

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕКУРРЕНТНЫХ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ
ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ НАВИГАЦИИ ГРУППЫ АНПА
В СЛУЧАЕ НАЛИЧИЯ АНОМАЛЬНЫХ ВЫБРОСОВ В ИЗМЕРЕНИЯХ**

А. М. Исаев

Концерн «ЦНИИ „Электроприбор“», Санкт-Петербург, Россия

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

itmo_student@mail.ru

Аннотация. Для решения задачи навигации группы автономных необитаемых подводных аппаратов построены обобщенный фильтр Калмана, обобщенный фильтр Калмана, дополнительно использующий процедуру отбраковки аномальных выбросов в погрешностях измерений, а также коррентропийный обобщенный фильтр Калмана. В условиях как гауссовских, так и негауссовских шумов измерений, содержащих аномальные выбросы, выполнен сравнительный анализ точности, состоятельности и вычислительной сложности этих алгоритмов.

Ключевые слова: коррентропия, выбросы, алгоритмы, сопоставление, точность, состоятельность, вычислительная сложность, нелинейная фильтрация, навигационная информация

Благодарность: работа проводилась при поддержке гранта РФФ № 23-19-00626, <https://rscf.ru/project/23-19-00626/>.

Ссылка для цитирования: Исаев А. М. Сравнительный анализ рекуррентных алгоритмов оценивания при решении задачи навигации группы АНПА в случае наличия аномальных выбросов в измерениях // Изв. вузов. Приборостроение. 2024. Т. 67, № 12. С. 1041–1051. DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-12-1041-1051.

**COMPARATIVE ANALYSIS OF RECURSIVE ESTIMATION ALGORITHMS
FOR AUV COLLABORATIVE NAVIGATION PROBLEM IN THE CASE OF ABNORMAL OUTLIERS
IN MEASUREMENTS**

A. M. Isaev

Concern CSRI Elektropribor, JSC, St. Petersburg, Russia

ITMO University, St. Petersburg, Russia

itmo_student@mail.ru

Abstract. When solving the autonomous uninhabited underwater vehicles collaborative navigation problem, the following algorithms were compared in terms of accuracy, consistency and computational complexity: the classically constructed extended Kalman filter, the extended Kalman filter, additionally using the procedure for rejecting abnormal emissions in measurement errors and the maximum correntropy Kalman filter. The comparison was carried out under conditions of measurement noise, both Gaussian and non-Gaussian, containing pulse-type interference.

Keywords: correntropy, outliers, algorithms, comparison, accuracy, consistency, computational complexity, nonlinear filtering, navigation data

Acknowledgments: The work was supported by the Russian Science Foundation, grant No. 23-19-00626, <https://rscf.ru/project/23-19-00626/>.

For citation: Isaev A. M. Comparative analysis of recursive estimation algorithms for AUV collaborative navigation problem in the case of abnormal outliers in measurements. *Journal of Instrument Engineering*. 2024. Vol. 67, N 12. P. 1041–1051 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2024-67-12-1041-1051.

Введение. Автономные необитаемые подводные аппараты (АНПА) широко используются при решении ряда задач, связанных с подводными исследованиями. Одним из перспективных методов навигации АНПА является определение координат по измерениям дальности до точечных ориентиров (в большинстве случаев — гидроакустических маяков) [1–3]. Расстояние между подводными объектами определяется с использованием измеряемого гидроакустическим моде-

мом времени распространения сигнала и известной скорости его распространения. В последнее время для решения масштабных и трудоемких задач, таких как патрулирование, охрана морских акваторий, поиск и обследование объектов, съемка физических полей океана, активно применяются группы АНПА [4]. Один из подходов к решению задачи групповой навигации АНПА без использования гидроакустических маяков рассмотрен в работах [5, 6]. Суть этого подхода заключается в том, что все АНПА, действующие в группе, разделяются на ведущих и ведомых. Ведущие оснащены высокоточным навигационным оборудованием, а ведомые определяют свое местоположение на основе счисления пути с использованием навигационных датчиков и уточняют его на основе данных о расстояниях до ведущих АНПА. При этом для оценивания координат ведомых АНПА используются алгоритмы, построенные в рамках стохастической байесовской теории оценивания исходя из стремления минимизировать среднеквадратический критерий [2, 7, 8]. Наиболее распространенный из таких алгоритмов — обобщенный фильтр Калмана (ОФК), вычислительно простой и в ряде случаев позволяющий получить оценку, по точности близкую к оптимальной в среднеквадратическом смысле, т. е. оценке с минимальной дисперсией.

Однако погрешности измерения дальностей между АНПА могут содержать аномальные выбросы, появление которых в основном обусловлено эффектом многолучевого распространения, а также отражением и рассеянием звуковых волн при столкновении с морской поверхностью, дном и препятствиями. Получить стохастическое описание таких помех крайне затруднительно, а их отбраковка является нетривиальной задачей.

В настоящий момент разработаны многочисленные робастные модификации ОФК [9], среди которых можно выделить и появившиеся совсем недавно коррэнтропийные фильтры [10–15], которые, как утверждается, например, в [15], эффективны при наличии аномальных выбросов в измерениях.

Цель настоящей работы — на примере решения задачи навигации группы из АНПА выполнить сопоставление следующих алгоритмов: ОФК, построенного без привлечения каких-либо дополнительных процедур, который далее будем называть классическим; ОФК, включающего простейшую процедуру отбраковки аномальных выбросов в измерениях, основанную на сопоставлении невязки фильтра с матрицей ковариаций погрешностей прогноза измерений; коррэнтропийного обобщенного фильтра Калмана (КОФК).

Постановка задачи навигации группы АНПА. В настоящей статье рассматривается упрощенная постановка задачи для случая группы из трех АНПА (рис. 1), два из которых являются ведущими (индекс l), а один — ведомым (f). Предполагается, что ведомых АНПА может быть много. Навигационное оборудование ведущих позволяет с высокой точностью определять их координаты в дискретные моменты времени. Счисление пути ведомого АНПА осуществляется по показаниям компаса (измерителя курса) и двухкомпонентного гидроакустического лага (измерителя скорости в продольном и поперечном направлении). В дискретные моменты времени ведомым АНПА проводятся измерения дальностей до двух ведущих, при этом требуется определить его координаты.

