  $v$  — скорость движения кисти. Градиент этого давления  $\nabla p_d = p_d/d$  определяется через расстояние  $d$  между щетиной кисти и холстом в пятне контакта и зависит от локальных особенностей рельефа.

Поскольку в пятне контакта  $d$  неоднородно, в расчетах можно использовать усредненное значение  $d_{\text{cp}}$ . Производная объема краски, задерживающейся на локальных участках холста, равна

$$dV_c/dt = d_{\text{cp}}w(\nabla p_d(2K))^{1/n}nd_{\text{cp}}^{(n+1)/n}/(n + 1).$$

Скорость движения кисти и начальный объем краски ( $V_0$ ) в кисти подбираются таким образом, чтобы выполнялось неравенство  $dV_b/dt < dV_c/dt$ , т. е. вся выдавленная в определенный момент краска была зафиксирована на холсте. После того как мазок нанесен на холст, внутренний объем капилляров кисти, смоченной ранее краской, уменьшается, что вызывает уменьшение их сечения пропорционально уменьшению объема краски:  $r_1 = (V_1/(ML\pi))^{1/2}$ , где  $M$  — число капилляров,  $L$  — длина смоченной краской части кисти. Объем краски, содержащейся в кисти после нанесения одного мазка за время  $T$ , равен

$$V_1 = V_0 - \int_T S(\nabla p_0/(2K))^{1/n}nr_0^{(n+1)/n}/(n + 1)dt;$$

$$V_0 = LM\pi r_0^2,$$

где  $r_0$  — радиус капилляра до нанесения мазка.

Зависящими от времени величинами являются  $S$ ,  $\nabla p_0$ ,  $r_0$ . В предположении, что в их разложении в ряд Тейлора по времени значимыми являются только первые члены, получим соотношение

$$V_1 = V_0 - bST(\nabla p_0/(2K))^{1/n}nV_0^{(n+1)/(2n)}(LM\pi)^{-(n+1)/(2n)}/(n + 1),$$

где  $b$  — коэффициент формы мазка: например,  $b = 1$  для прямоугольных мазков,  $b = 0,5$  для треугольных мазков и т. п.

Объединив не связанные с  $V_0$  величины в одну константу

$$W = bST(\nabla p_0/(2K))^{1/n}n(LM\pi)^{-(n+1)/(2n)}/(n + 1),$$

получим уравнение

$$V_1 = V_0 - WV_0^{(n+1)/(2n)}.$$

Принимая во внимание связь между площадью мазка  $s$ , его толщиной  $h$  и объемом краски  $V = sh$ , а также плотностью мазка  $\alpha = k_\alpha h$ , где  $k_\alpha$  — некоторый коэффициент, получаем

$$\alpha_1 = \alpha_0 - k_\alpha WS^{(1-n)/(2n)}\alpha_0^{(n+1)/(2n)},$$

где  $\alpha_1$  — плотность текущего мазка.

Для одинаковых мазков, нанесенных роботом с одинаковой скоростью, и при прочих равных параметрах, а также при  $n \geq 1$  это уравнение дает закон затухания плотности мазка, близкий к линейному. При ньютоновской жидкости ( $n = 1$ ) справедливо точное линейное соотношение

$$\alpha_1 = (1 - k_\alpha W)\alpha_0.$$

Таким образом, интегральная плотность мазка зависит в первую очередь от числа касаний холста кистью и лишь затем от площади, формы и других характеристик ранее нанесенных мазков, поскольку параметр  $k = (1 - k_\alpha W)$ , который далее будем называть коэффициентом расхода краски, в реальном живописном процессе близок к единице. При  $n = 1$  закон изменения плотности мазка можно описать разностным уравнением

$$\alpha[i + 1] = k\alpha[i], \quad (4)$$

где  $i$  — номер мазка,  $\alpha[i]$  — плотность предыдущего мазка,  $\alpha[i + 1]$  — плотность нового мазка.

Необходимость моделирования мазка с эффектом сухой кисти возникает в двух случаях: при компьютерной имитации живописи и при работе робота-художника, когда необходимо предсказать, какова ожидаемая плотность следующего мазка и нет ли необходимости снова взять краску на кисть. Структурная схема процесса моделирования мазка известной ширины показана на рис. 2. При компьютерной имитации живописи вводится дополнительный этап модификации интегральной плотности случайным образом, к ранее определенному значению добавляется СКО. После определения окончательного значения  $\alpha$  предполагается, что из библиотеки мазков (БД) выбирается образец с такой же или близкой плотностью, затем подстраиваются его параметры и мазок выводится для дальнейшей обработки [19].

