

АДАПТИВНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ ПО СОСТОЯНИЮ И ПО ВХОДУ

Д. Н. Герасимов, А. В. Парамонов*, В. О. Никифоров

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

** avparamonov@itmo.ru*

Аннотация. Решена задача адаптивной компенсации внешнего заранее неизвестного возмущения, воздействующего на линейный объект с запаздываниями по состоянию и управлению. Возмущение не согласовано с управлением, а прямым измерениям доступна только выходная регулируемая переменная. Возмущение моделируется автономной динамической моделью с неизвестными параметрами, а закон управления формируется на основе принципа внутренней модели. Используемые специальная параметризация внешнего возмущения и схема расширения ошибки управления позволяют обеспечить ограниченность всех сигналов и асимптотическое выполнение цели управления. Теоретические утверждения иллюстрируются компьютерным моделированием.

Ключевые слова: адаптивное управление, система с запаздыванием по состоянию, система с запаздыванием по входу, внутренняя модель

Благодарность: работа выполнена при государственной поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 08-08).

Ссылка для цитирования: Герасимов Д. Н., Парамонов А. В., Никифоров В. О. Адаптивная компенсация возмущений в линейных системах с запаздываниями по состоянию и по входу // Изв. вузов. Приборостроение. 2024. Т. 67, № 12. С. 999–1009. DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-12-999-1009.

ADAPTIVE DISTURBANCE COMPENSATION IN LINEAR SYSTEMS WITH STATE AND INPUT DELAYS

D. N. Gerasimov, A. V. Paramonov*, V. O. Nikiforov

ITMO University, St. Petersburg, Russia

** avparamonov@itmo.ru*

Abstract. The problem of adaptive compensation of an external previously unknown disturbance affecting a linear object with delays in state and control signal is solved. The disturbance is not coordinated with the control, and only the output variable under control is accessible for direct measurements. The disturbance is modeled by an autonomous dynamic model with unknown parameters, and the control law is formed based on the principle of the internal model. The special parameterization of the external disturbance and the control error expansion scheme used allow to ensure the limitedness of all signals and asymptotic fulfillment of the control goal. Theoretical statements are illustrated by results of computer simulation.

Keywords: adaptive control, system with state delay, system with input delay, internal model

Acknowledgments: The work was carried out with state support from leading universities of the Russian Federation (subsidy 08-08).

For citation: Gerasimov D. N., Paramonov A. V., Nikiforov V. O. Adaptive disturbance compensation in linear systems with state and input delays. *Journal of Instrument Engineering*. 2024. Vol. 67, N 12. P. 999–1009 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-12-999-1009.

Введение. Особенности синтеза законов управления в условиях запаздываний по состоянию объекта и/или по входному сигналу являются предметом активных исследований на протяжении последних десятилетий, что обусловлено проявлением эффекта запаздывания во многих системах, широко используемых на практике [1–5]. Особый класс представляют задачи адаптивной компенсации внешних детерминированных периодических возмущений с неизвестными частотами, фазами и амплитудами, воздействующими на линейные объекты с запаздываниями. Именно такая задача исследуется в настоящей статье [6, 7].

Предлагаемое решение использует *метод внутренней модели* [8, 9], в соответствии с которым возмущение формируется линейной автономной моделью (генератором возмущения), и для полной компенсации возмущения данная модель должна быть соответствующим образом воспроизведена в замкнутом контуре управления. Важным этапом в развитии метода внутренней модели стало применение в системах адаптивного управления, когда внешнее возмущение моделируется генератором с неизвестными параметрами, а для его параметризации и компенсации параметрической неопределенности используются специальные наблюдатели и алгоритмы адаптации (см., например, [10]).

В последние два десятилетия интерес исследователей привлекла задача адаптивной реализации метода внутренней модели при синтезе законов управления для возмущенных систем с запаздываниями по состоянию и/или входному сигналу. Решения были получены как на основе идентификационного подхода [11–14], так и на основе метода прямой адаптации [16–21]. Однако в указанных работах рассматривались системы с запаздыванием по входному сигналу. Частный случай системы с запаздыванием по состоянию и с измеряемым вектором состояния рассмотрен в [22]. Наиболее близкий класс объектов исследован в работах [23, 24], однако в них сделано ограничительное предположение, что объект обладает единичной относительной степенью.

В настоящей статье предлагается расширение задачи адаптивной компенсации мультигармонических возмущений на класс линейных объектов с запаздываниями по состоянию и входу, несогласованным возмущением и неизмеряемым состоянием. Выполненные исследования, будучи развитием работы [25], расширены на класс объектов с несогласованным возмущением. Кроме того, настоящая статья логически связана с работой [19], в которой рассматривалась задача адаптивного слежения за неизвестным командным сигналом и, таким образом, завершает рассмотрение комплексной задачи адаптивного регулирования (т.е. слежения и компенсации) в системах с запаздываниями по состоянию и управлению.

В статье приняты обозначения: s — комплексная переменная; $\alpha(s, e^{-\tau s})$ — квазиполином переменной s степени n , в общем случае имеющий вид

$$\alpha(s, e^{-\tau s}) = \alpha_0(s) + \sum_{i=1}^n \alpha_i(s) \prod_{i=1}^n e^{-j\tau s} \alpha_i(s), \quad ,$$

где $\alpha_0(s)$ и $\alpha_i(s)$ — некоторые полиномы от s ; если $\alpha(s, e^{-\tau s})$ — квазиполином переменной s , а A — квадратная матрица, то $\alpha(A, e^{-\tau A})$ — квадратная матрица, полученная из $\alpha(s, e^{-\tau s})$ подстановкой $s = A$; запись $y = W(s)[u(t)]$ означает преобразование сигнала $u(t)$ динамическим блоком с передаточной функцией $W(s)$; I — единичная матрица соответствующей размерности.

