

---

# ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ И УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ

## INFORMATION-MEASURING AND CONTROL SYSTEMS

---

УДК 62-50  
DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-3-219-232

### ПРИБЛИЖЕННАЯ КОМПЕНСАЦИЯ „УСТОЙЧИВЫХ“ ПОЛЮСОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ НЕПРЕРЫВНОЙ ЧАСТИ ПРИ РАСЧЕТЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ ЦИФРОВОЙ СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЫ

А. И. Коршунов

Военно-морской политехнический институт ВУНЦ ВМФ  
„Военно-морская академия им. Н. Г. Кузнецова“, Санкт-Петербург, Россия  
a.i.korshunov@mail.ru

**Аннотация.** Обсуждается использование при расчете цифровой следящей системы (ЦСС) приближенной компенсации полюсов ее непрерывной части (НЧ), лежащих в области устойчивости, нулями фильтра ее дискретной части. Неограниченное увеличение точности компенсации при уменьшении периода дискретизации теоретически позволяет сделать линеаризованную модель ЦСС инвариантной при компенсации только скоростной ошибки. Построенная в системе MatLab Simulink имитационная модель ЦСС позволяет свести ее расчет к выбору коэффициента преобразования НЧ, периода дискретизации и параметра астатического дискретного низкочастотного фильтра в цепи прямой связи по разностям задающего воздействия.

**Ключевые слова:** расчет ЦСС, „устойчивые“ полюсы НЧ, приближенная компенсация

**Ссылка для цитирования:** Коршунов А. И. Приближенная компенсация „устойчивых“ полюсов передаточной функции непрерывной части при расчете электромеханической цифровой следящей системы // Изв. вузов. Приборостроение. 2025. Т. 68, № 3. С. 219–232. DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-3-219-232.

### APPROXIMATE COMPENSATION OF "STABLE" POLES OF THE TRANSFER FUNCTION OF THE CONTINUOUS PART OF CALCULATED ELECTROMECHANICAL DIGITAL TRACKING SYSTEM

A. I. Korshunov

Naval Polytechnic Institute of Admiral N. G. Kuznetsov Naval Academy, St. Petersburg, Russia  
a.i.korshunov@mail.ru

**Abstract.** Calculation of a digital tracking system (DTS) with the use of approximate compensation of the poles of the system continuous part (CP) lying in the stability region by the filter zeros of its discrete part is considered. Unlimited increase in the compensation accuracy with decreasing sampling period theoretically allows making the linearized DTS model invariant with compensation of only the speed error. The simulation model of the DTS constructed in the MatLab Simulink system allows reducing its calculation to the selection of the CP conversion coefficient, sampling period, and parameter of the astatic discrete low-pass filter in the feedforward circuit based on the differences in the reference action.

**Keywords:** DTS calculation, “sustainable” poles of continuous part, approximate compensation

**For citation:** Korshunov A. I. Approximate compensation of "stable" poles of the transfer function of the continuous part of calculated electromechanical digital tracking system. *Journal of Instrument Engineering*. 2025. Vol. 68, N 3. P. 219–232 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-3-219-232

**Введение.** Компенсация „устойчивых“ полюсов передаточной функции (ПФ) непрерывной части (НЧ) при расчете электромеханической цифровой следящей системы (ЦСС)

$$W(p) = \frac{K}{pQ_{n-1}(p)},$$

где  $Q_{n-1}(p) = q_{n-1}p^{n-1} + q_{n-2}p^{n-2} + \dots + q_1p + 1$  — полином, все корни которого лежат в левой полуплоскости, уменьшает влияние ее инерционности, по крайней мере, в узкой зоне линейности. Это позволяет добиться большей точности отработки быстро изменяющихся задающих воздействий, лежащих в пределах возможностей НЧ [1–3]. Приближенно устройство, компенсирующее все „устойчивые“ полюсы  $W_{\text{НЧ}}(p)$ , можно реализовать с помощью дискретного фильтра (ДФ), входящего в дискретную часть ЦСС. При этом точность компенсации неограниченно растет с уменьшением периода дискретизации  $T$ .