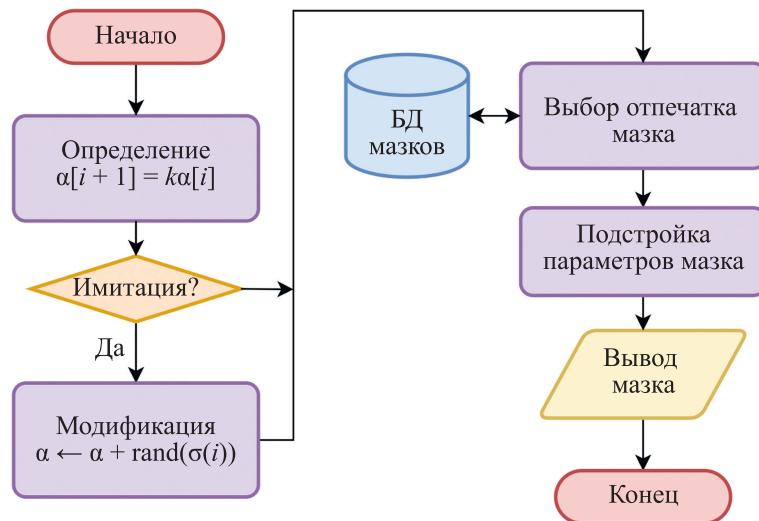


Рис. 2

Для робототехнической живописи необходимым условием получения высокой точности воспроизведения заданного изображения с помощью кисти является визуальная обратная связь. Модель (4) используется на этапе прогнозирования мазка, и после нанесения мазка роботом система визуальной обратной связи оценивает достигнутую погрешность воспроизведения мазка. При необходимости погрешность корректируется новыми мазками, которые наносятся частично или полностью поверх старых. Система обратной связи робота e-David наиболее подробно описана [5]. Этот робот способен не только наносить готовые краски на холст, но и оптически смешивать их за счет нанесения полупрозрачных мазков даже при использовании простейшей модели смешения цветов и без поправки на эффект сухой кисти, предлагаемый в настоящей работе. Использование прогностической модели (4) в аналогичной системе позволит уменьшить число наносимых на холст мазков, сократить время работы робота и снизить расход краски.

**Экспериментальная установка.** Экспериментальная установка, предназначенная для оценки предложенных моделей, была собрана на базе коллаборативного робота Jaka Zu 3 (рис. 3). Робот был смонтирован на сварочном столе размером 600 × 1200 мм. На столе с помощью специально спроектированных 3D-печатных креплений горизонтально фиксировался холст. Рабочее поле робота Jaka Zu 3 в такой конфигурации составляет 30 × 40 см. В качестве инструмента использовалась кисть Malevich № 6 с синтетическим ворсом, вклеенная в съемное крепление, изготовленное методом 3D-печати. Длина всей сборки от верхнего торца крепления до кончика кисти составляла 82 мм. Для нанесения мазков использовалась акриловая краска Sennelier “Campus” кость жженая (пигмент PBk7), разбавленная акриловым медиумом Amsterdam и водой в соотношении 3:1:1.

Файлы с машинными кодами для управления роботом генерировались программой, написанной в среде MatLab, в ней же производилась и обработка результатов экспериментов. Программа управления включала в себя серверную и клиентскую части, которые связывались по протоколу TCP. Серверная часть программы, написанная на языке C# в MS Visual Studio 2022

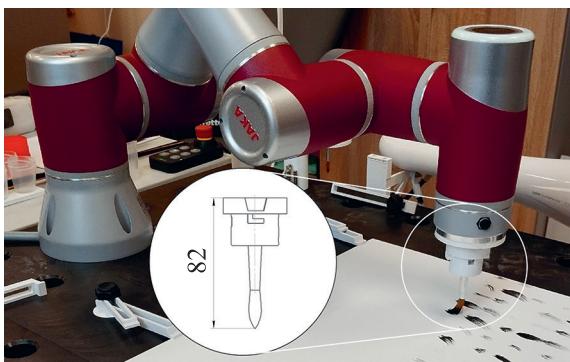


Рис. 3

смонтирована система студийного освещения, направляющая рассеянный белый свет под углом 45° к поверхности стола для исключения бликов. Максимальное разрешение фотографической системы составило 8,61 пкс/мм. Настройка параметров фотоаппарата и съемка осуществлялись дистанционно с применением программы Canon EOS Utility. Для точного масштабирования уровня яркости рядом с холстом фиксировалась плашка с калибровочными оттенками черного и белого. После съемки динамический диапазон снимка подстраивался таким образом, чтобы калибровочный черный цвет соответствовал уровню „0“, а калибровочный белый цвет — уровню 255 при 8-битном кодировании цветовых каналов.