Постановка задачи. Рассматривается линейный объект с запаздываниями по входу и состоянию

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= A_0 x + A_1 x(t - \tau_x) + bu(t - \tau_u) + d\delta, x(\tau), \\ y &= c^T x, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $x \in \mathbb{R}^n$ — неизмеряемый вектор состояния; u — сигнал управления; y — измеряемая регулируемая переменная; A_0, A_1, b, d, c — известные матрицы и векторы постоянных коэффициентов соответствующих размерностей; τ_x и τ_u — известные постоянные запаздывания; δ — неизмеряемое ограниченное возмущение. Не теряя общности, будем полагать, что $x(\tau) \equiv 0$, где $\tau \in [-\tau_{\max}, 0]$, $\tau_{\max} = \max(\tau_x, \tau_u)$. Отдельно отметим, что в общем случае в объекте (1) возмущение δ не согласо-

вано с управлением u и не может быть непосредственно компенсировано без соответствующего преобразования модели объекта.

Необходимо синтезировать закон управления u в форме обратной связи по выходной переменной y , обеспечивающего ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0. \quad (2)$$

При решении поставленной задачи* будут приняты следующие допущения.

Д о п у щ е н и е 1. Объект (1) асимптотически устойчив, т. е. квазиполином $\alpha(s, e^{-\tau_x s}) = \det(sI - A_0 - A_1 e^{-\tau_x s})$ гурвицев.

Д о п у щ е н и е 2. Объект (1) минимально-фазовый, т. е. квазиполином $\beta(s, e^{-\tau_x s}) = c^T \text{adj}(sI - A_0 - A_1 e^{-\tau_x s}) b$ гурвицев.

Д о п у щ е н и е 3. Тройка (A_0, b, c) является полностью управляемой и наблюдаемой.

Д о п у щ е н и е 4. Возмущение может быть описано моделью вида:

$$\begin{cases} \dot{z} = \Gamma z, z(0), \\ \delta = h^T z \end{cases} \quad (3)$$

с неизмеряемым вектором состояния $z \in \mathbb{R}^m$, неизвестной постоянной матрицей $\Gamma \in \mathbb{R}^{m \times m}$, собственные числа которой являются чисто мнимыми и некратными, и с неизвестным вектором $h \in \mathbb{R}^m$. Пара (Γ, h^T) является полностью наблюдаемой, а максимальный порядок модели (3) m считается известным.

Прокомментируем представленные допущения. Допущение 1 принято в методических целях и позволяет при синтезе управления сфокусировать основное внимание на задаче адаптивной компенсации возмущения. Принципиально это допущение может быть исключено путем использования наблюдателя и построения дополнительного контура стабилизации [26, 27]. Как показано в Приложении, допущение 2 определяет достаточное условие для приведения исходной модели к объекту управления к виду с „согласованным“ возмущением. Допущение 3 является естественным для рассматриваемой задачи и означает управляемость и наблюдаемость объекта (1) с запаздыванием по состоянию [5]. Допущение 4 задает класс возмущений, для которых будет решена поставленная задача, в общем случае это — смещенная сумма гармоник с неизвестными частотами, амплитудами и фазами. При этом максимально возможное число гармоник m считается априорно известным.

В Приложении показано, что при выполнении допущений 2 и 4 объект (1) может быть приведен к виду

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = A_0 \varepsilon + A_1 \varepsilon(t - \tau_x) + b(u(t - \tau_u) + \bar{\delta}), \varepsilon(\tau), \\ y = c^T \varepsilon, \end{cases} \quad (4)$$

где $\bar{\delta} = \bar{h}^T z$ — согласованное с управлением возмущение, $\bar{h} \in \mathbb{R}^m$ — вектор неизвестных параметров, а $\varepsilon \in \mathbb{R}^n$ — новый неизмеряемый вектор состояния.

Объект (4) может быть также представлен в виде

$$y = W(s, e^{-\tau_x s})[u(t - \tau_0) + \bar{\delta}], \quad (5)$$

где

$$W(s, e^{-\tau_x s}) = c^T (Is - A_0 - A_1 (e^{-\tau_x s})^{-1} b) = \frac{\beta(s, e^{-\tau_x s})}{\alpha(s, e^{-\tau_x s})} \quad (6)$$

— передаточная функция, содержащая квазиполиномы $\alpha(s, e^{-\tau_x s})$ и $\beta(s, e^{-\tau_x s})$.

* Предлагаемое решение задачи может быть непосредственно расширено на класс линейных объектов с множественными запаздываниями по состоянию. В настоящей статье в методических целях и для упрощения аналитических выражений рассмотрено одно запаздывание τ_x .

Параметризация возмущающего воздействия. Для применения стандартных алгоритмов адаптации приведем внешнее возмущение δ к виду линейной регрессионной модели, представляющей собой линейную комбинацию неизвестных постоянных параметров и физически измеряемых функций [10]. Для построения такой модели воспользуемся следующим утверждением [10].

