
ПРИБОРЫ НАВИГАЦИИ

NAVIGATIONAL INSTRUMENTS

УДК 531.383
DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-8-678-688

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЗИЦИОННОЙ КОРРЕКЦИИ С ПЕРЕКРЕСТНЫМИ СВЯЗЯМИ В БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ СИСТЕМЕ ОРИЕНТАЦИИ

В. В. Алешкин*, Р. А. Здражевский, Ю. М. Ефремов, С. А. Скибин

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А., Саратов, Россия

** aleshkinvv@yandex.ru*

Аннотация. Рассматриваются кватернионные уравнения работы автономной бесплатформенной системы ориентации (БИСО), состоящей из инерциального измерительного модуля (ИИМ) и бортового вычислителя. ИИМ содержит трехкомпонентный измеритель угловой скорости, датчик линейных ускорений и магнитометр. Целью работы является построение системы кинематических уравнений с асимптотически устойчивыми решениями, настроенной на период Шулера и фильтр нижних частот с заданной полосой пропускания. Этим достигаются компенсация погрешностей начальной выставки, невозмущаемость линейными ускорениями (баллистические погрешности), снижение уровня шума в оценках параметров ориентации по отношению к сигналам гироскопов, акселерометров и магнитометров и отсутствие накопления ошибок определения ориентации. Алгоритмы работы БИСО строятся на основе уравнений Пуассона в параметрах Родрига–Гамильтона с дополнительно введенными членами перекрестной позиционной коррекции, знаки которых задаются исходя из требования асимптотической устойчивости, а численные значения коэффициентов коррекции обеспечивают остальные свойства алгоритмов. Теоретически обоснован диапазон угловых скоростей объекта, при которых сохраняются свойства алгоритмов. Результаты работы подтверждены математическим моделированием работы ИИМ и БИСО и натурными испытаниями на автомобиле макета БИСО с микромеханическим ИИМ.

Ключевые слова: *бесплатформенная система ориентации, кватернионные кинематические уравнения, коррекция, устойчивость, период Шулера, фильтрация шумов, математическое моделирование, натурные испытания*

Ссылка для цитирования: *Алешкин В. В., Здражевский Р. А., Ефремов Ю. М., Скибин С. А. Применение позиционной коррекции с перекрестными связями в бесплатформенной системе ориентации // Изв. вузов. Приборостроение. 2024. Т. 67, № 8. С. 678–688. DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-8-678-688.*

APPLICATION OF CROSS-LINKED POSITIONAL CORRECTION IN A STRAPDOWN ORIENTATION SYSTEM

V. V. Aleshkin*, R. A. Zdrashevsky, Yu. M. Efremov, S. A. Skibin

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia

** aleshkinvv@yandex.ru*

Abstract. The quaternionic equations describing operation of strapdown inertial orientation system (BISO) consisting of an inertial measurement module (IMU) and an on-board computer, are considered. The IMU contains a three-component angular velocity meter, a linear acceleration sensor and a magnetometer. The aim of the work construction of a system of kinematic equations with asymptotically stable solutions configured for the Shuler period and a low-pass filter with a given bandwidth. This ensures compensation for errors in the initial exposure, tolerance to linear accelerations (ballistic errors), reduction of the noise level in the estimates of orientation parameters in relation to the signals of gyroscopes, accelerometers, and magnetometers and the absence of accumulation of orientation determination errors. The BISO algorithms are based on the Poisson equations in the Rodrigue-Hamilton parameters with additionally introduced terms of cross-positional correction, the signs of which are set based on the requirement of asymptotic stability, while the numerical values of the correction coefficients provide the remaining properties of the algorithms. The range of angular velocities of an object at which the properties of the algorithms are preserved is theoretically substantiated. The results

of the work are confirmed by mathematical modeling of the work of the IMU and BISO and full-scale tests of a BISO model with a micromechanical IMU on a vehicle.

Keywords: strapdown orientation system, quaternionic kinematic equations, correction, stability, Schuler period, noise filtering, mathematical modeling, field tests

For citation: Aleshkin V. V., Zdrashevsky R. A., Efremov Yu. M., Skibin S. A. Application of cross-linked positional correction in a strapdown orientation system. *Journal of Instrument Engineering*. 2024. Vol. 67, N 8. P. 678–688 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-8-678-688.

Введение. Бесплатформенная инерциальная система ориентации (БИСО) определяет параметры ориентации по информации инерциального измерительного модуля (ИИМ), содержащего трехкомпонентные измеритель угловой скорости (ТГИУС), измеритель кажущихся ускорений (ТИКУ) и магнитометр. Алгоритмы вычисления параметров ориентации строятся на основе кинематических уравнений в параметрах Родрига–Гамильтона (кватернионах), представляющих собой систему четырех линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Эти уравнения устойчивы неасимптотически, а при численном решении — неустойчивы [1–4]. В результате погрешности начальной выставки БИСО, дрейф и шумы в сигналах гироскопов приводят к нарастающим погрешностям определения углов ориентации объекта. В настоящей работе рассматривается вариант кватернионных уравнений корректируемой БИСО, снижающий эти погрешности и улучшающий соотношение сигнал/шум в вычисленных углах ориентации по отношению к выходным сигналам датчиков ИИМ.

Постановка задачи. Кинематические уравнения в параметрах Родрига–Гамильтона (кватернионах) имеют следующий вид [3, 4]:

$$2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \Omega - \Omega_g \circ \Lambda, \tag{1}$$

где Λ — кватернион, определяющий переход из географической системы координат к связанной системе; Ω, Ω_g — гиперкомплексные отображения векторов абсолютной угловой скорости связанной и географической систем координат соответственно.