**Результаты.** Для получения модели кисти было проведено три эксперимента. Первый эксперимент заключался в нанесении роботом 64 мазков длиной 80 мм при плавном изменении смещения точки центра инструмента по оси Z от 0 до 10 мм. После взятия кистью достаточного количества краски производилось 6 одинаковых мазков, затем кисть тщательно промывалась и просушивалась до состояния легкой увлажненности, чтобы обеспечить сохранение заостренной формы, и цикл повторялся. Измерение ширины мазков осуществлялось по их снимкам, представленным на рис. 4, а, с помощью алгоритма, сканирующего снимок по строкам и определяющего границы области, в которой яркость меньше средней яркости холста  $c_0$ . Полученные графики ширины мазков, линейные аппроксимации зависимости ширины мазка от смещения ТЦИ по оси Z представлены на рис. 4, б. Наибольшая разница визуально и инструментально наблюдается между первыми после взятия краски мазками и последующими. Как показал анализ, коэффициент  $k_w$  в линейной аппроксимации (1) слабо зависит от очередности мазков, но начальная ширина  $w_0$  первых мазков в среднем более чем в 1,5 раза больше.

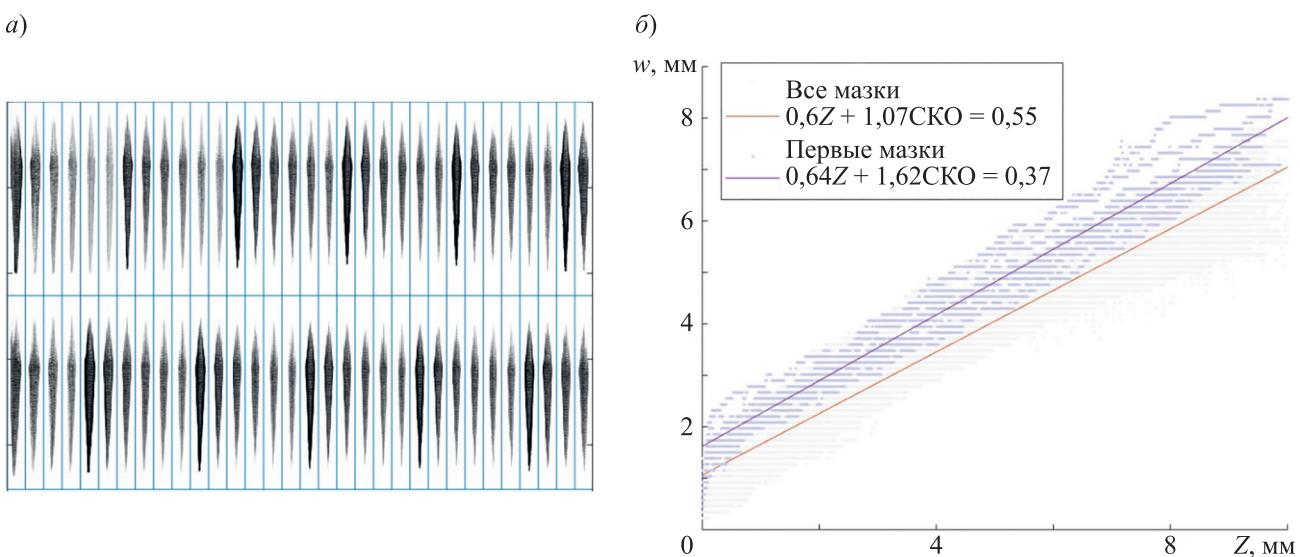


Рис. 4

Полученная оценка  $k_w$  по всей выборке равна  $0,595 \pm 0,024$  с вероятностью  $P = 99,5\%$ , оценка для первых мазков  $0,634 \pm 0,03$ ,  $P = 99,5\%$ , что в пределах погрешности совпадает. Оценка  $w_0$  по всей выборке составляет  $1,07 \pm 0,16$  мм,  $P = 99,5\%$ , оценка для первых мазков —  $1,64 \pm 0,19$  мм,  $P = 99,5\%$ . Величина СКО линейной оценки (1) составляет для первых мазков 0,37, или 5% от наибольшего значения  $w$ , а для всей совокупности мазков 0,55, или 7% от наибольшего значения  $w$ .