Для простоты считается, что вся измерительная аппаратура ведущих и ведомого АНПА синхронизирована в соответствии с единой шкалой времени, погрешностями определения координат ведущих можно пренебречь, а глубины всех АНПА за время решения задачи считаются известными и не меняются. В таком случае можно рассмотреть их движение в прямоугольной декартовой системе координат Ox_1x_2 (рис. 1), расположенной в плоскости горизонта, оси x_1 и x_2 которой направлены направо и вверх соответственно.

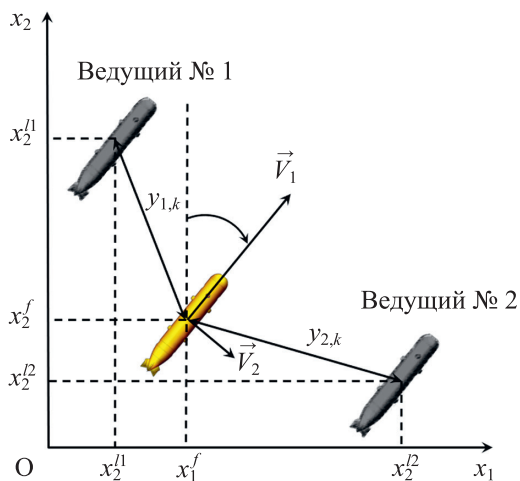


Рис. 1

Движение ведомого АНПА можно описать как:

$$\begin{aligned} x_{1,k}^f &= x_{1,k-1}^f + V_{1,k-1} \sin(K_{k-1}) \Delta t + V_{2,k-1} \cos(K_{k-1}) \Delta t, \\ x_{2,k}^f &= x_{2,k-1}^f + V_{1,k-1} \cos(K_{k-1}) \Delta t - V_{2,k-1} \sin(K_{k-1}) \Delta t, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x_{1,k}^f, x_{2,k}^f$ — истинные координаты ведомого АНПА, k — индекс дискретного времени; $V_{1,k}, V_{2,k}$ — продольная и поперечная составляющие скорости; K_k — курс. Величины V_1, V_2 и K измеряются с погрешностями:

$$V_{1,k} = \tilde{V}_{1,k} - \Delta V_{1,k}, \quad V_{2,k} = \tilde{V}_{2,k} - \Delta V_{2,k}, \quad K_k = \tilde{K}_k - \Delta K_k, \quad (2)$$

где $\tilde{V}_{1,k}, \tilde{V}_{2,k}, \tilde{K}_k$ — измеренные значения; $\Delta V_{1,k}, \Delta V_{2,k}, \Delta K_k$ — погрешности измерения. Предполагается, что $\Delta V_1, \Delta V_2$ — не зависящие друг от друга дискретные центрированные гауссовские белые шумы с дисперсиями $\sigma_{V_1}^2 = \sigma_{V_2}^2 = \sigma_V^2$, а ΔK_k описывается медленноменяющимся случайным процессом, интервал корреляции которого много больше времени решения задачи оценивания. В таком случае ΔK_k можно описать случайной гауссовской центрированной константой с дисперсией σ_K^2 . Считая значение ΔK малым, предположим, что $\sin(\Delta K_k) \cong \Delta K_k$, а $\cos(\Delta K_k) \cong 1$. В таком случае уравнение (1) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} x_{1,k}^f &= x_{1,k-1}^f + \tilde{V}_{1,k-1} \sin(\tilde{K}_{k-1}) \Delta t + \tilde{V}_{2,k-1} \cos(\tilde{K}_{k-1}) \Delta t + \\ &\quad + (\tilde{V}_{2,k-1} \sin(\tilde{K}_{k-1}) - \tilde{V}_{1,k-1} \cos(\tilde{K}_{k-1})) \Delta t \Delta K + w_{1,k}, \\ x_{2,k}^f &= x_{2,k-1}^f + \tilde{V}_{1,k-1} \cos(\tilde{K}_{k-1}) \Delta t - \tilde{V}_{2,k-1} \sin(\tilde{K}_{k-1}) \Delta t + \\ &\quad + (\tilde{V}_{1,k-1} \sin(\tilde{K}_{k-1}) + \tilde{V}_{2,k-1} \cos(\tilde{K}_{k-1})) \Delta t \Delta K + w_{2,k}, \end{aligned} \quad (3)$$

где w_1, w_2 — не зависящие друг от друга дискретные центрированные гауссовские белые шумы с дисперсиями $(\sigma_V \Delta t)^2$.

Введем вектор состояния:

$$x_k = [x_{1,k}^f, x_{2,k}^f, \Delta K_k]^T. \quad (4)$$

Тогда исходная модель (1) сводится к виду:

$$x_k = F_k x_{k-1} + w_k + u_k, \quad (5)$$

где

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \vartheta_k \\ 0 & 1 & v_k \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad u_k = \begin{bmatrix} v_k \\ -\vartheta_k \\ 0 \end{bmatrix}, \quad w_k = \begin{bmatrix} w_{1,k} \\ w_{2,k} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\vartheta_k = (\tilde{V}_{2,k-1} \sin(\tilde{K}_{k-1}) - \tilde{V}_{1,k-1} \cos(\tilde{K}_{k-1})) \Delta t, \quad v_k = (\tilde{V}_{1,k-1} \sin(\tilde{K}_{k-1}) + \tilde{V}_{2,k-1} \cos(\tilde{K}_{k-1})) \Delta t.$$

Модель измерения дальностей до ведущих может быть представлена как:

$$y_{i,k} = h(x_{i,k}) = \sqrt{(x_{1,k} - x_1^i)^2 + (x_{2,k} - x_2^i)^2 + (x_{3,k} - x_3^i)^2} + v_{i,k}, \quad (6)$$

где $x_1^i, x_2^i, x_3^i, i = 1, 2$ — известные координаты ведущих, $x_{3,k}$ — известная глубина ведомого АНПА, а $v_{i,k}$ — погрешности измерения.

Введя вектор $y_k = [y_{1,k}, y_{2,k}]^T$, уравнение измерения можем записать в виде

$$y_k = h(x_k) + v_k, \quad (7)$$

где нелинейная функция $h(x_k)$ определяется согласно (6).

Таким образом, необходимо найти оценку вектора (4), описываемого при помощи формирующего фильтра (5) по нелинейным измерениям (7).