При численном решении (1) появляются вычислительные погрешности, связанные с уходом нормы кватерниона. Для автоматического исправления в уравнение (1) добавляется член коррекции нормы кватерниона:

$$2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \Omega - \Omega_g \circ \Lambda + \Lambda(1 - \|\Lambda\|). \tag{2}$$

С целью сокращения вычислительных операций, связанных с произведением кватернионов, используют кватернионные матрицы размерности (4×4) и (4×1) :

$$\mathbf{M}(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_0 & -\lambda_1 & -\lambda_2 & -\lambda_3 \\ \lambda_1 & -\lambda_0 & -\lambda_3 & \lambda_2 \\ \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_0 & -\lambda_1 \\ \lambda_3 & -\lambda_2 & \lambda_1 & \lambda_0 \end{bmatrix}; \mathbf{M}(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & & & \\ \omega_y & & [\omega] & \\ \omega_z & & & \end{bmatrix}; \tag{3}$$

$$\mathbf{M}(\omega_g) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{xg} & -\omega_{yg} & -\omega_{zg} \\ \omega_{xg} & & & \\ \omega_{yg} & & [\omega_g] & \\ \omega_{zg} & & & \end{bmatrix}; \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix}; \omega = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}.$$

Матрицы $[\omega]$ и $[\omega_g]$ представляют собой векторное ядро $\mathbf{M}(\omega)$ и $\mathbf{M}(\omega_g)$ соответственно.

В кватернионной форме матрица перехода от географического сопровождающего трехгранника к связанному с объектом имеет вид:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 2\lambda_1^2 + 2\lambda_0^2 - 1 & 2\lambda_1\lambda_2 + 2\lambda_0\lambda_3 & 2\lambda_1\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_2 \\ 2\lambda_1\lambda_2 - 2\lambda_0\lambda_3 & 2\lambda_1^2 + 2\lambda_2^2 - 1 & 2\lambda_2\lambda_3 + 2\lambda_0\lambda_1 \\ 2\lambda_1\lambda_3 + 2\lambda_0\lambda_2 & 2\lambda_2\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_1 & 2\lambda_0^2 + 2\lambda_3^2 - 1 \end{bmatrix}.$$

Углы курса ψ , крена γ и тангажа ϑ выражаются через параметры Родрига–Гамильтона следующим образом:

$$\vartheta = \arcsin(2\lambda_1\lambda_2 + 2\lambda_0\lambda_3); \gamma = \arctg\left(-\frac{2\lambda_2\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_1}{2\lambda_2^2 + 2\lambda_0^2 - 1}\right); \psi = \arctg\left(-\frac{2\lambda_1\lambda_3 - 2\lambda_0\lambda_2}{2\lambda_1^2 + 2\lambda_0^2 - 1}\right). \quad (4)$$

Неасимптотическая устойчивость уравнений (1) и (2) приводит к расходимости оценок параметров ориентации при решении их численными методами даже в случае точного измерения угловых скоростей. Погрешности и шумы в выходных сигналах гироскопов приводят к тому, что приемлемая точность определения параметров ориентации в автономном режиме обеспечивается в течение короткого промежутка времени [1, 3, 5, 6]. Для компенсации накапливающихся со временем погрешностей вычисления углов ориентации в уравнения (2) вводят корректирующие сигналы, сформированные на основе информации других навигационных датчиков, входящих в состав ИИМ.

В работе [7] предложены многоступенчатые корректируемые алгоритмы ориентации в виде уравнений Пуассона на основе параметров Родрига–Гамильтона с введенными членами горизонтальной радиальной и интегрально-позиционной коррекции по информации блока акселерометров. За счет выбора структуры и значений коэффициентов коррекции можно обеспечить асимптотическую устойчивость решений уравнений и выполнение условий Шулера.

В работах [8–10] ИИМ дополнен трехкомпонентным магнитометром, по показаниям которого H_y, H_z в связанной системе координат, горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля Земли L и магнитному склонению D определяется угол курса

$$\psi = \arcsin\{(H_z \cdot \cos\gamma - H_y \cdot \sin\gamma)/L\} - D. \quad (5)$$

Начальные значения углов крена γ и тангажа определяются с помощью ТИКУ, измеряющего проекции ускорения свободного падения g_x, g_y, g_z на оси связанной системы координат при неподвижном и равномерно движущемся объекте:

$$\begin{aligned} \vartheta &= \arcsin(-g_x/g); \\ \gamma &= \arctg(g_z/g_y). \end{aligned} \quad (6)$$

Алгоритм работы БИСО сводится к решению уравнения вида (1) при заданных начальных условиях $\Lambda(0)$, вычисляемых по следующим выражениям:

$$\begin{aligned} \lambda_0(0) &= \cos(\psi/2)\cos(\vartheta/2)\cos(\gamma/2) - \sin(\psi/2)\sin(\vartheta/2)\sin(\gamma/2); \\ \lambda_1(0) &= \cos(\psi/2)\cos(\vartheta/2)\sin(\gamma/2) + \sin(\psi/2)\sin(\vartheta/2)\cos(\gamma/2); \\ \lambda_2(0) &= \sin(\psi/2)\cos(\vartheta/2)\cos(\gamma/2) + \cos(\psi/2)\sin(\vartheta/2)\sin(\gamma/2); \\ \lambda_3(0) &= \cos(\psi/2)\sin(\vartheta/2)\cos(\gamma/2) - \sin(\psi/2)\cos(\vartheta/2)\sin(\gamma/2). \end{aligned} \quad (7)$$

По элементам найденного кватерниона Λ определяются углы ориентации согласно формулам (4). Далее применяется компенсационная схема на основе ПИ-регулятора [8], которая позволяет отфильтровать измерительные шумы акселерометров, выделить и компенсировать дрейф гироскопов.

Таким образом, в приведенных выше работах для корректировки результатов определения углов ориентации по информации ТГИУС с помощью ТИКУ или ТИКУ и магнитометра ис-

пользуется ПИ-регулятор. В работе [11] на примере алгоритмов ориентации в направляющих косинусах показано, что такой подход может привести к ухудшению соотношения сигнал/шум в оценках параметров ориентации, так как система имеет свойства полосового фильтра по отношению к сигналам ТГИУС. В связи с этим были разработаны кватернионные корректируемые кинематические уравнения с перекрестными связями между каналами по сигналам позиционной коррекции.