Также было проведено исследование коэффициента расхода краски  $k$  по закону (4). Как и в предыдущем случае, зависимость для первых и последующих мазков отличалась. Линейный закон (4) при этом воспроизведен с высокой точностью. С помощью метода наименьших квадратов были найдены следующие значения коэффициента расхода краски: для первых мазков  $k_1 = 0,71$ , для последующих  $k_2 = 0,89$ , общий коэффициент по всей выборке  $k_{\text{общ}} = 0,81$ . СКО линейных аппроксимаций составили соответственно 0,029, 0,013 и 0,043, т. е. не более 5% от величины  $\alpha[i]$ . Данные зависимости представлены на рис. 5, а.

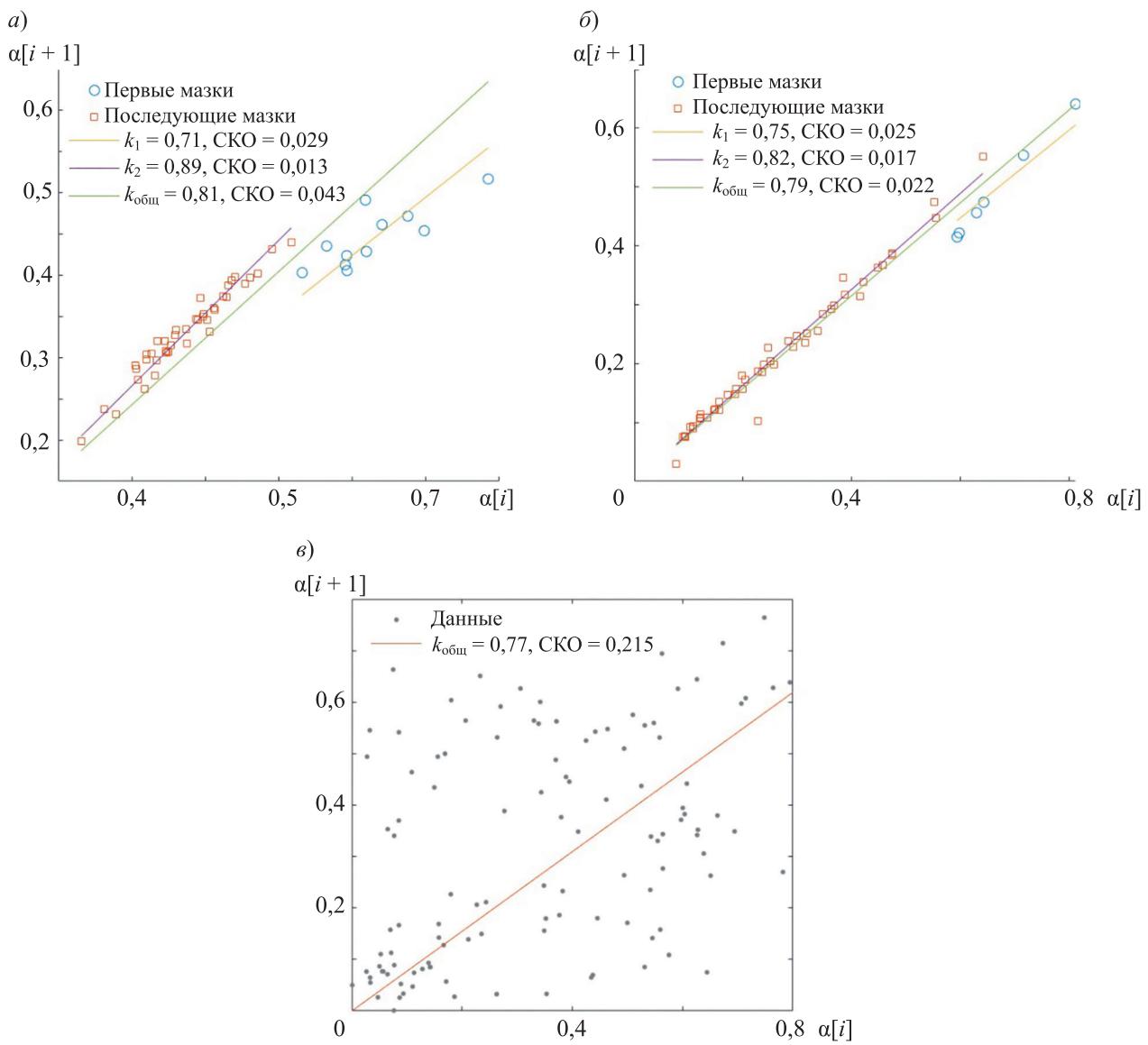


Рис. 5

Второй эксперимент заключался в нанесении роботом 60 мазков постоянной ширины длиной 40 мм с целью оценки влияния формы мазка на закономерности изменения интегральной плотности. Полученные мазки проиллюстрированы на рис. 6. Различия между первыми после

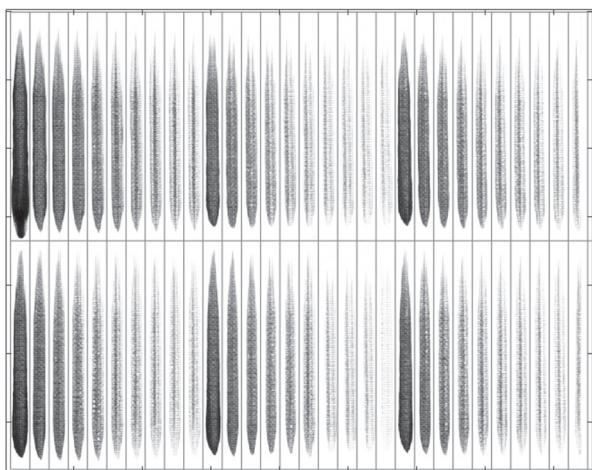


Рис. 6

кисть не сохраняла заостренную форму, мазки получались широкие и текстурные, состоящие из прямых сегментов, число которых варьировалось от 0 до 2. Под мазком, количество сегментов в котором равно нулю, имеется в виду точечный мазок в одно касание холста. К случайнм параметрам, изменяющимся в ходе эксперимента, относятся: смещение ТЦИ по оси  $Z$  (равномерно