**Выбор передаточной функции дискретного фильтра, компенсирующего полюсы непрерывной части.** Выберем ПФ ДФ в виде полинома  $D_{n-1}(z)$ , разложенного по степеням  $(z - 1)$ :

$$D(z) = Q_{n-1}(z - 1) = \chi_{n-1}(z - 1)^{n-1} + \chi_{n-2}(z - 1)^{n-2} + \dots + \chi_1(z - 1) + 1. \quad (1)$$

Дискретная ПФ НЧ может быть приближенно получена в виде [3–5]:

$$W_{\text{НЧ}}(z) = \frac{z - 1}{z} Z \left\{ \frac{1}{p} W_{\text{НЧ}}(p) \right\} \approx \frac{K}{pQ_{n-1}(p)} \Bigg|_{p=(z-1)/T}, \quad (2)$$

где  $Z\{\dots\}$  — символ  $Z$ -преобразования; точность приближенного выражения (2) неограниченно возрастает при  $T \rightarrow 0$ .

Таким образом, дискретная ПФ разомкнутой ЦСС приближенно описывается выражением

$$\begin{aligned} W_{\text{ЦСС}}(z) &= D(z)W_{\text{НЧ}}(z) \approx Q_{n-1}(z) \frac{K}{pQ_{n-1}(p)} \Bigg|_{p=(z-1)/T} = \\ &= \frac{KT(\chi_{n-1}(z - 1)^{n-1} + \chi_{n-2}(z - 1)^{n-2} + \dots + \chi_1(z - 1) + 1)}{(z - 1) \left[ \frac{q_{n-1}}{T^{n-1}}(z - 1)^{n-1} + \frac{q_{n-2}}{T^{n-2}}(z - 1)^{n-2} + \dots + \frac{q_1}{T}(z - 1) + 1 \right]}. \end{aligned} \quad (3)$$

При выполнении условий

$$\chi_{n-1} = \frac{q_{n-1}}{T^{n-1}}, \quad \chi_{n-2} = \frac{q_{n-2}}{T^{n-2}}, \quad \dots, \quad \chi_1 = \frac{q_1}{T} \quad (4)$$

ПФ разомкнутой ЦСС принимает вид

$$W_{\text{ЦСС}}(z) \approx \frac{KT}{z - 1}. \quad (5)$$

Согласно полученному выражению (5) находим ПФ замкнутой ЦСС:

$$\Phi_{\text{ЦСС}}(z) = \frac{W_{\text{ЦСС}}(z)}{1 + W_{\text{ЦСС}}(z)} \approx \frac{KT}{z - 1 + KT}. \quad (6)$$

Из условия устойчивости приближенной модели ЦСС (6) [3]

$$KT < 2, \text{ или } K < 2/T, \quad (7)$$

следует возможность практически неограниченного увеличения коэффициента преобразования  $K$  при уменьшении периода дискретизации  $T$ . Однако следует иметь в виду, что возможность

уменьшения  $T$  ограничена не только возможностями цифровых микропроцессоров, но и неограниченным возрастанием коэффициентов (4) дискретного фильтра (1).

Поэтому, учитывая ограниченность  $T$  снизу, для компенсации важнейшей из динамических ошибок — скоростной ошибки ЦСС — рационально использовать прямую связь по первой разности задающего воздействия, увеличивающую входной сигнал ЦСС  $\theta_{\text{bx}}[nT]$  на величину, пропорциональную его первой разности  $\Delta\theta_{\text{bx}}[nT] = \theta_{\text{bx}}[nT] - \theta_{\text{bx}}[(n-1)T]$  [3, 4], согласно выражению

$$\theta_{\text{bx}}[nT] = \theta_{\text{bx}}[nT] + \tau_1 \{\theta_{\text{bx}}[nT] - \theta_{\text{bx}}[(n-1)T]\}, \quad (8)$$

где  $\tau_1 = KT$ .