Корректируемые кватернионные кинематические уравнения с перекрестными связями. Применим позиционную коррекцию с перекрестными связями, предложенную авторами в [11, 12] для уравнений Пуассона в направляющих косинусах, для кватернионных уравнений. В матричной форме, без учета коррекции нормы кватерниона, уравнение (2) примет вид:

$$2\dot{\lambda} = \mathbf{M}(\lambda)\omega - \mathbf{k}(\lambda - \lambda_k) - \mathbf{k}_p(\lambda - \lambda_k). \quad (8)$$

Здесь \mathbf{k} и \mathbf{k}_p — матрицы коэффициентов позиционной и перекрестной позиционной коррекции

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{k}_p = \begin{bmatrix} 0 & k_{p1} & k_{p2} & k_{p3} \\ -k_{p0} & 0 & k_{p2} & -k_{p3} \\ -k_{p0} & -k_{p1} & 0 & k_{p3} \\ -k_{p0} & k_{p1} & -k_{p2} & 0 \end{bmatrix},$$

λ_k — матрица коррекции (4×1), элементы которой вычисляются по сигналам ТИКУ и магнитометра с помощью выражений вида (5)–(7). При специально заданных знаках членов перекрестной коррекции в матрице \mathbf{k}_p уравнение (8) в скалярном виде представляет собой систему четырех линейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} 2\dot{\lambda}_0 &= -\lambda_1\omega_x - \lambda_2\omega_y - \lambda_3\omega_z - k_0(\lambda_0 - \lambda_{0k}) - k_{p1}(\lambda_1 - \lambda_{1k}) - k_{p2}(\lambda_2 - \lambda_{2k}) - k_{p3}(\lambda_3 - \lambda_{3k}); \\ 2\dot{\lambda}_1 &= \lambda_0\omega_x - \lambda_3\omega_y + \lambda_2\omega_z - k_1(\lambda_1 - \lambda_{1k}) + k_{p0}(\lambda_0 - \lambda_{0k}) - k_{p2}(\lambda_2 - \lambda_{2k}) + k_{p3}(\lambda_3 - \lambda_{3k}); \\ 2\dot{\lambda}_2 &= \lambda_3\omega_x + \lambda_0\omega_y - \lambda_1\omega_z - k_2(\lambda_2 - \lambda_{2k}) + k_{p0}(\lambda_0 - \lambda_{0k}) + k_{p1}(\lambda_1 - \lambda_{1k}) - k_{p3}(\lambda_3 - \lambda_{3k}); \\ 2\dot{\lambda}_3 &= -\lambda_2\omega_x + \lambda_1\omega_y + \lambda_0\omega_z - k_3(\lambda_3 - \lambda_{3k}) + k_{p0}(\lambda_0 - \lambda_{0k}) - k_{p1}(\lambda_1 - \lambda_{1k}) + k_{p2}(\lambda_2 - \lambda_{2k}); \end{aligned} \quad (9)$$

Собственная матрица уравнений возмущенного движения системы (9) со входами λ_{ik} ($i = 0, 1, 2, 3$) имеет вид:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -k_0 & -\omega_x - k_{p1} & -\omega_y - k_{p2} & -\omega_z - k_{p3} \\ \omega_x + k_{p0} & -k_1 & \omega_z - k_{p2} & -\omega_y + k_{p3} \\ \omega_y + k_{p0} & -\omega_y + k_{p1} & -k_2 & \omega_x - k_{p3} \\ \omega_z + k_{p0} & \omega_y - k_{p1} & -\omega_x + k_{p2} & -k_3 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Характеристический полином при выполнении равенств $k_i = k$, $k_{pi} = k_p$ ($i = 0, 1, 2, 3$):

$$\begin{aligned} a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 &= 0; \\ a_0 &= 1; \\ a_1 &= 4k; \\ a_2 &= 6(k^2 + k_p^2) + 2w; \\ a_3 &= 4k((k^2 + 3k_p^2) + w); \\ a_4 &= k^4 + 6k^2 k_p^2 + 9k_p^4 + 2w(k^2 - 3k_p^2) + 2(\omega_x^2 \omega_y^2 + \omega_x^2 \omega_z^2 + \omega_y^2 \omega_z^2) + \omega_x^4 + \omega_y^4 + \omega_z^4; \\ w &= \omega_x^4 + \omega_y^4 + \omega_z^4. \end{aligned} \quad (11)$$

Считая основание неподвижным, получим:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -k & -k_p & -k_p & -k_p \\ k_p & -k & -k_p & k_p \\ k_p & k_p & -k & -k_p \\ k_p & -k_p & k_p & -k \end{bmatrix}.$$

Корни характеристического уравнения в этом случае:

$$p = \begin{bmatrix} -k + i\sqrt{3}k_p \\ -k + i\sqrt{3}k_p \\ -k - i\sqrt{3}k_p \\ -k - i\sqrt{3}k_p \end{bmatrix}. \tag{12}$$

Из характеристических уравнений и их корней следует, что условия асимптотической устойчивости системы могут быть выполнены при любых знаках угловых скоростей, при этом значения коэффициентов позиционной коррекции должны быть положительными. Переходные процессы и частотные характеристики соответствуют колебательному звену четвертого порядка, система допускает настройку на период Шулера.

На рис. 1 приведены графики амплитудно-фазовой частотной характеристики системы относительно сигналов датчиков с коррекцией в соответствии с уравнениями (9), полученные с помощью математического моделирования БИСО в пакете Matlab Simulink. Численные значения коэффициентов задавались в соответствии с настройкой системы на два последовательно соединенных фильтра нижних частот (ФНЧ) Баттерворта с полосой пропускания 0–10 Гц: $k = 44,4$; $k_p = 25,64$. Таким образом, в данном случае БИСО представляет собой ФНЧ по отношению к выходным сигналам всех датчиков.