распределенная случайная величина от 0 до 10 мм), число сегментов (нуль — с вероятностью 10 %, один — с вероятностью 20 %, два — с вероятностью 70 %), длина мазка (равномерно распределенная случайная величина от 5 до 20 мм), для мазков из двух сегментов — угол между сегментами (равномерно распределенная случайная величина от 9 до 81°) и соотношение длин сегментов (равномерно распределенная случайная величина от 0,2 до 0,8).

Снимок холста с выделенными областями каждого мазка показан на рис. 7, а. Чтобы оценить интегральную плотность, необходимо знать область холста, которую занимает каждый мазок. Для этого использовался подход, проиллюстрированный рис. 7, б. Изображение мазка (шаг 1 на рис. 7, б) размывалось с помощью укрупнения пикселов (шаг 2), а затем все пиксели, яркость которых меньше 255, закрашивались черным, формируя область, которую занимает мазок (шаг 3).

Несмотря на высокий уровень шума в полученных данных, видно (см. рис. 5, в), что и здесь закон затухания интегральной плотности (4) согласуется с экспериментом. Показанная непрерывной линией аппроксимация соответствует уравнению (4) с параметром  $k_{\text{общ}} = 0,77$ . Значение СКО составило 0,22, т. е. примерно 27 % от наибольшей величины  $a[i]$ . Такая высокая погрешность обусловлена как особенностями сухой кисти, так и погрешностью определения формы мазка.