Коррэнтропийный классический и обобщенные фильтры Калмана. Структура ОФК и КОФК соответствует структуре алгоритмов калмановского типа и включает блок прогноза и блок коррекции. Оба алгоритма используют гауссовскую аппроксимацию апостериорной плотности на каждом шаге, а оценка, вырабатываемая в них, представляет собой сумму некоторого априорного значения и коэффициента усиления, умноженного на вычисленную тем или иным способом невязку измерения [8]:

$$\hat{x}_k^\mu = \hat{x}_{k/k-1}^\mu + K_k^\mu (y_k - \hat{y}_k^\mu). \quad (8)$$

Здесь и далее индекс μ означает любой из алгоритмов — ОФК или КОФК.

При этом коэффициент усиления $K_k^{\text{ОФК}}$ находится исходя из условия минимизации среднеквадратического критерия [2, 7, 8]:

$$J^{\text{СК}} = \text{tr}(E\{(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T\}) = \text{tr}(P_k), \quad (9)$$

где E — знак математического ожидания, P_k — апостериорная матрица ковариаций погрешностей оценивания. Выражения для ОФК приведены, например, в работе [16].

Для описания КОФК рассмотрим понятие коррэнтропии, т. е. статистической меры близости между двумя случайными величинами [9, 11]. Коррэнтропия для двух случайных величин a и b , имеющих совместную функцию плотности распределения вероятности $p(a, b)$, определяется как [11–15]:

$$V_\sigma(a, b) = E\{\kappa_\sigma(a, b)\} = \iint \kappa_\sigma(a, b) p(a, b) da db, \quad (10)$$

где $\kappa_\sigma(a, b)$ — функция ядра, для которой в общем случае используется функция Гаусса:

$$\kappa_\sigma(a, b) = G_\sigma(a - b) = \exp\left(-\frac{(a - b)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (11)$$

в которой σ — известный параметр, называемый размером ядра. Анализируя выражение (11), заметим: чем ближе между собой значения a и b , тем ближе показатель экспоненты к нулю и тем больше значение функции ядра $G_\sigma(a - b)$.

Для коррэнтропии (10) можем записать приближенное равенство

$$V_\sigma(a, b) \approx \sum_{i=1}^M G_\sigma(a_i - b_i), \quad (12)$$

где a_i и b_i — реализации случайных величин, соответствующие совместной плотности $p(a, b)$, а M — количество реализаций.

Как уже было сказано, структура КОФК аналогична структуре ОФК, а выражения для прогноза вектора состояния $\hat{x}_{k/k-1}$ и прогноза измерений $\hat{y}_k$ в КОФК и ОФК полностью совпадают. Различия алгоритмов заключаются в процедуре вычисления коэффициента усиления, который в КОФК, рассматриваемом в рамках настоящей работы, находится не с использованием критерия вида (9), а исходя из максимизации следующего критерия [12, 14, 15]:

$$J^{\text{КК}} = G_\sigma(\|\hat{x}_k - \hat{x}_{k/k-1}\|_{P_{k/k-1}^{-1}}) + G_\sigma(\|y_k - \hat{y}_k\|_{P_{k-1}^{-1}}), \quad (13)$$

где $\|A\|_B$ — взвешенная по B евклидова норма вектора A .

Из выражений (11), (13) следует, что коэффициент усиления $K_k^{\text{КОФК}}$ выбирается из соображений близости между собой $\hat{x}_k^{\text{КОФК}}$, $\hat{x}_{k/k-1}^{\text{КОФК}}$ и y_k , $\hat{y}_k^{\text{КОФК}}$. Подробно процедура получения выражений для КОФК описана, например, в работах [12, 14]. Единое представление алгоритмов ОФК и КОФК для решения рассматриваемой задачи приведено ниже.

Шаг 1. Вычисление прогноза и расчетных матриц ковариаций его погрешностей

$$\hat{x}_{k/k-1}^{\mu} = F_k \hat{x}_{k-1}^{\mu} + u_k,$$

$$P_{k/k-1}^{\mu} = F_k P_{k-1}^{\mu} (F_k)^T + \Gamma_k Q_k \Gamma_k^T,$$

Шаг 2. Вычисление прогноза измерений

$$\hat{y}_k^{\mu} = h_k(\hat{x}_{k/k-1}^{\mu}).$$

Шаг 3. Вычисление коэффициента усиления

$$K_k^{\mu} = \begin{cases} P_{k/k-1}^{\text{ОФК}} (h'_k(\hat{x}_{k/k-1}^{\text{ОФК}}))^T (h'_k(\hat{x}_{k/k-1}^{\text{ОФК}}) P_{k/k-1}^{\text{ОФК}} (h'_k(\hat{x}_{k/k-1}^{\text{ОФК}}))^T + R_k)^{-1}, \\ P_{k/k-1}^{\text{КОФК}} L_k (h'_k(\hat{x}_{k/k-1}^{\text{КОФК}}))^T (h'_k(\hat{x}_{k/k-1}^{\text{КОФК}}) P_{k/k-1}^{\text{КОФК}} L_k (h'_k(\hat{x}_{k/k-1}^{\text{КОФК}}))^T + R_k)^{-1}, \end{cases}$$

$$\text{где } L_k = \frac{G_{\sigma}(y_k - \hat{y}_k) R_k^{-1}}{G_{\sigma}(\hat{x}_k - \hat{x}_{k/k-1}) R_{k/k-1}^{-1}} = \exp\left(-\frac{(y_k - \hat{y}_k^{\mu}) R^{-1} (y_k - \hat{y}_k^{\mu})^T}{2\sigma^2}\right).$$

Шаг 4. Вычисление оценки вектора неизвестных параметров и матрицы ковариаций ее погрешностей на текущем шаге

$$\hat{x}_k^{\mu} = \hat{x}_{k/k-1}^{\mu} + K_k (y_k - \hat{y}_k^{\mu}),$$

$$P_k^{\mu} = P_{k/k-1}^{\mu} (x_{k-1}^{\mu}) - K_k^{\mu} (\hat{x}_{k/k-1}^{\mu}) P_{k/k-1}^{\mu} (h'_k(\hat{x}_{k/k-1}^{\mu}))^T.$$

Заметим, что соотношения для КОФК и ОФК совпадают с точностью до множителя L_k в выражении для вычисления коэффициента усиления (шаг 3). Значение L_k , в свою очередь, зависит от известного параметра σ , выбор которого существенно влияет на качество работы коррентропийного фильтра [10]. Несложно заметить, что при увеличении σ значение L_k будет стремиться к единице, по достижении которой выражения для коррентропийного и обобщенного фильтров Калмана совпадут.