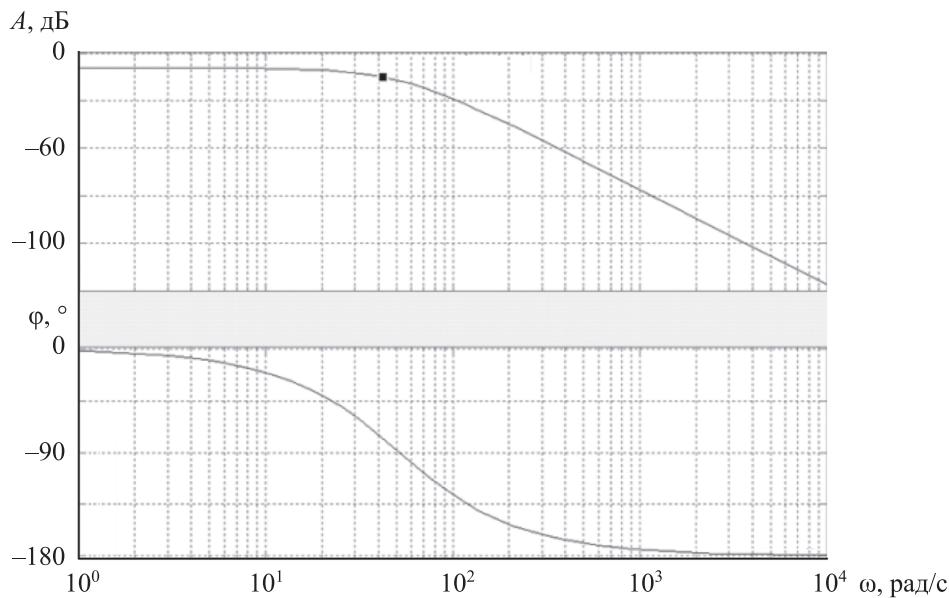


Рис. 1

Другие варианты знаков при членах коррекции приводят к следующим результатам. Для собственной матрицы

$$\begin{bmatrix} k + p & k_p & k_p & -k_p \\ -k_p & k + p & -k_p & -k_p \\ -k_p & k_p & k + p & -k_p \\ k_p & k_p & -k_p & k + p \end{bmatrix}$$

корни характеристического уравнения будут:

$$p \rightarrow \begin{bmatrix} -k + ik_p \\ -k - ik_p \\ -k + i\sqrt{3}k_p \\ -k - i\sqrt{3}k_p \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Корни характеристических уравнений — комплексно-сопряженные с отрицательными вещественными частями, что позволяет настраивать систему на ФНЧ 4-го порядка и период Шулера. Однако вариант (12) предпочтителен, поскольку корни представляют собой две одинаковые комплексно-сопряженные пары, что упрощает настройку. При других вариантах задания знаков членов коррекции либо не достигаются цели настройки, либо результаты совпадают с (13), (12).

Рассмотрим влияние величин проекций вектора абсолютной угловой скорости объекта на устойчивость системы (9). Составим определители Гурвица и проверим влияние угловых скоростей на выполнимость условий $\Delta_i > 0$ ($i = 2, 3$), кроме очевидных $\Delta_i > 0$ ($i = 1, 4$):

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= a_1 a_3 - a_2 = 16k^2((k^2 + 3k_p^2) + w) - 6(k^2 + k_p^2) + 2w > 0; \\ \Delta_3 &= a_3 \Delta_2 - a_1^2 a_4 > 0; \\ \Delta_4 &= a_4 \Delta_3 > 0. \end{aligned}$$

Определим предельные значения $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, для которых при положительных a_i нарушаются условия асимптотической устойчивости $\Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0$. В уравнении

$$a_1 a_3 - a_2 = 0 \quad (14)$$

выразим ω_x^2 через ω_y, ω_z и построим график зависимости $\omega_x^2(\omega_y, \omega_z)$ при изменениях последних в пределах ± 5 рад/с (рис. 2, а), из которого следует, что не существует действительных значений ω_x , при которых выполняется равенство (14). Введем новую переменную $z = \omega_x^2$ в уравнение $a_3 \Delta_2 - a_1^2 a_4 = 0$ и получим квадратное уравнение относительно этой переменной вида $az^2 + bz + c = 0$. Так как нас интересуют действительные положительные и равные корни этого уравнения, должно выполняться условие $b^2 - 4ac = 0$, при котором $z_{1,2} = -b^2/2 > 0$. Из первого условия следует область значений ω_y, ω_z (рис. 2, б), при которых может быть выполнено второе условие. Задавая значения ω_y, ω_z из этой области, построим график зависимости $b(\omega_y, \omega_z)$ (рис. 2, в), из которого следует, что при изменении ω_x в пределах ± 5 рад/с и ω_y, ω_z — в пределах ± 4 рад/с условия асимптотической устойчивости системы (9) выполняются, поскольку $b > 0$.

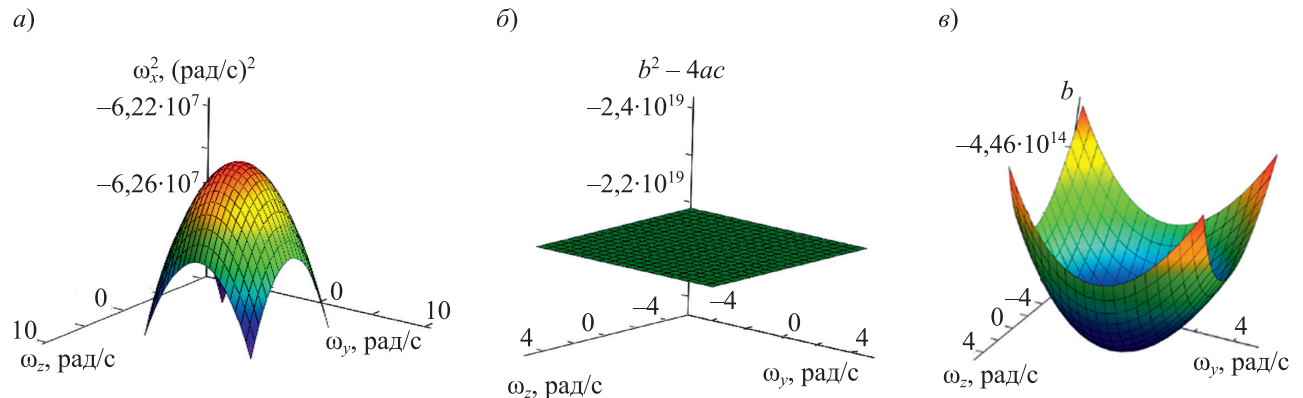


Рис. 2

Математическое моделирование работы ИИМ и БИСО. Математическое моделирование работы ИИМ с ТГИУС, ТИКУ и магнитометра на борту подвижного объекта и БИСО с коррекцией проводилось в среде Matlab (Simulink).