Согласно (8) ПФ прямой связи по задающему воздействию, как известно [3, 4], имеет вид

$$\varphi(z) = \tau_1(1 - z^{-1}). \quad (9)$$

Несложно получить ПФ ЦСС комбинированного управления [3]:

$$\Phi_{\text{ЦСС}}^k(z) \approx (1 + \varphi(z))\Phi_{\text{ЦСС}}(z) = (1 + \tau_1(1 - z^{-1})) \frac{KT}{z - 1 + KT} = \frac{(z - 1)z^{-1} + KT}{z - 1 + KT}. \quad (10)$$

Исследование частотной характеристики ЦСС комбинированного управления в функции абсолютной псевдочастоты  $\lambda$  [3, 4]

$$\lambda = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2}, \quad (11)$$

где  $\omega$  — круговая частота,  $T$  — период дискредитации, позволяет сделать важный вывод.

Как известно,

$$\Phi_{\text{ЦСС}}^k(j\lambda) = \Phi_{\text{ЦСС}}^k(z) \Bigg|_{z=\frac{1+j\lambda T/2}{1-j\lambda T/2}} = \frac{(z - 1)z^{-1} + KT}{z - 1 + KT} \Bigg|_{z=\frac{1+j\lambda T/2}{1-j\lambda T/2}} = \frac{j\lambda/(1 + j\lambda T/2) + KT}{j\lambda/(1 - j\lambda T/2) + KT}. \quad (12)$$

Не учитывая факторы, ограничивающие уменьшение периода дискретизации  $T$ , получаем

$$\lim_{T \rightarrow 0} \Phi_{\text{ЦСС}}^k(j\lambda) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{j\lambda/(1 + j\lambda T/2) + KT}{j\lambda/(1 - j\lambda T/2) + KT} = \frac{j\lambda + KT}{j\lambda + KT} = 1. \quad (13)$$

*Выражение (13) показывает, что при выполнении условий (4) и (8) ЦСС комбинированного управления при  $T \rightarrow 0$  приближается к инвариантной по задающему воздействию, т. е. отрабатывающей любое задающее воздействие без ошибки.*

Хотя в реальных условиях такой результат не достижим, предложенный способ компенсации полюсов позволяет существенно повысить динамическую точность реальных ЦСС.

Для оценки динамической точности ЦСС при компенсации скоростной ошибки необходимо оценить вторую из ее важнейших динамических ошибок — ошибку по ускорению  $\theta_\varepsilon$ . Для этого необходимо вычислить предел

$$\theta_\varepsilon = \lim_{T \rightarrow 0} (z - 1)\Phi_{\theta\text{ЦСС}}^k(z) \frac{\varepsilon T^2 z(z + 1)}{2(z - 1)^3} = \varepsilon T^2 \lim_{z \rightarrow 0} \Phi_{\theta\text{ЦСС}}^k(z)/(z - 1)^2, \quad (14)$$

где  $\varepsilon$  — ускорение,  $\Phi_{\theta\text{ЦСС}}^k(z) = 1 - \Phi_{\text{ЦСС}}^k(z)$  — ПФ ЦСС комбинированного управления по ошибке,  $\Phi_{\text{ЦСС}}^k(z) = (1 + \varphi(z))D(z)W_{\text{НЧ}}(z)/(1 + D(z)W_{\text{НЧ}}(z))$ ,  $\varphi(z) = (z - 1)/zKT$ ,  $W_{\text{НЧ}}(z) = (1 - z^{-1})Z\{W_{\text{НЧ}}(p)/p\} = KT(z - 1)^{-1}[1 - q_1(z - 1)T^{-1} + (\sum_{i=1}^{n-1} C_i T^{-1}(z - d_i)^{-1})(z - 1)^2]$ ,  $d_i = \exp(-T/T_i)$ ,  $C_i$  — коэффициенты разложения  $W_{\text{НЧ}}(p)$  на простые дроби [6].