Лемма 1 (каноническая форма генератора возмущения). Согласованное возмущение $\bar{\delta}$, удовлетворяющее допущению 4 (с учетом замены h на $\bar{h}$), может быть представлено в виде выхода модели

$$\begin{cases} \dot{\xi} = G\xi + l\delta, \xi(0), \\ \bar{\delta} = \theta^T \xi, \end{cases} \quad (7)$$

где $\xi \in \mathbb{R}^m$ — вектор состояния модели (4); $G \in \mathbb{R}^{m \times m}$ — произвольная гурвицева матрица, вектор коэффициентов $l \in \mathbb{R}^m$ выбран таким образом, что пара (G, l) является управляемой; а $\theta \in \mathbb{R}^m$ — постоянный вектор неизвестных коэффициентов.

Следствие 1. Вектор ξ может быть представлен как вектор состояния автономной модели

$$\dot{\xi} = (G + l\theta^T)\xi. \quad (8)$$

Следствие 2. Упреждающее значение вектора ξ может быть рассчитано по формуле

$$\xi(t + \tau_u) = e^{(G+l\theta^T)\tau_u} \xi(t). \quad (9)$$

Однако векторы z и ξ недоступны прямым измерениям. Для построения параметризованной модели возмущения с измеряемым вектором регрессии воспользуемся следующим вспомогательным утверждением.

Лемма 2 (параметризация фильтрованного возмущения $\bar{\delta}$). Введем в рассмотрение фильтрованный регрессор

$$\xi_f = W(s, e^{-\tau_x s})[\xi] \quad (10)$$

и фильтрованное возмущение

$$\delta_f = W(s, e^{-\tau_x s})[\bar{\delta}]. \quad (11)$$

Тогда фильтрованное возмущение можно представить в виде состояния модели

$$\dot{\xi}_f = G\xi_f + l\delta_f \quad (12)$$

или

$$\dot{\xi}_f = (G + l\theta^T)\xi_f, \quad (13)$$

а возмущение $\bar{\delta}$ может быть представлено в виде

$$\bar{\delta} = \psi^T \xi_f, \quad (14)$$

где $\psi \in \mathbb{R}^m$ — новый вектор неизвестных параметров.

Доказательство. С учетом (7) можно записать

$$\xi_f = W(s, e^{-\tau_x s})[\xi] = W(s, e^{-\tau_x s})[(sI - G)^{-1}l[\delta] + e^{Gt}\xi(0)].$$

Пренебрегая экспоненциально затухающим слагаемым $e^{Gt}\xi(0)$ и принимая во внимание свойство перестановочности линейных операторов $W(s, e^{-\tau_x s})$ и $(sI - G)^{-1}l$, можем записать

$$\xi_f = (sI - G)^{-1}l[W(s, e^{-\tau_x s})[\bar{\delta}]] = (sI - G)^{-1}l[\delta_f].$$

Эта запись эквивалентна (12)**, с учетом равенства $\bar{\delta} = \theta^T \xi$ она подтверждает справедливость (13).

Из выражения (10) следует

$$\alpha(s, e^{-\tau_x s})[\xi_f] = \beta(s, e^{-\tau_x s})[\xi]. \quad (15)$$

С учетом (5) и (10) из (12) получаем

$$R_f \xi_f = R \xi, \quad (16)$$

где $R_f = \alpha(G + l\theta^T, e^{-\tau_x(G+l\theta^T)})$, $R = \beta(G + l\theta^T, e^{-\tau_x(G+l\theta^T)})$.

Выразив ξ_f из (16) и подставив во второе уравнение (7), получим доказательство (14), где $\psi^T = \theta^T R_f^{-1} R$.

Следует отметить, что по теореме Гамильтона–Кэли матрица R_f не вырождена, поскольку множество устойчивых корней квазиполинома $\alpha(s, e^{-\tau_x s})$ не пересекается с множеством чисто мнимых собственных чисел матрицы $G + l\theta^T$. Доказательство леммы завершено.

Искомая параметризация возмущения $\bar{\delta}$ с измеряемым вектором регрессии определяется следующим утверждением.

Лемма 3 (наблюдатель фильтрованного возмущения). Введем в рассмотрение наблюдатель возмущения вида

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_f &= G \xi_f + l(y - c^T \hat{x}), \\ \dot{\hat{x}} &= A_0 \hat{x} + A_1 \hat{x}(t - \tau_x) + bu(t - \tau_u) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где $\xi_f \in R^m$ и $\hat{x} \in R^n$ — векторы состояния соответствующих фильтров и $\hat{x}(t) \equiv 0$ при $t \in [-\tau_x, 0]$. Тогда возмущение может быть представлено в виде

$$\bar{\delta} = \psi^T \hat{\xi}_f. \quad (18)$$

Доказательство. Можно показать, что

$$y - c^T \hat{x} = W(s, e^{-\tau_x s})[\bar{\delta}] = \delta_f.$$

Тогда справедливость леммы 3 непосредственно следует из леммы 2 (см. формулы (12) и (14)). Доказательство леммы завершено.