На рис. 3 приведена блок-схема процесса моделирования. Описание работы блоков и их математические модели приведены в [13]. Для построения графиков входных и выходных сигналов и частотных характеристик использовались штатные блоки Scope и Bode Plot, подключаемые в соответствующих точках модели.

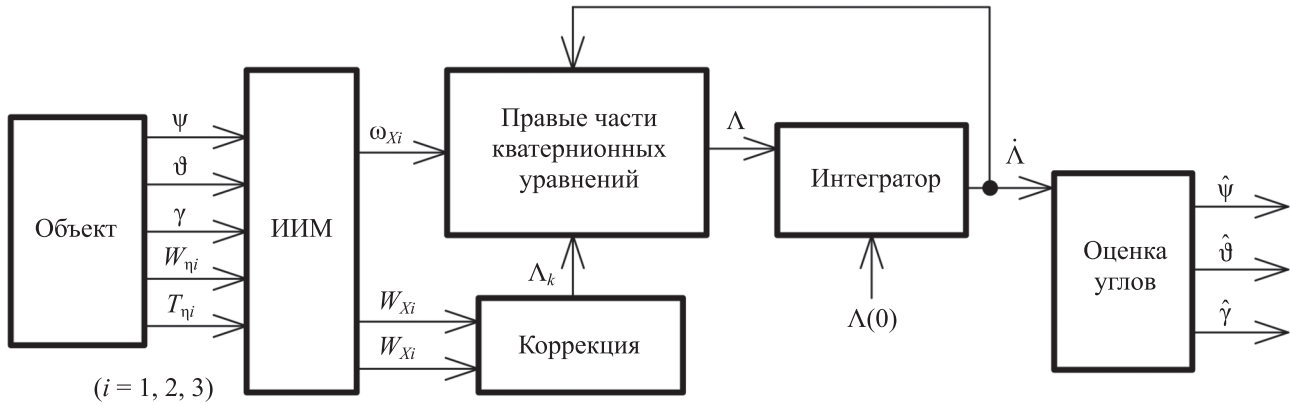


Рис. 3

Графики переходных процессов, представленные на рис. 4, подтверждают асимптотическую устойчивость решений кинематических уравнений вне зависимости от наличия угловых скоростей.

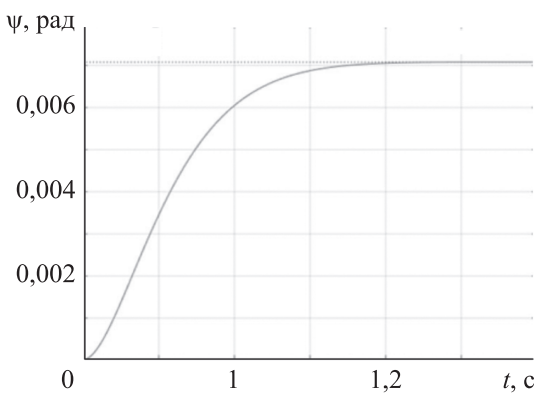


Рис. 4

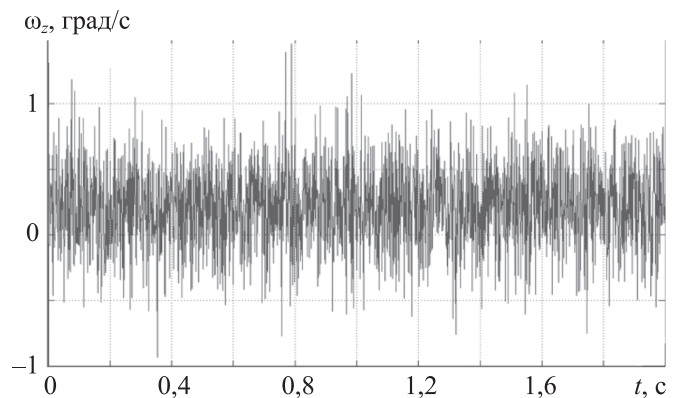


Рис. 5

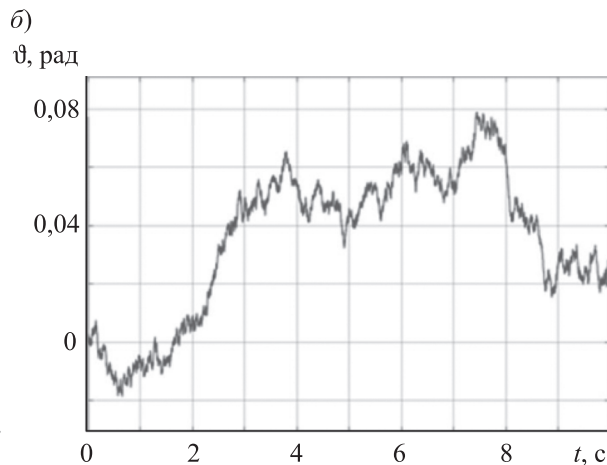
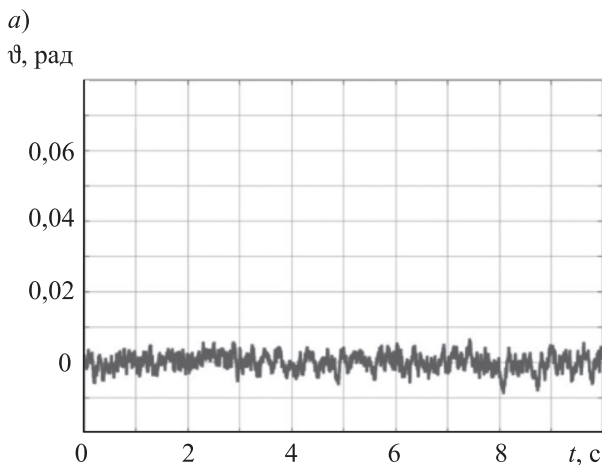


Рис. 6

Для проверки эффективности подавления шумов на выходные сигналы датчиков были наложены белые шумы с нулевым математическим ожиданием и мощностью, соответствующей паспортным данным ИИМ. Для примера на рис. 5 приведены графики сигнала микромеханического гироскопа, а на рис. 6 — оценки угла тангажа при неподвижном основании по двум алгоритмам с позиционной коррекцией (*a* — с перекрестными связями; *b* — без них).