До недавнего времени не существовало какой-либо методики для априорного определения σ , и в КОФК, рассматриваемом в настоящей работе, значение ядра подбирается эвристическим путем. На сегодняшний день известны некоторые адаптивные модификации КОФК, одна из которых представлена, например, в работе [15], однако исследования по этому направлению выходят за рамки настоящей работы.

Используя единое представление алгоритмов, несложно проанализировать влияние аномального выброса, поступившего на их вход, на погрешности вырабатываемых ими оценок:

— в классическом ОФК наличие такого выброса внесет погрешность в невязку $y_k - \hat{y}_k^{\mu}$, что повлечет за собой дополнительную погрешность при расчете оценки $\hat{x}_k^{\text{ОФК}}$;

— в КОФК от значения текущего измерения зависит не только невязка, но и множитель L_k , который тем меньше, чем больше $y_k - \hat{y}_k^{\mu}$. Таким образом, справедливо $\lim_{y_k \rightarrow \infty} L_k = 0$. При $L_k = 0$ коэффициент усиления также будет равен нулю, а оценка на выходе фильтра будет соответствовать прогнозу. Соответственно чем больше уровень аномального выброса, тем меньше поступающее измерение влияет на формирование оценки $\hat{x}_k^{\text{КОФК}}$.

Обобщенный фильтр Калмана с отбраковкой измерений. В настоящей работе для отбраковки выбросов, поступающих на вход классического ОФК, используем процедуру, представленную в виде блок-схемы на рис. 2.

Ее суть заключается в покомпонентном сопоставлении модуля вектора невязки фильтра $||y_k - \hat{y}_k^{\mu}||_{i,1}$, $i = 1, 2$, где запись $[\cdot]_{i,j}$ означает j -й элемент i -й строки, со среднеквадратическими

отклонениями $\sqrt{[P_{y,k}]_{i,i}}$, соответствующими диагональным элементам матрицы ковариаций погрешностей прогноза измерений $P_{y,k}$, умноженными на некий известный параметр $\mathbb{C}$.

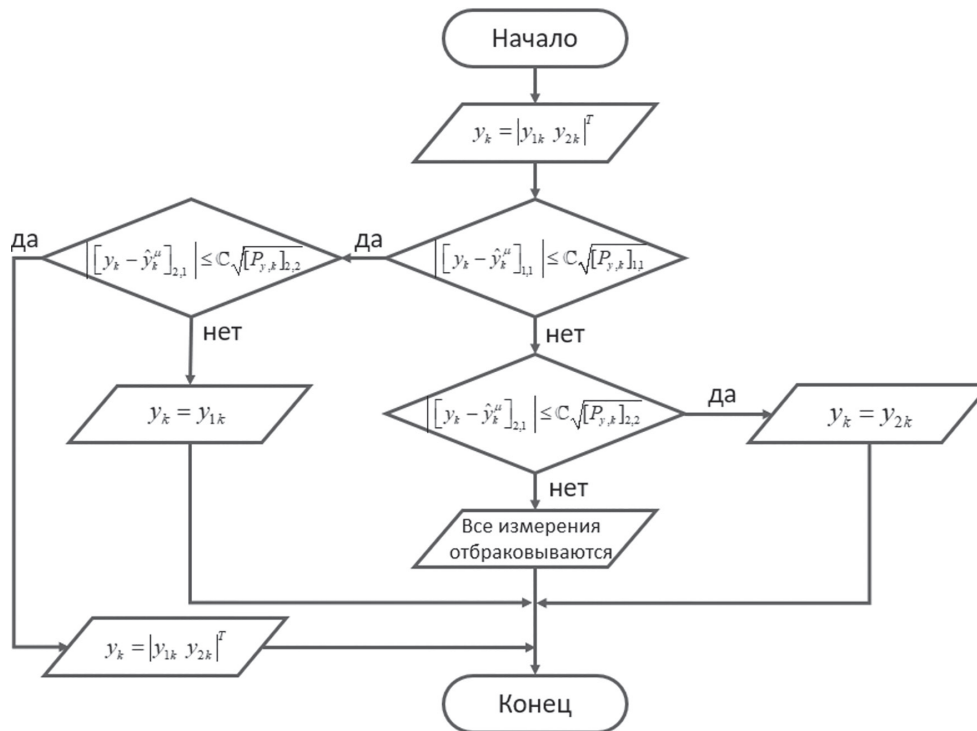


Рис. 2

Таким образом, при реализации процедуры, описанной на рис. 2, для $i = 1, 2$ проверяется верность следующего неравенства:

$$|[y_k - \hat{y}_k^\mu]_{i,1}| \leq \mathbb{C} \sqrt{[P_{y,k}]_{i,i}}, \quad (14)$$

где $P_y = h'_k(\hat{x}_{k/k-1}^\mu) P_{k/k-1}^\mu (h'_k(\hat{x}_{k/k-1}^\mu))^T + R_k$.

Если неравенство не выполняется, соответствующее измерение, входящее в невязку, отбраковывается. Когда зависимость измерений (6) от оцениваемых параметров линейная, функция плотности распределения вероятности $p(y_k)$ будет гауссовской и целесообразно выбрать $\mathbb{C} = 3$. Однако для рассматриваемой нелинейной задачи вид плотности $p(y_k)$ может отличаться от нормального, что в некоторых случаях приводит к сложностям при выборе значения $\mathbb{C}$.

Поступающие на вход обобщенного фильтра Калмана измерения предварительно обрабатываются в соответствии с описанной выше процедурой. Такой алгоритм обозначим как ОФК₁. В случае, когда оба измерения отбракованы, оценка $\hat{x}_k^{\text{ОФК1}}$ и соответствующая ей матрица ковариаций $P_k^{\text{ОФК1}}$ на выходе фильтра приравниваются к прогнозу $\hat{x}_{k/k-1}^\mu$ и расчетной матрице ковариаций его погрешностей $P_{k/k-1}^\mu$.

Методика сопоставления. Сопоставление описанных выше алгоритмов проведем по параметрам точности, состоятельности и вычислительной сложности с использованием методики, описанной в работе [17]. При этом под состоятельными будем понимать алгоритмы, расчетная матрица ковариаций в которых согласована с действительной [18, 19]. Далее приведем краткое описание используемой методики.