Следствие 3. Упреждающее значение вектора $\hat{\xi}_f$ может быть рассчитано по формуле

$$\hat{\xi}_f(t + \tau_u) = e^{(G+l\theta^T)\tau_u} \hat{\xi}_f(t). \quad (19)$$

Синтез закона управления. С учетом леммы 3 и (19) объект управления может быть представлен в виде следующей модели „вход–выход“:

$$y = W(s, e^{-\tau_x s})[u(t - \tau_0) + \mu^T \hat{\xi}_f(t + \tau_u)], \quad (20)$$

где $\mu^T = \psi^T e^{(G+l\theta^T)\tau_u}$ — новый вектор неизвестных параметров. Выражение (20) обуславливает выбор закона управления в виде

$$u = -\hat{\mu}^T \hat{\xi}_f, \quad (21)$$

где $\hat{\mu} \in R^m$ — вектор настраиваемых параметров, который формируется соответствующим алгоритмом адаптации. Подставив (21) в (20), получим модель замкнутой системы вида:

$$y = W(s, e^{-\tau_x s})[\tilde{\mu}^T(t - \tau_u) \xi_f(t - \tau_u)], \quad (22)$$

где $\tilde{\mu} = \mu - \hat{\mu}$ — вектор параметрических ошибок.

** Во всех дальнейших выкладках пренебрегается экспоненциально затухающими членами, так как они не влияют на устойчивость замкнутой системы.

Отметим, что модель (22) содержит параметрическую ошибку с запаздыванием $\tilde{\mu}(t - \tau_u)$, что не позволяет синтезировать на ее основе физически реализуемый алгоритм адаптации. Для преодоления этой проблемы используем специальную *расширенную ошибку* $\bar{y}$ [16–18], которая в рамках рассматриваемой задачи определяется выражением:

$$\bar{y}(t) = y(t) + W(s, e^{-\tau_{xs}})[\hat{\mu}^T(t - \tau_u)\hat{\xi}_f(t - \tau_u)] - \hat{\mu}^T(t)\bar{\xi}_f(t - \tau_u). \quad (23)$$

Подставив (22) в (23), получим статическую модель ошибки вида

$$\bar{y}(t) = \tilde{\mu}^T(t)\bar{\xi}_f(t - \tau_u) \quad (24)$$

с регрессором $\bar{\xi}_f = W(s, e^{-\tau_{xs}})[\hat{\xi}_f]$. Отметим, что модель (24) содержит не „задержанное“ $\hat{\mu}(t - \tau_u)$, а текущее значение вектора параметрических ошибок $\tilde{\mu}(t)$.

Модель (24) позволяет использовать градиентный алгоритм адаптации вида [28, 29]:

$$\dot{\hat{\mu}} = \gamma \bar{\xi}_f(t - \tau_u) \bar{y}, \quad (25)$$

где $\gamma > 0$ — коэффициент адаптации. Легко видеть, что производная функции Ляпунова $V = \hat{\mu}^T \tilde{\mu} / 2\gamma$, вычисленная согласно решениям (25) и (24), принимает вид $\dot{V} = -\bar{y}^2$ и, следовательно, $\|\tilde{\mu}(t)\|$ является ограниченной и невозрастающей функцией. Далее с учетом ограниченности $\bar{\xi}_f$ получаем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y}(t) = 0 \text{ и } \lim_{t \rightarrow \infty} \|\dot{\hat{\mu}}(t)\| = 0. \quad (26)$$

Однако расширенная ошибка $\bar{y}$ не совпадает с регулируемой переменной y . Поэтому выполнение целевого условия (2) требует строгого доказательства. Для этого воспользуемся следующей леммой.

Лемма 4 (модифицированная лемма о перестановке) [19]. Для передаточной функции (6) справедливо равенство

$$\begin{aligned} W(s, e^{-\tau_{xs}})[\hat{\mu}^T \hat{\xi}_f] &= \hat{\mu}^T \bar{\xi}_f - W_c(s, e^{-\tau_{xs}})[W_b(s)[\hat{\xi}_f^T] \hat{\mu}] - \\ &- W_c(s, e^{-\tau_{xs}})[A_1 W_b(s, e^{-\tau_{xs}})[\hat{\xi}_f^T(t - \tau_u)](\hat{\mu} - \hat{\mu}(t - \tau_u))], \end{aligned} \quad (27)$$

где $W_c(s, e^{-\tau_{xs}}) = c^T(sI - A_0 - A_1 e^{-\tau_{xs}})^{-1}$ — передаточная матрица размерности $1 \times n$, $W_b(s, e^{-\tau_{xs}}) = (sI - A_0 - A_1 e^{-\tau_{xs}})^{-1} b$ — передаточная матрица размерности $n \times 1$.

Доказательство. Обозначим

$$y_v = W(s, e^{-\tau_{xs}})[\hat{\mu}^T \hat{\xi}_f], \quad y_\xi = \hat{\mu}^T \hat{\xi}_f.$$

Тогда можно записать:

$$\begin{cases} \dot{v} = A_0 v + A_1 \hat{x}(t - \tau_u) + b \hat{\mu}^T \hat{\xi}_f, \\ y_v = c^T v, \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} \dot{\Xi} = A_0 \Xi + A_1 \Xi(t - \tau_u) + b \hat{\xi}_f^T, \\ y_\xi = c^T \Xi \hat{\mu}, \end{cases} \quad (29)$$

где $v \in \mathbb{R}^n$ и $\Xi \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Введем в рассмотрение вектор невязки $\varepsilon = v - \Xi \hat{\mu}$. Тогда в силу (28), (29) имеем:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{v} - \dot{\Xi} \hat{\mu} - \Xi \dot{\hat{\mu}} = A_0 \varepsilon + A_1 \varepsilon(t - \tau_x) - A_1 \Xi(t - \tau_x)(\hat{\mu} - \hat{\mu}(t - \tau_x)) - \Xi \dot{\hat{\mu}}.$$

Принимая во внимание (23) и (24), получаем:

$$y_v - y_\xi = c^T \varepsilon = -W_c(s, e^{-\tau_x s})[\Xi \hat{\mu} + A_1 \Xi(t - \tau_x)(\hat{\mu} - \hat{\mu}(t - \tau_x))], \quad (30)$$

откуда непосредственно следует справедливость (23) с учетом подстановки $\Xi = W_b(s, e^{-\tau_x s})[\hat{\xi}_f^T]$. Лемма доказана.