Несложно представить  $\Phi_{\theta \text{ЦСС}}^k(z)$  в виде

$$\begin{aligned} \Phi_{\theta \text{ЦСС}}^k(z) = & \{1 - \varphi(z)D(z)W_{H\varphi}(z)\}/\{1 + D(z)W_{H\varphi}(z)\} = \{(z-1) + D(z)KT[1 - q_1(z-1)T^{-1} + \\ & + (\sum_{i=1}^{n-1} C_i T^{-1}(z-d_i)^{-1})(z-1)^2]\}^{-1}(z-1)\{1 - D(z)[1 - q_1(z-1)T^{-1} + \\ & + (\sum_{i=1}^{n-1} C_i T^{-1}(z-d_i)^{-1})(z-1)^2]z^{-1}\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Подстановка выражения (15) в формулу (14) дает

$$\begin{aligned} \theta_\varepsilon = & \varepsilon T^2 \lim_{z \rightarrow 1} \{(z-1) + D(z)KT[1 - q_1(z-1)T^{-1} + (\sum_{i=1}^{n-1} C_i T^{-1}(z-d_i)^{-1})(z-1)^2]\}^{-1} \times \\ & \times \{(z-1) - D(z)[1 - q_1(z-1)T^{-1} + (\sum_{i=1}^{n-1} C_i T^{-1}(z-d_i)^{-1})(z-1)^2]z^{-1}\}/(z-1)^2 = \\ = & \varepsilon T K^{-1} \lim_{z \rightarrow 1} \{1 - D(z)[1 - q_1(z-1)T^{-1} + (\sum_{i=1}^{n-1} C_i T^{-1}(z-d_i)^{-1})(z-1)^2]z^{-1}\}/(z-1). \end{aligned} \quad (16)$$

Для раскрытия неопределенности 0/0 в выражении (16) достаточно преобразовать числитель дроби к виду

$$\begin{aligned} 1 - D(z)[1 - q_1(z-1)T^{-1} + (\sum_{i=1}^{n-1} C_i T^{-1}(z-d_i)^{-1})(z-1)^2]z^{-1} = \\ = z^{-1}[z-1 + q_1 T^{-1}(z-1) - (\sum_{i=1}^{n-1} C_i T^{-1}(z-d_i)^{-1})(z-1)^2 - q_1 T^{-1}(z-1) + (q_1 T^{-1}(z-1))^2 - \dots \\ \dots - q_2 T^{-2}(z-1)^2 + q_1 T^{-1}(z-1)q_2 T^{-2}(z-1)^2 - \dots] = \\ = z^{-1}[z-1 - (\sum_{i=1}^{n-1} C_i T^{-1}(z-d_i)^{-1})(z-1)^2 + (q_1 T^{-1}(z-1))^2 + \dots]. \end{aligned} \quad (17)$$

Сокращение числителя и знаменателя дроби (16) на  $(z-1)$  устраняет неопределенность 0/0, а подстановка  $z = 1$  дает окончательный результат

$$\theta_\varepsilon = \varepsilon T/K. \quad (18)$$

Полученный результат подтверждает сделанный выше вывод о неограниченном повышении точности линейной модели ЦСС при  $T \rightarrow 0$ .

В случае необходимости компенсации ошибки ЦСС по ускорению в передаточную функцию прямой связи по задающему воздействию (9), компенсирующую скорость ошибку, необходимо добавить слагаемое, вырабатывающее при равноускоренном задающем воздействии сигнал, равный ошибке по ускорению (18). Передаточная функция прямой связи по разностям задающего воздействия принимает вид

$$\varphi(z) = \tau'_1(1-z^{-1}) + \tau'_2(1-z^{-1})^2. \quad (19)$$

Коэффициент  $\tau'_2$ , определяемый из условия

$$\tau'_2 \varepsilon T^2 = \theta_\varepsilon = \varepsilon T/K,$$

имеет значение

$$\tau'_2 = 1/KT, \quad (20)$$

совпадающее со значением  $\tau'_1$  (8).