Сначала в результате многократного моделирования с использованием метода статистических испытаний вычисляются безусловная G_k^μ и усредненная расчетная $\tilde{G}_k^\mu$ матрицы ковариаций:

$$G_k^\mu \approx \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L (x_k^{(j)} - \hat{x}_k^\mu(y_k^{(j)}))(x_k^{(j)} - \hat{x}_k^\mu(y_k^{(j)}))^T, \tilde{G}_k^\mu \approx \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L P_k^\mu(y_k^{(j)}), \quad (15)$$

где $x_k^{(j)}, y_k^{(j)}, j = \overline{1, L}$ — реализации случайных последовательностей, полученные путем моделирования согласно выражениям (5) и (7); $\hat{x}_k^\mu(Y_k^{(j)}), P_k^\mu(Y_k^{(j)})$ — оценки и расчетные матрицы ковариаций.

Далее вычисляются следующие коэффициенты:

$$\xi_{i,k}^\mu = \frac{\sqrt{[G_k^\mu]_{i,i}} - \sqrt{[G_k^*]_{i,i}}}{\sqrt{[G_k^*]_{i,i}}}, \zeta_{i,k}^\mu = \frac{\sqrt{[\tilde{G}_k^\mu]_{i,i}} - \sqrt{[G_k^\mu]_{i,i}}}{\sqrt{[G_k^\mu]_{i,i}}}, i = \overline{1, n}, \quad (16)$$

где $[G_k^*]_{i,i}$ — диагональные элементы безусловных матриц ковариаций, соответствующих одному из алгоритмов, относительно которого проводится сопоставление по точности, называемому далее базовым. Коэффициенты $\xi_{i,k}^\mu$ позволяют оценить снижение точности покомпонентно при оценивании каждой i -й компоненты вектора состояния анализируемым алгоритмом по сравнению с базовым. Коэффициенты $\zeta_{i,k}^\mu$ позволяют покомпонентно оценить уровень снижения состоятельности алгоритма.

Для оценки вычислительной сложности сопоставляемых алгоритмов рассчитывается коэффициент

$$\Delta T^\mu = \frac{\tau^\mu - \tau^*}{\tau^*}, \tau^\mu = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L t_j^\mu, \tau^* = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L t_j^*, \quad (17)$$

где t_j^μ — время, затраченное вычислителем на решение задачи оценивания с использованием алгоритма; t_j^* — время решения задачи с использованием алгоритма, требующего минимального времени. Очевидно, что таким алгоритмом является ОФК, построенный без дополнительных процедур отбраковки.

Результаты моделирования. С целью сопоставления обсуждаемых алгоритмов было проведено моделирование со следующими параметрами: начальные координаты ведущих: $x_{1,0}^{l_1} = 1000$ м, $x_{2,0}^{l_1} = 3000$ м, $x_{3,0}^{l_1} = -10$ м, $x_{1,0}^{l_2} = 0$ м, $x_{2,0}^{l_2} = 1000$ м, $x_{3,0}^{l_2} = -10$ м; ведомого: $x_{1,0}^f = 1000$ м, $x_{2,0}^f = 250$ м, углы курса ведущих и ведомого совпадают: $K = 45^\circ$; продольные и поперечные составляющие скорости для всех АНПА одинаковы: $V_1 = 2$ м/с, $V_2 = 0$ м/с; время моделирования $t = 50$ с, шаг дискретизации $\Delta t = 1$ с, траектории движения АНПА показаны на рис. 3, $\sigma_x = 10$ м, $\sigma_K = 0,5^\circ$, $\sigma_V = 0,15$ м/с. Действительная и расчетная матрицы ковариаций рассчитывались по 2000 реализациям. В алгоритме КОФК $\sigma = 5$.

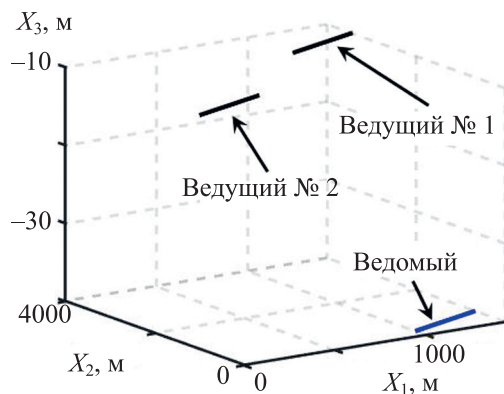


Рис. 3

Задача решалась для двух типов погрешностей измерений дальностей. В первом случае $v_{i,k}, i = 1, 2$ задавались как дискретные гауссовские центрированные белые шумы с $\sigma_y = 20$ м; во втором — 3 % гауссовских центрированных белых шумов (выбираемых случайным образом на интервале наблюдения) формировались с $\sigma_y = 200$ м, имитируя аномальные выбросы.

На рис. 4 представлено по одной реализации измерений дальностей y_{1k} и y_{2k} , построенных на интервале $t = 0-200$ с для случая наличия аномальных выбросов (красный цвет). Очевидно, что дополнительные процедуры, основанные на сопоставлении невязки ОФК

с матрицей ковариаций погрешностей прогноза измерений не смогут обеспечить выявление небольших по уровню аномальных выбросов, выделенных на рисунке пунктирными рамками, что может негативно сказаться на точности и состоятельности алгоритма фильтрации.