Теперь, используя лемму 4, сформулируем основной результат статьи.

Утверждение. Настраиваемый регулятор (21) совместно с алгоритмом адаптации (25), наблюдателем возмущения (17) и расширенной ошибкой (23) обеспечивает в замкнутой системе с объектом управления (1) ограниченность всех сигналов и выполнение целевого условия (2).

Доказательство. Ограниченность всех сигналов доказывается с помощью функции Ляпунова $V = \tilde{\mu}^T \tilde{\mu} / 2\gamma$ и ее производной $\dot{V} = -\tilde{y}^2$ [28, 29].

Для доказательства выполнения целевого условия (2) воспользуемся леммой 4. Осуществим в формуле (27) замену текущего времени t на $t - \tau_u$ и подставим полученное выражение вместо второго слагаемого в (23):

$$\begin{aligned} \bar{y}(t) = y(t) + \hat{\mu}^T(t - \tau_u) \bar{\xi}_f(t - \tau_u) - W_c(s, e^{-\tau_x s})[W_b(s)[\hat{\xi}_f^T(t - \tau_u)]\hat{\mu}(t - \tau_u)] - \\ - W_c(s, e^{-\tau_x s})[A_1 W_b(s, e^{-\tau_x s})[\hat{\xi}_f^T(t - \tau_x - \tau_u)](\hat{\mu}(t - \tau_x) - \hat{\mu}(t - \tau_x - \tau_u))] - \hat{\mu}^T(t) \bar{\xi}_f(t - \tau_u). \end{aligned}$$

В силу свойства (26) получаем:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \bar{y}(t) &= \hat{\mu}^T(t - \tau_u) \bar{\xi}_f(t - \tau_u) - \hat{\mu}^T(t) \bar{\xi}_f(t - \tau_u) = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} W_c(s, e^{-\tau_x s})[W_b(s) e^{-\tau_x s}][\hat{\xi}_f^T(t - \tau_u)]\hat{\mu}(t - \tau_u) &= 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} W_c(s, e^{-\tau_x s})[A_1 W_b(s, e^{-\tau_x s})[\hat{\xi}_f^T(t - \tau_x - \tau_u)](\hat{\mu}(t - \tau_x) - \hat{\mu}(t - \tau_x - \tau_u))] &= 0 \end{aligned}$$

и, следовательно,

$$y(t) \rightarrow \bar{y}(t) \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty.$$

Утверждение доказано.

Моделирование. Рассмотрим объект (1) с запаздываниями $\tau_0 = 2$; $\tau_1 = 0,4$, матрицами

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -30 & -11 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -16 & -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, d = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, c^T = [1 \quad 0],$$

неизмеряемым возмущением

$$\delta(t) = \begin{cases} 2\cos 2t & \text{при } t \in [0; 100], \\ 4\sin 0,6t & \text{при } t \in [100; 200], \\ 4 & \text{при } t \in [200; \infty] \end{cases}$$

и начальными условиями $x(t) \equiv \text{col}(1, 0)$ при $t \in [-2; 0]$. Амплитуда, частота и фазовый сдвиг возмущающего воздействия априори неизвестны. Передаточная функция объекта управления выглядит следующим образом:

$$W(s, e^{-\tau_x s}) = \frac{\beta(s, e^{-\tau_x s})}{\alpha(s, e^{-\tau_x s})},$$