Рис. 6 подтверждает эффективность подавления шумов датчиков в оценках углов. В результате применения коррекции дисперсия шумов снижена на два порядка.

Результаты натуральных испытаний макета БИСО. Для проведения эксперимента был использован ИИМ МЭМС MPU-9250 (трехосевые акселерометр, гироскоп и магнитометр).

Для оценки влияния движения объекта на точность определения параметров ориентации были проведены натурные испытания БИСО на подвижном основании, в качестве которого использовался автомобиль. На рис. 7 приведен пример маршрута движения. Запись сигналов датчиков и оценок углов, рассчитанных в ходе решения кинематических уравнений, проводилась без коррекции и с ее применением.

В первом случае графики оценок углов по курсу, тангажу и крену (фрагмент) представлены на рис. 8, *a*. В этом случае условия асимптотической устойчивости решений кинематических уравнений не выполняются, а начальные и конечные значения оценок углов, отображенные на рис. 8, *a*, не совпадают в одной и той же точке маршрута, отличаясь на $9,148^\circ$ по углу тангажа, на $21,042^\circ$ — по углу крена и на $33,8^\circ$ — по курсу за время движения 600 с.

Во втором случае (рис. 8, *b*) используется позиционная коррекция с перекрестными связями и настройкой на ФНЧ.

Начальные и конечные значения оценок углов практически совпадают: по углу курса $-76,27$ и $-76,96^\circ$, по тангажу $-0,1053$ и $0,439^\circ$, по крену $0,08312$ и $0,0334^\circ$. При этом средняя скорость дрейфа БИСО составила $0,298$ °/ч. Снижение средних квадратических отклонений оценок углов по тангажу и крену в 3,3 раза, оценок угла курса — в 2 раза объясняется использованием автомобиля в эксперименте.