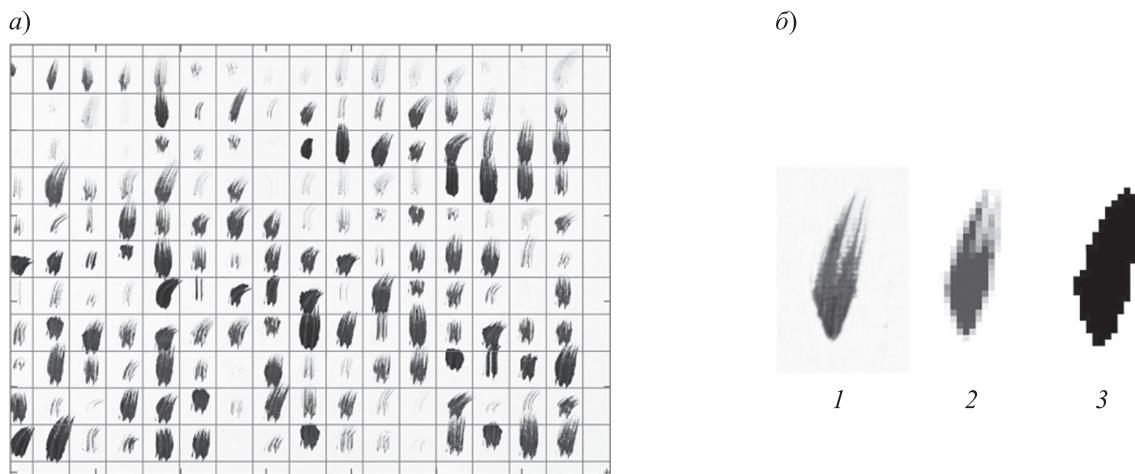


Рис. 7

загрузки краски мазками и последующими оказались менее существенными. С помощью метода наименьших квадратов были найдены следующие значения коэффициента расхода краски: для первых мазков  $k_1 = 0,75$ , для последующих  $k_2 = 0,82$ , общий коэффициент по всей выборке  $k_{\text{общ}} = 0,79$ . СКО линейных аппроксимаций составили соответственно 0,025, 0,017 и 0,022, т. е. не более 3 % от величины  $a[i]$ . Данные зависимости показаны на рис. 5, б.

Третий эксперимент заключался в нанесении роботом 176 мазков случайной формы, при этом краска на кисти обновлялась только после каждого 20-го мазка. Кисть не промывалась, чтобы исключить смачивание ее водой. Из-за этого

Несмотря на различия значений коэффициента расхода краски, использование  $k_{\text{общ}} = 0,8$  дает погрешность менее 10 %, что вполне допустимо в инженерных приложениях, особенно при использовании обратной связи.