$$\beta(s, e^{-\tau_x s}) = e^{-\tau_1 s} + e^{-\tau_2 s} + 1,$$

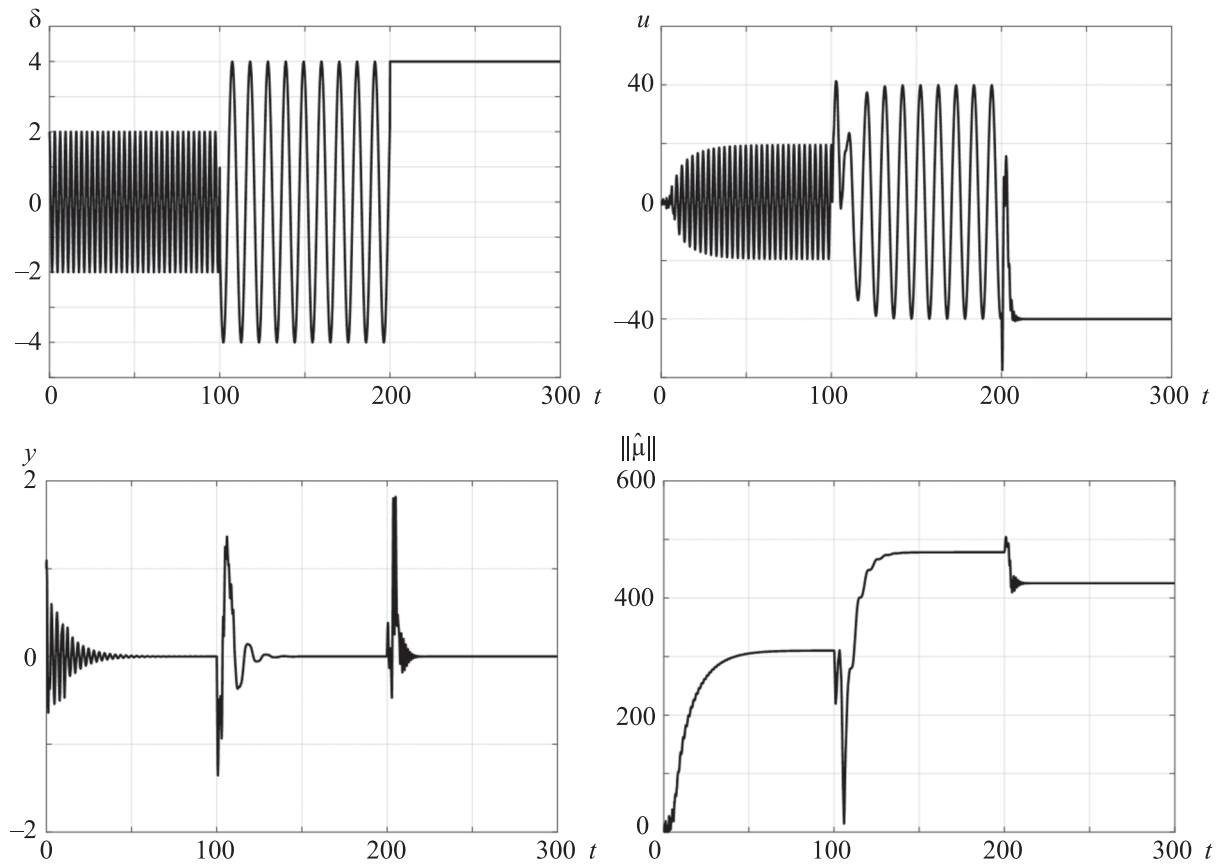
$$\alpha(s, e^{-\tau_x s}) = s^2 + 11s + 30 + e^{-\tau_1 s}(7s + 46) + e^{-\tau_2 s}(6s + 42) + 28e^{-\tau_1 s}e^{-\tau_2 s} + 10e^{-2\tau_1 s} + 3e^{-\tau_2 s}.$$

Для наблюдателя (13) выбраны матрицы

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}, l = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

и нулевые начальные условия, а для алгоритма адаптации (25) — коэффициент адаптации $\gamma = 100\,000$.

Результаты моделирования приведены на рисунке, из которого видно, что выходной сигнал объекта управления y сходится к нулю, а управление u и вектор настраиваемых параметров $\hat{\mu}$ ограничены. В случае скачкообразного изменения параметров внешнего возмущения δ замкнутая система сохраняет устойчивость и перенастраивает алгоритм адаптации для новых параметров возмущения, обеспечивая адаптивную компенсацию.



Заключение. В статье решена задача адаптивной компенсации внешнего заранее неизвестного возмущения, действующего на линейный объект с запаздываниями по состоянию и по сигналу управления. Возмущение не согласовано с управлением, а прямым измерениям доступна только выходная регулируемая переменная. Для решения задачи получены параметры возмущающего воздействия и синтезирован алгоритм адаптации со специальной расширенной ошибкой. Дальнейшее развитие решения может состоять в его расширении на класс неустойчивых объектов с запаздываниями по состоянию, входу и выходу. Базовые принципы решения такой комплексной задачи (но только для частного случая асимптотически устойчивых объектов) требуют дальнейшей доработки.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Введем в рассмотрение новый вектор состояния $\varepsilon = x - M\xi$, где матрица преобразования координат $M \in \mathbb{R}^{n \times m}$ будет определена позже. Тогда с учетом моделей (1) и (3) после элементарных преобразований получаем

$$\dot{\varepsilon} = A_0 \varepsilon = A_1 \varepsilon(t - \tau_x) + bu(t - \tau_u) + (A_0 M + A_1 M e^{-\tau \Gamma} - M \Gamma + d h^T) \xi. \quad (\text{П1})$$

Если существуют матрица M и вектор $\bar{h}$, являющиеся решениями матричных уравнений

$$A_0 M + A_1 M e^{-\tau \Gamma} - M \Gamma + d h^T = b h^T, \quad c^T M = 0, \quad (\text{П2})$$

то модель (П1) принимает вид (4). Известно [6], что необходимым и достаточным условием существования решений уравнений (П2) является выполнение условия

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A_0 + A_1 e^{-\lambda_i \tau_x} - \lambda_i I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + 1 \quad (\text{П3})$$

для всех собственных чисел λ_i матрицы Γ ($i = 1, 2, \dots, m$).