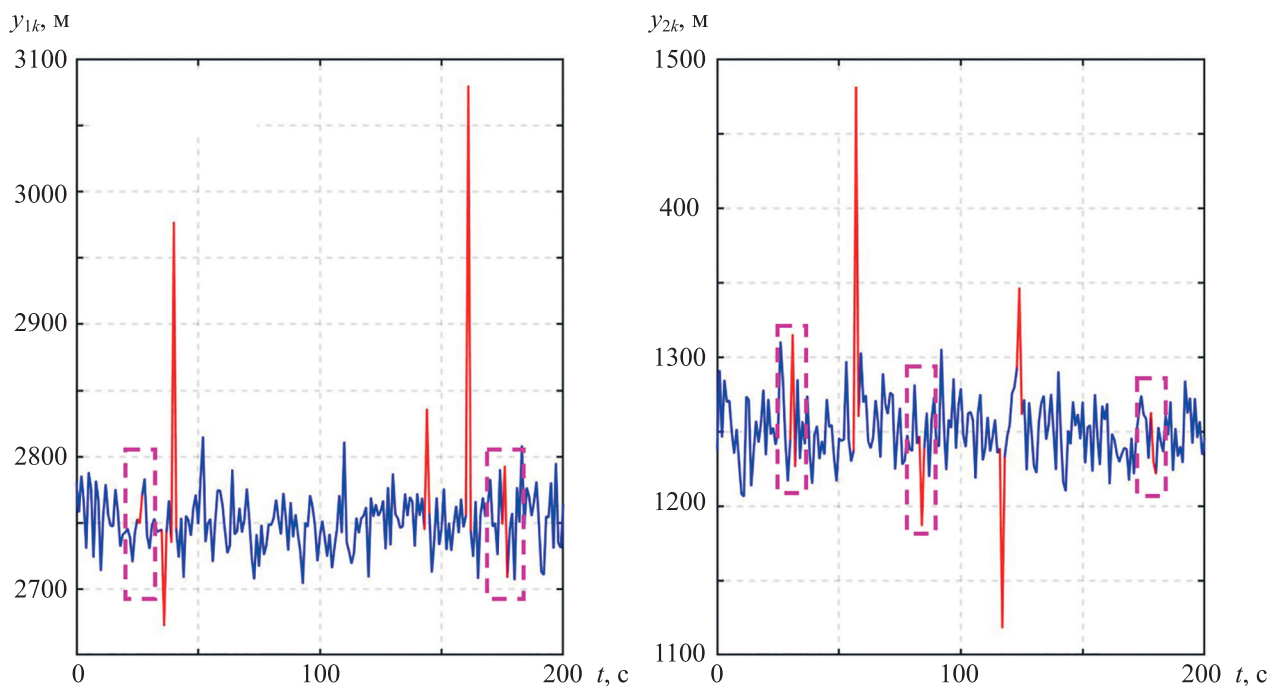


Рис. 4

Результаты моделирования для гауссовского случая. Для случая отсутствия аномальных выбросов в погрешностях измерений в качестве базового алгоритма был реализован фильтр частиц, направленный на получение оптимальной в среднеквадратическом смысле оценки и построенный на основе метода Монте-Карло [20] с количеством частиц 2000.

На рис. 5 представлены результаты расчета коэффициентов точности $\xi_{1,k}^\mu$ и состоятельности $\zeta_{1,k}^\mu$ для первой компоненты вектора состояния. Графики для остальных компонент вектора состояния аналогичны представленным, ввиду чего они не приводятся. Черным пунктиром обозначены границы $\pm 0,1$, пересечение которых означает снижение точности анализируемого алгоритма по отношению к базовому или снижение уровня состоятельности более чем на 10 %.

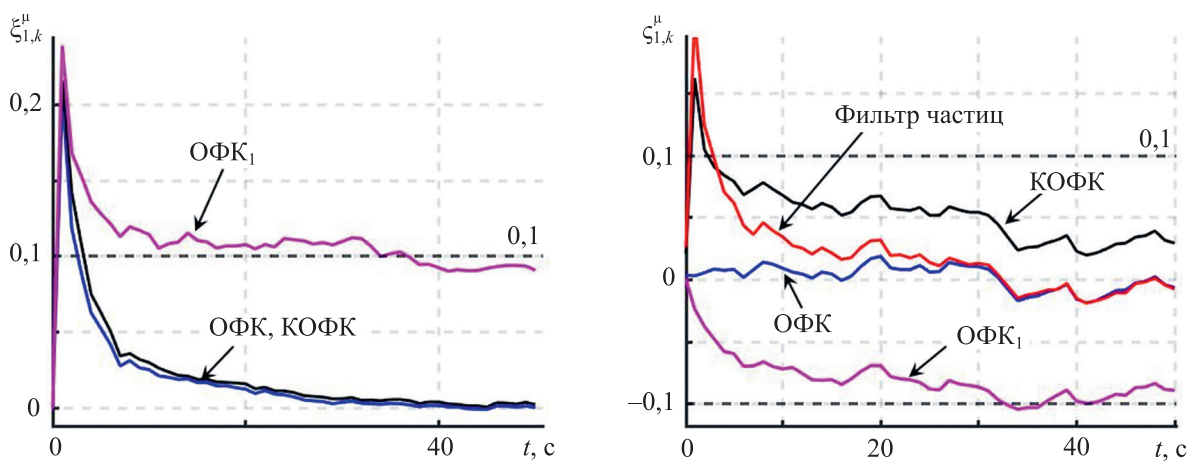


Рис. 5

Так же как и в [17], эффективным далее будем считать алгоритм, точность и состоятельность которого не снижается более чем на 10 % относительно базового алгоритма. С точки зрения соответствия заданным требованиям эффективными при $k \geq 3$ являются ОФК и КОФК. Следует отметить, что для алгоритма, направленного на получение оптимальной оценки, при $k < 3$ также характерно снижение уровня состоятельности более чем на 10 %, однако данный недостаток легко нивелируется изменением соответствующих настроек фильтра, а именно —

увеличением количества частиц. Эффективность $ОФК_1$ заметно ниже эффективности $ОФК$ и $КОФК$. Это объясняется нелинейным характером решаемой задачи. Как уже было сказано, в таком случае вид плотности $p(y_k)$ может отличаться от нормального, для которого вероятность попадания невязки в интервал трех сигм составляет 0,997. Таким образом, при $C = 3$ в заданный интервал отбраковки попадают также и измерения, не содержащие аномальных выбросов.

Результаты моделирования для негауссовского случая. На рис. 6 приведены результаты моделирования для случая наличия аномальных выбросов в погрешности измерений. Среднеквадратическая погрешность (СКП), полученная при решении рассматриваемой задачи с использованием алгоритма Монте-Карло в отсутствие аномальных выбросов, применялась при расчете коэффициентов эффективности в качестве СКП, соответствующей базовому алгоритму.