**Заключение.** Представлена математическая модель сухой кисти, предлагаемая для применения в робототехнической живописи. На основе экспериментальных данных получена модель кисти, связывающая ширину мазка со смещением ТЦИ робота по оси Z. Введено понятие интегральной плотности мазка, которое учитывает прозрачность краски и текстуру мазка. На основе уравнений Навье — Стокса выведена зависимость изменения интегральной плотности текущего мазка от количества мазков, сделанных кистью ранее. В дальнейшем представленные модели могут быть полезны для повышения точности и качества роботизированной живописи, а также для достоверной компьютерной имитации живописи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Oppenlaender J. The creativity of text-to-image generation // Proc. of the 25th Intern. Academic Mindtrek Conf. 2022. P. 192–202. DOI: 10.1145/3569219.3569352.
2. Scalera L., Seriani S., Gasparetto A., Gallina P. A novel robotic system for painting with eyes // Advances in Italian Mechanism Science: Proc. of the 3rd Intern. Conf. of IFToMM Italy 3. 2021. P. 191–199.
3. Gallina P. Neural network painting defect classification using Karhunen–Loeve transformation // Optics and Lasers in Engineering. 1999. Vol. 32, N 1. P. 29–40.
4. Scalera L., Seriani S., Gasparetto A., Gallina P. Non-photorealistic rendering techniques for artistic robotic painting // Robotics. 2019. Vol. 8, N 1. P. 10.
5. Lindemeier T., Metzner J., Pollak L., Deussen O. Hardware-based nonphotorealistic rendering using a painting robot // Comput. Graph. Forum. 2015. N 34 (2). P. 311–323.
6. Marx D., Vangobot L. K. CloudPainter [Электронный ресурс]: <http://www.cloudpainter.com/blog/2016/10/19/doug-marx-and-luke-kellys-vangobot>, 08.01.2024.
7. Winner of the 2018 Robot Art prize. Cloudpainter [Электронный ресурс]: <http://www.cloudpainter.com>, 08.01.2024.
8. <https://www.liatgrayver.com/ABOUT/>, 08.01.2024.
9. Grinberg I. et al. Implicit collaboration with a drawing machine through dance movements // Proc. of the 8th ACM Symp. on Computational Fabrication. 2023. P. 1–2. DOI: 10.1145/3623263.3629150.
10. Lin Y. et al. It is your turn: Collaborative ideation with a co-creative robot through sketch // Proc. of the 2020 CHI Conf. on Human Factors in Computing Systems. 2020. P. 1–14.
11. Scalera L. et al. Human–robot interaction through eye tracking for artistic drawing // Robotics. 2021. Vol. 10, N 2. P. 54.
12. Beltramello A. et al. Artistic robotic painting using the palette knife technique // Robotics. 2020. Vol. 9, N 1. P. 15.
13. Scalera L. et al. Airbrush robotic painting system: Experimental validation of a colour spray model // Advances in Service and Industrial Robotics: Proc. of the 26th Intern. Conf. on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region, RAAD 2017. Springer International Publ., 2018. P. 549–556.
14. Sun Y., Xu Y. A calligraphy robot—Callibot: Design, analysis and applications // IEEE Intern. Conf. on Robotics and Biomimetics (ROBIO), IEEE. 2013. P. 185–190.
15. Scalera L., Seriani S., Gasparetto A., Gallina P. Watercolour Robotic Painting: a Novel Automatic System for Artistic Rendering // Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2018. P. 1–16.
16. Karimov A. et al. A Robot for Artistic Painting in Authentic Colors // Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2023. Vol. 107, N 3. P. 34.
17. Karimov A. et al. Advanced tone rendition technique for a painting robot // Robotics and Autonomous Systems. 2019. Vol. 115. P. 17–27.
18. Gülow J. M., Grayver L., Deussen O. Self-improving robotic brushstroke replication // Arts. MDPI. 2018. Vol. 7, N 4. P. 84.
19. Zeng K. et al. From image parsing to painterly rendering // ACM Trans. Graph. 2009. Vol. 29, N 1. P. 2:1–2:11.
20. Chu N. et al. Detail-preserving paint modeling for 3D brushes // Proc. of the 8th Intern. Symp. on Non-Photorealistic Animation and Rendering. 2010. P. 27–34.
21. Guo C. et al. The simulation of the half-dry stroke based on the force feedback technology // 8th Intern. Conf. on Graphic and Image Processing (ICGIP 2016). SPIE, 2017. Vol. 10225. P. 420–426.

22. Zhao J. et al. An inverse problem for Bingham type fluids //Journal of Computational and Applied Mathematics. 2022. Vol. 404. P. 113906.
23. Sorbie K. S. Polymer-Improved Oil Recovery. Springer Science & Business Media, 2013.
24. Гусев Ю. И., Каракеев И. Н., Кольман-Иванов Э. Э. Конструирование и расчет машин химических производств. М.: Машиностроение, 1985.
25. Eberhard U. et al. Determination of the effective viscosity of non-Newtonian fluids flowing through porous media // Frontiers in Physics. 2019. Vol. 7. P. 71.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

- Артур Исакандарович Каримов** — канд. техн.наук; Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“, кафедра систем автоматизированного проектирования; доцент; Е-mail: aikarimov@etu.ru
- Максим Дмитриевич Стрельников** — Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“, кафедра систем автоматизированного проектирования; техник; Е-mail: maksim\_stv@mail.ru
- Сергей Владимирович Мазин** — Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“, кафедра систем автоматизированного проектирования; техник; Е-mail: sergei1420011@gmail.com
- Дмитрий Сергеевич Горюнов** — Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“, кафедра систем автоматизированного проектирования; техник; Е-mail: mindvorg@gmail.com
- Максим Вадимович Кулагин** — Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“, кафедра систем автоматизированного проектирования; ассистент; Е-mail: mvkulagin@etu.ru
- Тимур Исакандарович Каримов** — канд. техн.наук; Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“, кафедра систем автоматизированного проектирования; доцент; Е-mail: tikarimov@etu.ru

Поступила в редакцию 06.02.2024; одобрена после рецензирования 28.03.2024; принята к публикации 16.05.2024.