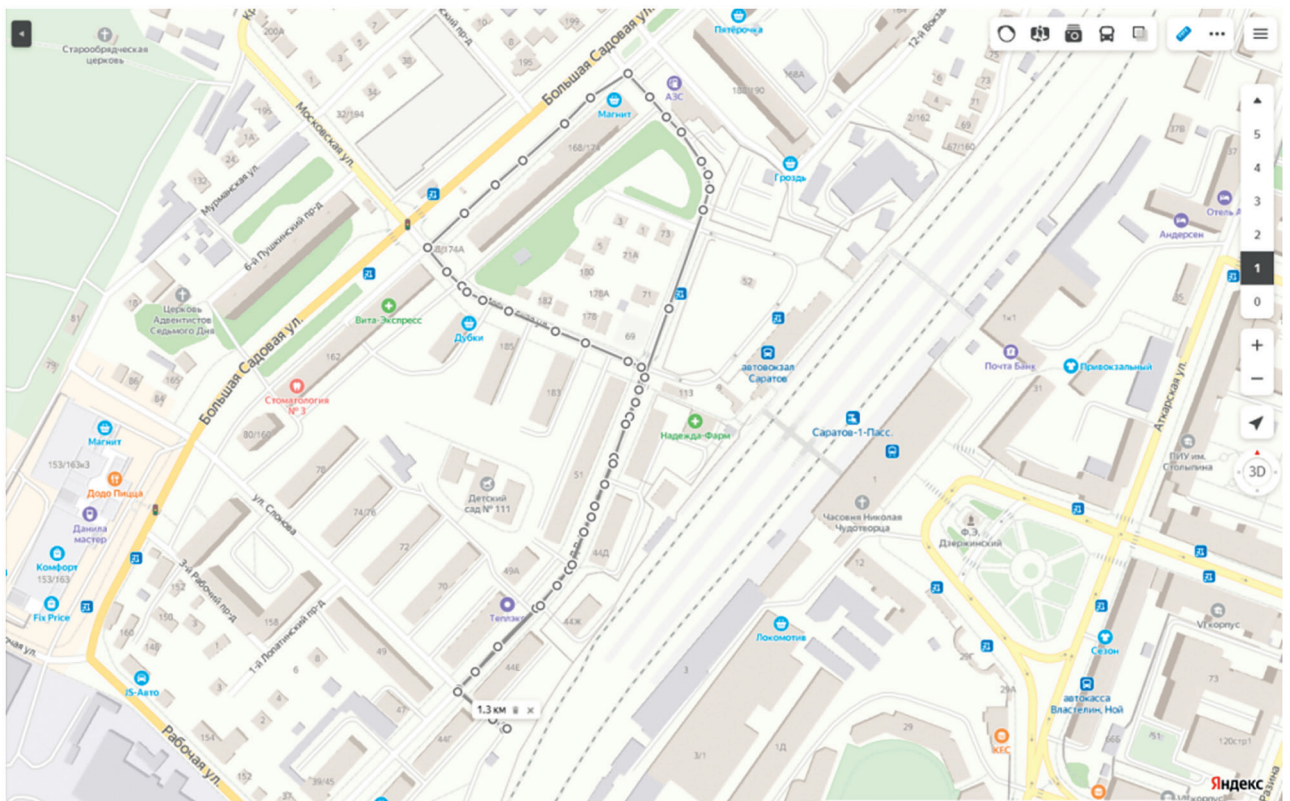


Рис. 7

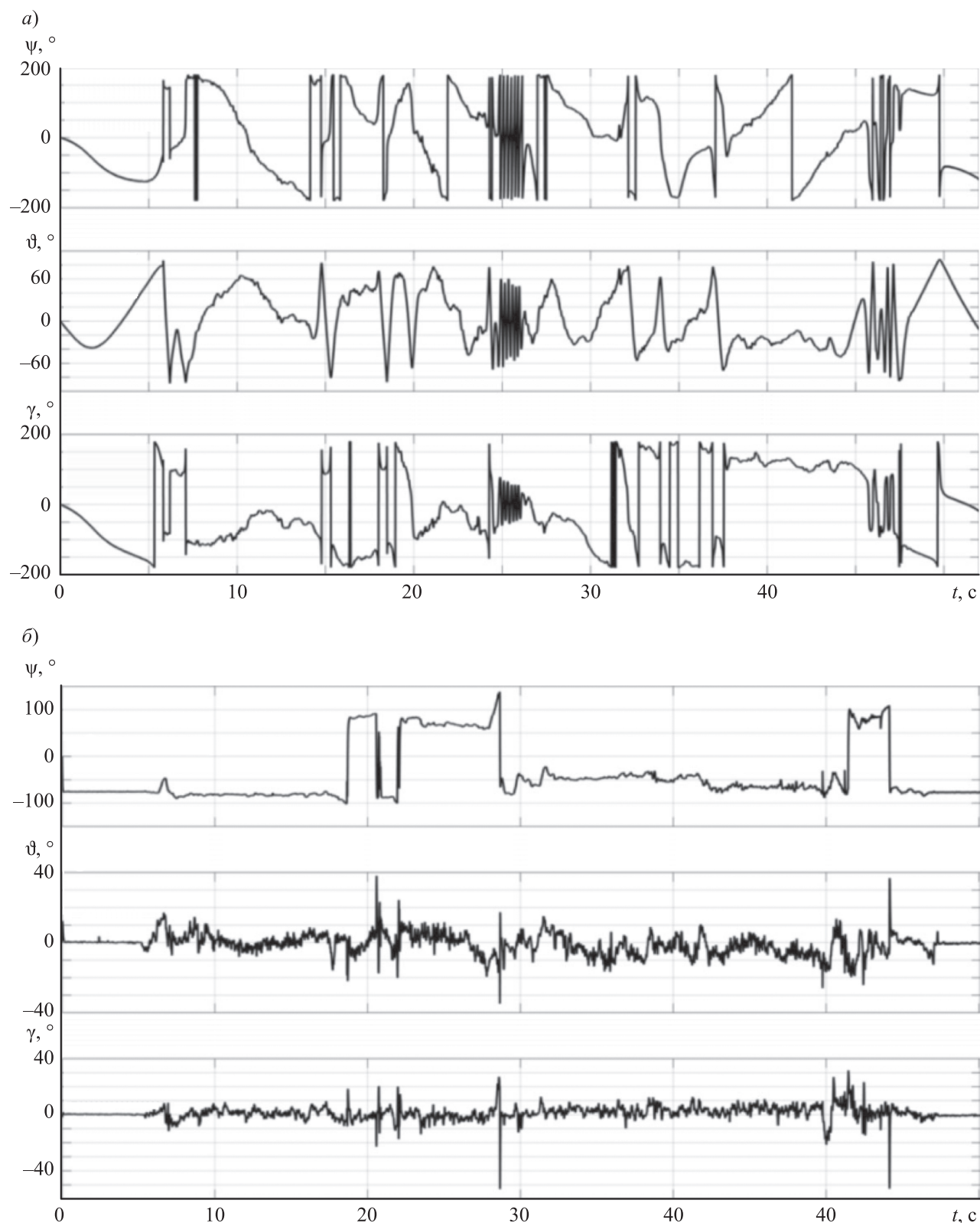


Рис. 8

Заключение. На основе кинематических уравнений Пуассона построены асимптотически устойчивые кватернионные кинематические уравнения работы БИСО по информации ИИМ, содержащего измерители трех компонентов вектора абсолютной угловой скорости, вектора кажущегося ускорения и напряженности магнитного поля Земли, обеспечивающие возможность настройки на период Шулера и ФНЧ с заданными частотными свойствами. Показано,

что перечисленные выше свойства сохраняются в диапазоне абсолютных угловых скоростей ± 4 рад/с.

С помощью математического моделирования подтверждены асимптотическая устойчивость решений кинематических уравнений, компенсация погрешностей начальной выставки БИСО, снижение дисперсии шумов в оценках углов ориентации на два порядка при настройке системы на фильтр нижних частот Баттерворта четвертого порядка с полосой пропускания 0–10 Гц.

Во время натурных испытаний макета БИСО на основе ИИМ МЭМС MPU-9250 на подвижном объекте погрешности оценок углов ориентации снижены на 2–3 порядка, средняя скорость дрейфа за время 600 с составила $0,298$ °/ч. Средние квадратические отклонения оценок углов по тангажу и крену снизились в 3,3 раза, оценок угла курса — в 2 раза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Матвеев В. В., Распопов В. Я.* Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем / Под ред. *В. Я. Распопова*. СПб: ЦНИИ „Электроприбор“, 2009. 280 с.
2. *Анучин О. Н., Емельянцева Г. И.* Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов / Под ред. *В. Г. Пешехонова*. СПб: ЦНИИ „Электроприбор“, 2003. 390 с.
3. *Бранец В. Н., Шмыглевский И. П.* Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992. 280 с.
4. *Челноков Ю. Н.* Кватернионные модели и методы динамики, навигации и управления движением. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 560 с.
5. *Плотников П. К., Лючев С. А.* Об устойчивости алгоритмов определения углов поворотов объекта по сигналам гироскопической бесплатформенной системы ориентации // Изв. вузов. Приборостроение. 1991. Т. 34, № 10. С. 62–68.
6. *Плотников П. К.* Элементы теории работы одной разновидности бесплатформенных инерциальных систем ориентации // Гироскопия и навигация. 1999. № 3. С. 23–35.
7. *Плотников П. К.* Построение и анализ кватернионных дифференциальных уравнений задачи определения ориентации твердого тела с помощью бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Механика твердого тела. 1999. № 2. С. 3–14.
8. *Premarlani W., Bizard P.* Direction Cosine matrix IMU: Theory. 2009 [Электронный ресурс]: <<http://http://gentlenav.googlecode.com/files/DCMDraft2.pdf>>.
9. *Жидкова Н. В., Волков В. Л.* Моделирование бесплатформенной системы ориентации // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1. С. 4–14.
10. *Волков В. Л., Жидкова Н. В.* Обработка информации в системе ориентации на основе МЭМС // Тр. Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. Микромеханические системы. 2015. № 3. С. 279–286.
11. *Алешкин В. В., Здражевский Р. А., Голованов П. Н., Марусич В. О.* Методы и алгоритмы коррекции кинематических уравнений в задаче определения ориентации объекта // Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 9. С. 494–504.
12. Пат. РФ 2738342, МПК G01 М 7/00, G01 М 15/00. Способ автономной ориентации подвижного объекта с помощью инерциального измерительного модуля / *В. В. Алешкин, Р. А. Здражевский, П. Н. Голованов, В. О. Марусич*. Заяв. № 2019145337 от 30.12.2019.
13. *Алешкин В. В., Голованов П. Н.* Модель БСО малоразмерного летательного аппарата на основе микромеханического инерциального измерительного модуля // Проблемы управления, обработки и передачи информации (УОПИ-2018): Сб. тр. VI Междунар. науч. конф. / Под ред. *А. А. Львова и М. С. Светлова*. Саратов: Лоди, 2019. С. 79–84.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