Необходимо иметь в виду, что введение прямой связи по разностям задающего воздействия, компенсирующей динамические ошибки ЦСС, снижает качество отработки скачков задающего воздействия. Это выражается в резком увеличении перерегулирования и времени переходного процесса [7]. Включение в прямую связь дополнительного низкочастотного астатического фильтра [8] позволяет ослабить нежелательный эффект, но усложняет ЦСС. Поэтому возможно лучшим способом уменьшения  $\theta_e$  до допустимой величины окажется не ее полная компенсация, а увеличение  $K$  и уменьшение  $T$  до допустимого значения  $\theta_e$ .

**Пример.** Рассмотрим для простоты ЦСС при  $W_{\text{НЧ}}(p)$  третьего порядка с постоянными временем  $T_1 = 0,1$  с и  $T_2 = 0,02$  с:

$$Q_2(p) = q_2 p^{n-2} + q_1 p + 1, \quad q_2 = T_1 T_2 = 0,002 \text{ с}^2, \quad q_1 = T_1 + T_2 = 0,12 \text{ с}. \quad (21)$$

Требование по качеству переходного процесса:  $\sigma < \sigma_{\text{доп}} = 30\%$ ,  $t_{\text{п}} < t_{\text{п доп}} = 0,15$  с; по динамической точности:  $\theta_k = 0$ ,  $\theta_e < \theta_{e\text{доп}} = 0,015^\circ$  при  $\varepsilon < \varepsilon_{\text{доп}} = 30^\circ/\text{с}^2$ . Допустимое уменьшение периода дискретизации ограничим условием

$$T < 0,002 \text{ с} = 1/500 \text{ с}.$$

Согласно требованиям по точности ЦСС, кроме компенсации скоростной ошибки, необходимо выполнить вытекающее из выражения (18) неравенство

$$T/K < \theta_{e\text{доп}}/\varepsilon_{\text{доп}} = 0,015/30 = 1/2000 \text{ с}^2.$$

Значения  $T$  и  $K$ , удовлетворяющие требованиям по качеству переходного процесса, проще всего подобрать с помощью цифровой имитационной модели ЦСС в системе MatLab 6.5 Simulink, представленной на рис. 1. Модель позволяет с помощью переключателей Manual Switch 1–3 подавать на вход скачок задающего воздействия, линейно возрастающее, возрастающее равноускоренно и гармоническое воздействия. Переключатель Manual Switch 4 включает компенсацию ошибки по ускорению, а переключатель Manual Switch 5 включает дискретный низкочастотный фильтр в цепь прямой связи. Осциллографы Scope позволяют наблюдать процессы в разных точках системы. Кэффициенты усилителей Gain4 и Gain6 выбираются в соответствии с удобством наблюдения на Scope4 трех сигналов разной величины.