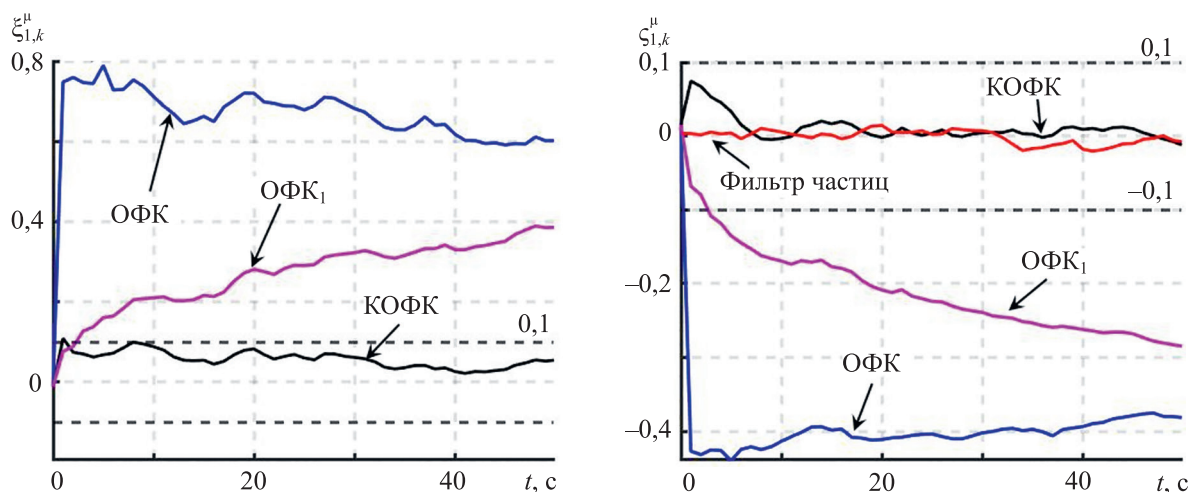


Рис. 6

Результаты моделирования показывают, что $КОФК$ эффективен на всем интервале решения задачи. $ОФК$ существенно проигрывает в точности и при этом не обладает свойством состоятельности. Результаты $ОФК_1$ немного лучше, чем у $ОФК$, но он также неэффективен.

Результаты расчета коэффициента вычислительной сложности показали, что $КОФК$ на $\approx 35\%$ более затратен вычислительно, чем $ОФК$, тогда как алгоритм, построенный с использованием метода Монте-Карло, — в ≈ 10 раз. Применение дополнительной отбраковки измерений не оказало существенного влияния на вычислительную сложность $ОФК$.

Заключение. Для решения задачи навигации группы из трех АНПА построены коррэнтропийный обобщенный фильтр Калмана и обобщенный фильтр Калмана с процедурой отбраковки измерений.

Проведено сопоставление классического обобщенного фильтра Калмана, построенного без привлечения каких-либо дополнительных процедур, обобщенного фильтра Калмана, включающего процедуру отбраковки аномальных выбросов, основанную на сопоставлении невязки фильтра с матрицей ковариаций погрешностей прогноза измерений, и коррэнтропийного обобщенного фильтра Калмана.

Показано, что в отсутствие аномальных выбросов уже с третьей секунды от начала решения задачи фильтрации классический и коррэнтропийный обобщенные фильтры Калмана эффективны. При этом применение предложенной процедуры отбраковки аномальных выбросов снижает как достигаемую точность, так и уровень состоятельности обобщенного фильтра Калмана.

При наличии аномальных выбросов в погрешностях измерений точность и состоятельность как классического, так и обобщенного фильтра Калмана, включающего процедуру отбраковки аномальных измерений, заметно снижается, тогда как точность коррэнтропийного фильтра близка к „потенциальной“ точности, соответствующей случаю отсутствия выбросов и при этом он состоятелен на всем интервале решения задачи фильтрации.

Результаты расчета коэффициента вычислительной сложности показали, что коррентропный фильтр более затратен вычислительно, чем обобщенный фильтр Калмана на $\approx 35\%$, тогда как применение процедуры отбраковки измерений не оказало существенного влияния на вычислительную сложность алгоритма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Paull L., Saeedi S., Seto M., Li H.* AUV Navigation and Localization: A Review // *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. 2014. Vol. 39, N 1. P. 131–149. DOI: 10.1109/JOE.2013.2278891.
2. *Степанов О. А.* Методы обработки навигационной измерительной информации. СПб: Университет ИТМО, 2017. 196 с.
3. *Кошаев Д. А.* Многоальтернативный алгоритм однопаяковой навигации автономного необитаемого подводного аппарата без априорных данных о его местоположении. Ч. 1. Математическое описание // *Гироскопия и навигация*. 2020. Т. 28, № 2(109). С. 109–130.
4. *Ваулин Ю. В., Дубровин Ф. С., Щербатюк Д. А., Щербатюк А. Ф.* О методах обеспечения навигации групп АНПА. Краткий обзор // *Подводные исследования и робототехника*. 2019. № 4(30). С. 27–36.
5. *Baccou P., Jouvencel B., Creuze V., Rabaud C.* Cooperative Positioning and Navigation for Multiple AUV Operations // *Proc. of the MTS/ IEEE Intern. Conf. and Exhibition OCEANS*. 2001. Vol. 3. P. 1816–1821.
6. *Zhao Y. et al.* A collaborative control framework with multi-leaders for AUVs based on unscented particle filter // *Journal of the Franklin Institute*. 2015. Vol. 353, N 3. DOI:10.1016/j.jfranklin.2015.11.016.
7. *Simon D.* Optimal State Estimation. Kalman, H ∞ , and Nonlinear approaches. A John Wiley & Song Inc., 2006. 550 p.
8. *Степанов О. А.* Основы теории оценивания с приложениями к задачам обработки навигационной информации. Ч. 1. Введение в теорию оценивания. СПб: ЦНИИ „Электроприбор“, 2017. 509 с.
9. *Чубич В. М., Филиппова Е. В.* Исследование эффективности некоторых робастных фильтров для нестационарных линейных непрерывно-дискретных систем // *Современные наукоемкие технологии*. 2018. № 12 (ч. 1). С. 153–161.
10. *Чубич В. М., Прокофьева А. Э.* Сравнительный анализ некоторых робастных фильтров для нестационарных линейных дискретных систем // *Вестник Иркутского государственного технического университета*. 2017. Т. 21, № 12. С. 123–137.
11. *Cinar G. T. and Principe J. C.* Hidden state estimation using the Correntropy Filter with fixed point update and adaptive kernel size // *The 2012 Intern. Joint Conf. on Neural Networks (IJCNN)*. Brisbane, QLD, Australia, 2012. P. 1–6.
12. *Izanloo R., Fakoorian S. A., Yazdi H. S., and Simon D.* Kalman filtering based on the maximum correntropy criterion in the presence of non-Gaussian noise // *2016 Annual Conf. on Information Science and Systems (CISS)*. Princeton, NJ, USA, 2016. P. 500–505.
13. *Chen B., Liu X., Zhao H., Principe J.* Maximum correntropy Kalman filter // *Automatica*. 2017. Vol. 76. P. 70–77.
14. *Kulikova M. V.* Square-root Algorithms for Maximum Correntropy Estimation of Linear Discrete-Time Systems in Presence of Non-Gaussian Noise // *Systems & Control Letters*. 2017. Vol. 108. P. 8–15.
15. *Jwo D.-J., Chen Y.-L., Cho T.-S., Biswal A.* A Robust GPS Navigation Filter Based on Maximum Correntropy Criterion with Adaptive Kernel Bandwidth // *Sensors*. 2023. Vol. 23, N 23. P. 9386.
16. *Степанов О. А., Литвиненко Ю. А., Васильев В. А., Торопов А. Б., Басин М. В.* Алгоритм полиномиальной фильтрации в задачах обработки навигационной информации при квадратичных нелинейностях в уравнениях динамики и измерений. Ч. I. Описание и сопоставление с алгоритмами калмановского типа // *Гироскопия и навигация*. 2021. Т. 29, № 3(114). С. 3–33. <https://doi.org/10.17285/0869-7035.0068>.
17. *Степанов О. А., Исаев А. М.* Методика сравнительного анализа рекуррентных алгоритмов нелинейных фильтрации в задачах обработки навигационной информации на основе предсказательного моделирования // *Гироскопия и навигация*. 2023. Т. 31, № 3(122). С. 48–65.
18. *Bar-Shalom Y., Li X., Kirubarajan T.* Estimation with applications to tracking and navigation. NY: Wiley-Interscience, 2001. 581 p.
19. *Болотин Ю. В., Брагин А. В., Гулевский Д. В.* Исследование состоятельности расширенного фильтра Калмана в задаче навигации пешехода с БИНС, закрепленными на стопах // *Гироскопия и навигация*. 2021. Т. 29, № 2(113). С. 59–77.
20. *Doucet A., Freitas N., Gordon N.* Sequential Monte Carlo Methods in Practice. NY: Springer, 2001. 590 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Алексей Михайлович Исаев