- Валерий Викторович Алешкин** — докт. техн. наук, доцент; Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., кафедра приборостроения; профессор; E-mail: aleshkinvv@yandex.ru
- Роман Анатольевич Здражевский** — канд. техн. наук; Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., кафедра приборостроения; доцент; E-mail: sweetnuts@inbox.ru
- Юрий Максимович Ефремов** — магистрант; Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., кафедра приборостроения; E-mail: yuriy.maksimovic@gmail.com
- Сергей Александрович Скибин** — аспирант; Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., кафедра приборостроения; E-mail: serega.skibin@mail.ru

Поступила в редакцию 16.02.2024; одобрена после рецензирования 29.04.2024; принята к публикации 19.06.2024.

REFERENCES

1. Matveev V.V., Raspopov V.Ya. *Osnovy postroyeniya besplatformennykh inertzial'nykh navigatsionnykh sistem* (Fundamentals of constructing Strapdown Inertial Navigation Systems), St. Petersburg, 2009, 280 p. (in Russ.)
2. Anuchin O.N., Emelyantsev G.I. *Integrirrovannyye sistemy oriyentatsii i navigatsii dlya morskikh podvizhnykh ob'yektov* (Integrated Orientation and Navigation Systems for Marine Mobile Objects), St. Petersburg, 2003, 390 p. (in Russ.)
3. Branets V.N., Shmyglevsky I.P. *Vvedeniye v teoriyu besplatformennykh inertzial'nykh navigatsionnykh sistem* (Introduction to the Theory of Strapdown Inertial Navigation Systems), Moscow, 1992, 280 p. (in Russ.)
4. Chelnokov Yu.N. *Kvaternionyye modeli i metody dinamiki, navigatsii i upravleniya dvizheniyem* (Quaternion Models and Methods of Dynamics, Navigation and Motion Control), Moscow, 2011, 560 p. (in Russ.)
5. Plotnikov P.K., Lyuchev S.A. *Journal of Instrument Engineering*, 1991, no. 10(34), pp. 62–68. (in Russ.)
6. Plotnikov P.K. *Giroskopiya i Navigatsiya*, 1999, no. 3, pp. 23–35. (in Russ.)
7. Plotnikov P.K. *Mechanics of Rigid Bodies*, 1999, no. 2, pp. 3–14. (in Russ.)
8. Premerlani W., Bizard P. *Direction Cosine matrix IMU: Theory*, 2009, <http://http://gentlenav.googlecode.com/files/DCMDraft2.pdf>.
9. Zhidkova N.V., Volkov V.L. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya*, 2015, no. 1, pp. 4–14. (in Russ.)
10. Volkov V.L., Zhidkova N.V. *Trudy Nizhegorodskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. R.E. Alekseyeva. Mikromekhanicheskiye sistemy*, 2015, no. 3, pp. 279–286. (in Russ.)
11. Aleshkin V.V., Zdrachevskiy R.A., Golovanov P.N., Marusich V.O. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravleniye* (Mechatronics, Automation, Control), 2021, no. 9(22), pp. 494–504. (in Russ.)
12. Patent RU 2738342, G01 M 7/00, G01 M 15/00, *Sposob avtonomnoy oriyentatsii podvizhnogo ob'yekta s pomoshch'yu inertzial'nogo izmeritel'nogo modulya* (Method for autonomous Orientation of a Moving Object Using an Inertial Measurement Module), V.V. Aleshkin, R.A. Zdrachevskiy, P.N. Golovanov, V.O. Marusich, Patent application no. 2019145337, Priority 30.12.2019. (in Russ.)
13. Aleshkin V.V., Golovanov P.N. *Problemy upravleniya, obrabotki i peredachi informatsii* (UOPI-2018) (Problems of Management, Processing and Transmission of Information (UPI-2018)), Proc. of the VI Intern. Sci. Conf., Saratov, 2019, pp. 79–84. (in Russ.)

DATA ON AUTHORS

- Valery V. Aleshkin** — Dr. Sci., Professor; Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Department of Instrument Engineering; Professor; E-mail: aleshkinvv@yandex.ru
- Roman A. Zdrachevsky** — PhD, Associate Professor; Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Department of Instrument Engineering; Associate Professor; E-mail: sweetnuts@inbox.ru
- Yury M. Efremov** — Master Student; Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Department of Instrument Engineering; E-mail: yuriy.maksimovic@gmail.com
- Sergey A. Skibin** — Post-Graduate Student; Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Department of Instrument Engineering; E-mail: serega.skibin@mail.ru

Received 16.02.2024; approved after reviewing 29.04.2024; accepted for publication 19.06.2024.