В [31] показано, что условие (П3) выполняется, если нули передаточной функции объекта по управлению не совпадают с собственными значениями матрицы Γ . Так как в силу допущения 2 объект (1) является минимально-фазовым, данное требование выполняется, и при принятых допущениях 1, 3 объект (1) может быть приведен к модели (4).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gu K., Kharitonov V., Chen J. Stability of Time-Delay Systems. Springer, 2003. 356 p.
2. Richard J.-P. Time-delay systems: an overview of some recent advances and open problems // Automatica. 2003. Vol. 39, N 10. P. 1667–1694.
3. Niculescu S.-I., Gu K. Advances in Time-Delay Systems. Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag GmbH, 2004.
4. Karafyllis I., Krstic M. Predictor Feedback for Delay Systems: Implementations and Approximations. Birkhauser, 2010.
5. Fridmann E. Introduction to Time-Delay Systems. Analysis and Control. Switzerland: Springer International Publishing, 2014.
6. Castillo-Toledo B., Nunez-Perez E. On the regulator problem for a class of LTI systems with delays // Kybernetika. 2003. Vol. 39, N 4. P. 415–432.
7. Yoon S. Y., Lin Z. Output regulation of linear systems with state, input and output delays // Proc. of the 19th IFAC World Congress. 2014. Vol. 47, N 3. P. 9780–9785.
8. Francis D. A., Wonham W. N. The internal model principle for linear multivariable regulators // Applied Mathematics and Optimization. 1975. Vol. 2, N 4. P. 170–194.
9. Davison E. J. The robust control of a servomechanism problem for linear time-invariant multivariable systems // IEEE Trans. on Automatic Control. 1976. Vol. 21, N 1. P. 25–34.
10. Nikiforov V. O., Gerasimov D. N. Adaptive Regulation: Reference Tracking and Disturbance Rejection. Springer, 2022.
11. Бобцов А. А., Пыркин А. А. Компенсация гармонического возмущения в условиях запаздывания по управлению // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. № 4. С. 19–23.
12. Pyrkin A., Smyshlyaev A., Bekiaris-Liberis N., Krstic M. Rejection of sinusoidal disturbance of unknown frequency for linear system with input delay // American Control Conf. San-Francisco, Baltimore, USA, 2010. DOI: 10.1109/ACC.2010.5531131.
13. Pyrkin A., Bobtsov A. Adaptive controller for linear system with input delay and output disturbance // IEEE Trans. on Automatic Control. 2016. Vol. 61, N 12. P. 4229–4234.
14. Пыркин А. А., Бобцов А. А., Никифоров В. О., Колюбин С. А., Ведяков А. А., Борисов О. И., Громов В. С. Компенсация полигармонического возмущения, действующего на состояние и выход линейного объекта с запаздыванием в канале управления // Автомат. и телемех. 2015. № 12. С. 43–64.
15. Basturk H., Krstic M. Adaptive sinusoidal disturbance cancellation for unknown LTI systems despite input delay // Automatica. 2015. Vol. 58. P. 131–138.
16. Гerasимов Д. Н., Парамонов А. В., Никифоров В. О. Алгоритм компенсации мультигармонических возмущений в линейных системах с произвольным запаздыванием: метод внутренней модели // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16, № 6. С. 1023–1030.
17. Gerasimov D. N., Paramonov A. V., Nikiforov V. O. Algorithms of adaptive disturbance compensation in linear systems with arbitrary input delay // International Journal of Control. 2020. Vol. 93, N 7. P. 1596–1604.
18. Gerasimov D. N., Miliushin A. S., Nikiforov V. O. Algorithms of adaptive tracking of unknown multisinusoidal signals in linear systems with arbitrary input delay // Intern. J. of Adaptive Control and Signal Processing. 2019. P. 900–912. DOI:10.1002/acs.2999.
19. Гerasимов Д. Н., Милушин А. С., Парамонов А. В., Никифоров В. О. Адаптивное слежение за мультисинусоидальным сигналом в линейной системе с запаздыванием по состоянию // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 9. С. 772–781.
20. Gerasimov D., Paramonov A., Nikiforov V. Algorithms of fast adaptive compensation of disturbance in linear systems with arbitrary input delay // Intern. J. of Control. 2020. Vol. 93, N 7. P. 1596–1604.

21. Nikiforov V. O., Paramonov A. V., Gerasimov D. N. Adaptive Compensation of Unmatched Disturbances in Unstable MIMO LTI Plants with Distinct Input Delays // IFAC-PapersOnLine. 2023. Vol. 56, N 2. P. 9179–9184.
22. Basturk H. Cancellation of unmatched biased sinusoidal disturbances for unknown LTI systems in the presence of state delay // Automatica. 2017. Vol. 76. P. 169–176.
23. Van Huan B., Margun A., Kremlev A. S., Dobriborsci D. Adaptive Direct Compensation of External Disturbances for MIMO Linear Systems with State-Delay // Proc. of the 20th Intern. Conf. on Informatics in Control, Automation and Robotics. 2023. Vol. 2. P. 236–243.
24. Буй Ван Хуан. Метод оценивания вектора переменных состояния для класса нелинейных нестационарных систем в условиях неопределенностей: Дис. ... канд. техн. наук. СПб: Университет ИТМО, 2024.
25. Gerasimov D. N., Paramonov A. V., Nikiforov V. O. Output Adaptive Compensation of Multi-Sinusoidal Disturbance in Linear Systems with Input and State Delays // Proc. of European Control Conf. (ECC). St. Petersburg, Russia, 2020. P. 65–70.
26. Thowsen A. Stabilization of a class of linear time delay systems // Intern. J. of Systems Science. 1981. Vol. 12, N 12. P. 1485–1492.
27. Zhou B. Input delay compensation of linear systems with both state and input delays by nested prediction // Automatica. 2014. Vol. 50. P. 1434–1443.
28. Narendra K., Annaswamy A. Stable Adaptive Systems. NJ: Prentice Hall, 1989.
29. Ioannou P., Sun J. Robust Adaptive Control. NJ: Prentice-Hall, 1996.
30. Paramonov A. V., Gerasimov D. N., Nikiforov V. O. Adaptive Regulation Problem for Linear Systems with State, Input and Output Delays // Proc. of the European Control Conference (ECC). Delft, Netherlands, 2021. P. 2169–2174.
31. Isidori A. Lectures in Feedback design for Multivariable Systems. Springer, 2017. 413 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

- Дмитрий Николаевич Герасимов** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: dngerasimov@mail.ru
- Алексей Владимирович Парамонов** — канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; ассистент; E-mail: avparamonov@itmo.ru
- Владимир Олегович Никифоров** — д-р техн. наук, профессор; Университет ИТМО; проректор по научной работе; E-mail: nikiforov_vo@mail.ru

Поступила в редакцию 30.07.24; одобрена после рецензирования 31.08.24; принята к публикации 22.10.24.