## REFERENCES

1. Oppenlaender J. *Proceedings of the 25th International Academic Mindtrek Conference*, 2022, pp. 192–202, DOI: 10.1145/3569219.3569352.
2. Scalera L., Seriani S., Gasparetto A., Gallina P. *Advances in Italian Mechanism Science: Proceedings of the 3rd International Conference of IFToMM*, Italy, 2021, pp. 191–199.
3. Gallina P. *Optics and Lasers in Engineering*, 1999, no. 1(32), pp. 29–40.
4. Scalera L., Seriani S., Gasparetto A., Gallina P. *Robotics*, 2019, no. 1(8), pp. 10.
5. Lindemeier T., Metzner J., Pollak L., Deussen O. *Comput. Graph. Forum*, 2015, no. 2(34), pp. 311–323.
6. Doug Marx and Luke Kelly's Vangobot, Cloudpainter, <http://www.cloudpainter.com/blog/2016/10/19/doug-marx-and-luke-kellys-vangobot>.
7. Winner of the 2018 Robot Art prize, Cloudpainter, <http://www.cloudpainter.com>.
8. <https://www.liatgrayver.com/ABOUT>.
9. Grinberg I. et al. *Proceedings of the 8th ACM Symposium on Computational Fabrication*, 2023, pp. 1–2, DOI: 10.1145/3623263.3629150.
10. Lin Y. et al. *Proceedings of the 2020 CHI Conference on human factors in computing systems*, 2020, pp. 1–14.
11. Scalera L. et al. *Robotics*, 2021, no. 2(10), pp. 54.
12. Beltramello A. et al. *Robotics*, 2020, no. 1(9), pp. 15.
13. Scalera L. et al. *Advances in Service and Industrial Robotics: Proceedings of the 26th International Conference on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region, RAAD 2017*, Springer International Publishing, 2018, pp. 549–556.
14. Sun Y., Xu Y. *2013 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, IEEE, 2013, pp. 185–190.
15. Scalera L., Seriani S., Gasparetto A., Gallina P. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2018, pp. 1–16.
16. Karimov A. et al. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2023, no. 3(107), pp. 34.
17. Karimov A. et al. *Robotics and Autonomous Systems*, 2019, vol. 115, pp. 17–27.
18. GÜLZOW J.M., GRAYVER L., DEUSSEN O. Arts, MDPI, 2018, no. 4(7), pp. 84.
19. ZENG K. et al. *ACM Trans. Graph.*, 2009, no. 1(29), pp. 2:1–2:11.
20. CHU N. et al. *Proceedings of the 8th International Symposium on Non-Photorealistic Animation and Rendering*, 2010, pp. 27–34.
21. GUO C. et al. *Eighth International Conference on Graphic and Image Processing (ICGIP 2016)*, SPIE, 2017, vol. 10225, pp. 420–426.

22. Zhao J. et al. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2022, vol. 404, pp. 113906.
23. Sorbie K. S. *Polymer-improved Oil Recovery*, Springer Science & Business Media, 2013.
24. Gusev Yu.I., Karasev I.N., Kolman-Ivanov E.E. *Konstruirovaniye i raschet mashin khimicheskikh proizvodstv (Design and Calculation of Chemical Production Machines)*, Moscow, 1985. (in Russ.)
25. Eberhard U. et al. *Frontiers in Physics*, 2019, vol. 7, pp. 71.

#### DATA ON AUTHORS

**Artur I. Karimov**

- PhD; St. Petersburg Electrotechnical University “LETI”, Department of Computer-Aided Design Systems; Associate Professor; E-mail: aikarimov@etu.ru

**Maksim D. Strelnikov**

- St. Petersburg Electrotechnical University “LETI”, Department of Computer-Aided Design Systems; Technician; E-mail: maksim\_stv@mail.ru

**Sergey V. Mazin**

- St. Petersburg Electrotechnical University “LETI”, Department of Computer-Aided Design Systems; Technician; E-mail: sergei1420011@gmail.com

**Dmitry S. Goryunov**

- St. Petersburg Electrotechnical University “LETI”, Department of Computer-Aided Design Systems; Technician; E-mail: mindvorg@gmail.com

**Maksim V. Kulagin**

- St. Petersburg Electrotechnical University “LETI”, Department of Computer-Aided Design Systems; Assistant; E-mail: mvkulagin@etu.ru

**Timur I. Karimov**

- PhD; St. Petersburg Electrotechnical University “LETI”, Department of Computer-Aided Design Systems; Associate Professor; E-mail: tikarimov@etu.ru

Received 06.02.2024; approved after reviewing 28.03.2024; accepted for publication 16.05.2024