— ЦНИИ „Электроприбор“, отдел перспективных навигационных комплексов для объектов ВМФ, Университет ИТМО; мл. науч. сотр.;
E-mail: itmo_student@mail.ru

Поступила в редакцию 10.07.24; одобрена после рецензирования 03.09.24; принята к публикации 22.10.24.

REFERENCES

1. Paull L., Saeedi S., Seto M., Li H. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2014, no. 1(39), pp. 131–149, DOI: 10.1109/JOE.2013.2278891.
2. Stepanov O.A. *Metody obrabotki navigatsionnoy izmeritel'noy informatsii* (Methods of Processing Navigational Measurement Information), St. Petersburg, 2017, 196 p.
3. Koshaev D.A. *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2020, no. 2(28), pp. 109–130. (in Russ.)
4. Vaulin Yu.V., Dubrovin F.S., Shcherbatyuk D.A., Shcherbatyuk A.F. *Underwater Investigations and Robotics*, 2019, no. 4(30), pp. 27–36. (in Russ.)
5. Baccou P., Jouvencel B., Creuze V., Rabaud C. *Proc. of the MTS/ IEEE Int. Conf. and Exhibition OCEANS*, 2001, vol. 3, pp. 1816–1821.
6. Zhao Y. et al. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, no. 3(353), DOI:10.1016/j.jfranklin.2015.11.016.
7. Simon D. *Optimal State Estimation. Kalman, H^∞ , and Nonlinear approaches*, A John Wiley & Song Inc., 2006, 550 p.
8. Stepanov O.A. *Osnovy teorii otsenivaniya s prilozheniyami k zadacham obrabotki navigatsionnoy informatsii. Ch. 1. Vvedeniye v teoriyu otsenivaniya* (Fundamentals of Estimation Theory with Applications to Problems of Processing Navigational Information Part 1. Introduction to Estimation Theory), St. Petersburg, 2017, 509 p. (in Russ.)
9. Chubich V.M., Filippova E.V. *Sovremennye naukoemkie tehnologii*, 2018, no. 12, pp. 153–161. (in Russ.)
10. Chubich V.M., Prokofieva A.E. *Proceedings of Irkutsk State Technical University*, 2017, no. 12(21), pp. 123–137. (in Russ.)
11. Cinar G.T. and Principe J.C. *The 2012 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, Brisbane, QLD, Australia, 2012, pp. 1–6.
12. Izanloo R., Fakoorian S.A., Yazdi H.S., and Simon D. *2016 Annual Conference on Information Science and Systems (CISS)*, Princeton, NJ, USA, 2016, pp. 500–505.
13. Chen B., Liu X., Zhao H., Principe J. *Automatica*, 2017, vol. 76, pp. 70–77.
14. Kulikova M.V. *Systems & Control Letters*, 2017, vol. 108, pp. 8–15.
15. Jwo D.-J., Chen Y.-L., Cho T.-S., Biswal A. *Sensors*, 2023, no. 23(23), pp. 9386.
16. Stepanov O.A., Litvinenko Y.A., Vasiliev V.A., Toropov A.B., Basin M.V. *Gyroscopy and Navigation*, 2021, no. 3(12), pp. 205–223.
17. Stepanov O.A., Isaev A.M. *Giroskopiya i Navigatsiya*, 2023, no. 3(31), pp. 48–65. (in Russ.)
18. Bar-Shalom Y., Li X., Kirubarajan T. *Estimation with applications to tracking and navigation*, NY, Wiley-Interscience, 2001, 581 p.
19. Bolotin Y.V., Bragin A.V., Gulevskii D.V. *Gyroscopy and Navigation*, 2021, no. 2(12), pp. 155–165.
20. Doucet A., Freitas N., Gordon N. *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, NY, Springer, 2001, 590 p.

DATA ON AUTHOR

Alexey M. Isaev

— Concern CSRI Elektropribor, JSC, Department of Advanced Navigation Systems for Navy Facilities; ITMO University, Junior Researcher;
E-mail: itmo_student@mail.ru

Received 10.07.24; approved after reviewing 03.09.24; accepted for publication 22.10.24.