REFERENCES

1. Gu K., Kharitonov V., Chen J. *Stability of Time-delay systems*, Springer, 2003, 356 p.
2. Richard J.-P. *Automatica*, 2003, no. 10(39), pp. 1667–1694.
3. Niculescu S.-I., Gu K. *Advances in Time-Delay Systems*, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag GmbH, 2004.
4. Karafyllis I., Krstic M. *Predictor Feedback for Delay Systems: Implementations and Approximations*, Birkhauser, 2010.
5. Fridmann E. *Introduction to Time-Delay Systems. Analysis and Control*, Switzerland, Springer International Publishing, 2014.
6. Castillo-Toledo B., Nunez-Perez E. *Kybernetika*, 2003, no. 4(39), pp. 415–432.
7. Yoon S.Y., Lin Z. *Proc. of the 19th IFAC World Congress*, 2014, no. 3(47), pp. 9780–9785.
8. Francis D.A., Wonham W.N. *Applied Mathematics and Optimization*, 1975, no. 4(2), pp. 170–194.
9. Davison E.J. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1976, no. 1(21), pp. 25–34.
10. Nikiforov V.O., Gerasimov D.N. *Adaptive Regulation: Reference Tracking and Disturbance Rejection*, Springer, 2022.
11. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2008, no. 4(47), pp. 513–517.
12. Pyrkin A., Smyshlyaev A., Bekiaris-Liberis N., Krstic M. *American Control Conf.*, San-Francisco, Baltimore, USA, 2010, DOI: 10.1109/ACC.2010.5531131.
13. Pyrkin A., Bobtsov A. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2016, no. 12(61), pp. 4229–4234.
14. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. et al. *Automation & Remote Control*, 2015, no. 12(76), pp. 2124–2142.
15. Basturk H., Krstic M. *Automatica*, 2015, vol. 58, pp. 131–138.
16. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics*, 2016, no. 6(16), pp. 1023–1030. (in Russ.)
17. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. *Intern. J. of Control*, 2020, no. 7(93), pp. 1596–1604.
18. Gerasimov D.N., Miliushin A.S., Nikiforov V.O. *Intern. J. of Adaptive Control and Signal Processing*, 2019, pp. 900–912, DOI:10.1002/acs.2999.
19. Gerasimov D.N., Miliushin A.S., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. *Journal of Instrument Engineering*, 2019, no. 9(62), pp. 772–781. (in Russ.)
20. Gerasimov D., Paramonov A., Nikiforov V. *Intern. J. of Control*, 2020, no. 7(93), pp. 1596–1604.

21. Nikiforov V.O., Paramonov A.V., Gerasimov D.N. *IFAC-PapersOnLine*, 2023, no. 2(56), pp. 9179–9184.
22. Basturk H. *Automatica*, 2017, vol. 76, pp. 169–176.
23. Van Huan B., Margun A., Kremlev A.S., Dobriborsci D. *Proc. of the 20th Intern. Conf. on Informatics in Control, Automation and Robotics*, 2023, vol. 2, pp. 236–243.
24. Van Huan B. *Metod otsenivaniya vektora peremennykh sostoyaniya dlya klassa nelineynykh nestatsionarnykh sistem v usloviyakh neopredelennostey* (Method of Estimating the Vector of State Variables for a Class of Nonlinear Nonstationary Systems under Uncertainty), Candidate's thesis, St. Petersburg, 2024. (in Russ.)
25. Gerasimov D.N., Paramonov A.V., Nikiforov V.O. *Proc. of European Control Conference (ECC)*, St. Petersburg, Russia, 2020, pp. 65–70.
26. Thowsen A. *Intern. J. of Systems Science*, 1981, no. 12(12), pp. 1485–1492.
27. Zhou B. *Automatica*, 2014, vol. 50, pp. 1434–1443.
28. Narendra K., Annaswamy A. *Stable Adaptive Systems*, NJ, Prentice Hall, 1989.
29. Ioannou P., Sun J. *Robust Adaptive Control*, NJ, Prentice–Hall, 1996.
30. Paramonov A.V., Gerasimov D.N., Nikiforov V.O. *Proc. of the European Control Conference (ECC)*, Delft, Netherlands, 2021, pp. 2169–2174.
31. Isidori A. *Lectures in Feedback design for Multivariable Systems*, Springer, 2017, 413 p.

DATA ON AUTHORS

Dmitry N. Gerasimov

— PhD, Associate Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: dngerasimov@itmo.ru

Alexey V. Paramonov

— PhD, Associate professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: avparamonov@itmo.ru

Vladimir O. Nikiforov

— Dr. Sci., Professor; ITMO University; Vice-Rector for Research; E-mail: nikiforov_vo@mail.ru

Received 30.07.24; approved after reviewing 31.08.24; accepted for publication 22.10.24.