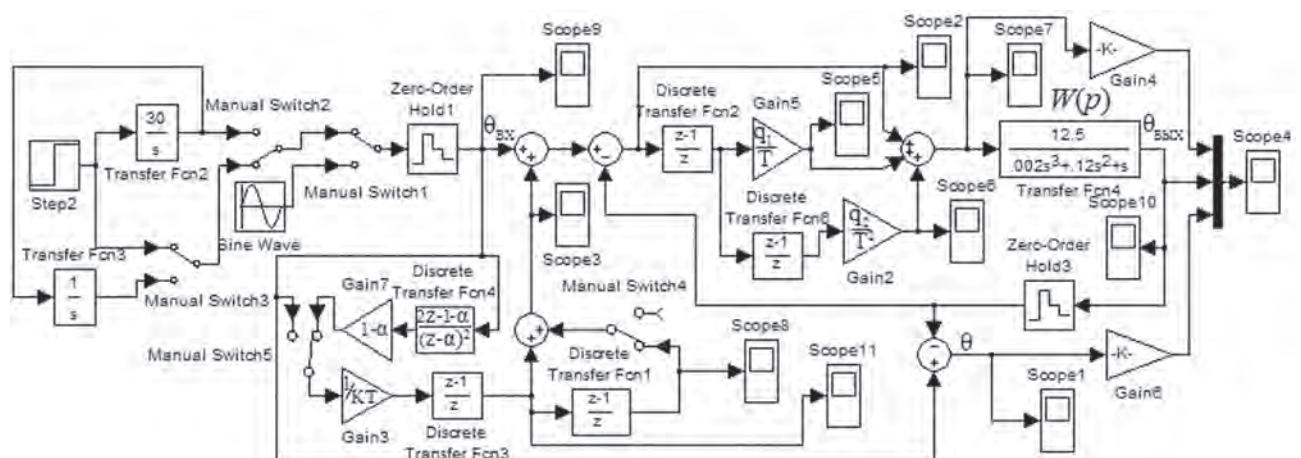


Рис. 1

Для пяти значений  $T$  при  $K = 10 \text{ с}^{-1}$  рассчитаны параметры модели:  $\chi_1 = q_1/T$ ,  $\chi_2 = q_2/T_2$ ,  $1/KT$ ,  $T/K$ , и моделированием получены значения  $\sigma$ ,  $t_{\text{п}}$ ,  $\theta_e$  при  $\varepsilon < \varepsilon_{\text{доп}} = 30^\circ/\text{с}^2$  и  $\theta_m$  — амплитуда ошибки отработки гармонического воздействия  $\theta_{\text{bx}}(t) = \theta_{\text{bxm}} \sin(\omega t)$ ,  $\theta_{\text{bxm}} = 1$  рад,  $\omega = 1/\text{с}$ , приведенные в таблице.

№ п/п	$T, \text{ мс}$	$\chi_1 = \frac{q_1}{T}$	$\chi_2 = \frac{q_2}{T^2}$	$1/KT$	$T/K, \text{ с}^2$	$\sigma, \%$	$t_{\Pi}, \text{ мс}$	$\theta_e, \dots^\circ$	$\theta_m, \dots^\circ$
1	2	60	500	50	1/5000	8,9	26	0,006	0,0115
2	4	30	125	25	1/2500	16,5	56	0,012	0,0229
3	8	15	31,25	12,5	1/1250	29,6	94	0,024	0,0458
4	10	12	20	10	1/1000	35	107	0,03	0,0573
5	20	6	5	5	1/500	58,4	131,7	0,06	0,1175

Анализ приведенных в таблице результатов моделирования показывает, что при  $T = 4 \cdot 10^{-3} \text{ с}$  ЦСС удовлетворяет заданным требованиям с запасами, из которых наименьший по точности и значительно большие по качеству переходного процесса. Это позволяет увеличить  $T$  и  $K$ , сохраняя неизменным отношение  $T/K$ , что, в свою очередь, позволит снизить требования к быстродействию микропроцессора за счет уменьшения запаса по качеству переходного процесса. Приняв  $T = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ ,  $K = 12,5 \text{ с}^{-1}$ , получим:

$$\sigma = 22,3 \%, t_{\Pi} = 0,067 \text{ с}, \theta_e = 0,012^\circ, \theta_m = 0,0229^\circ.$$

Как видно, показатели динамической точности  $\theta_e$  и  $\theta_m$  остались неизменными, а показатели качества переходного процесса приблизились к предельно допустимым значениям. На рис. 2, *a–в* представлены: переходная характеристика ЦСС, отработка ею линейно возрастающего воздействия  $\theta_{\text{вх}} = \Omega t$ ,  $\Omega = 30^\circ/\text{с}$ , и равноускоренного воздействия  $\theta_{\text{вх}} = \varepsilon t/2$ ,  $\varepsilon = 30^\circ/\text{с}^2$ , соответственно

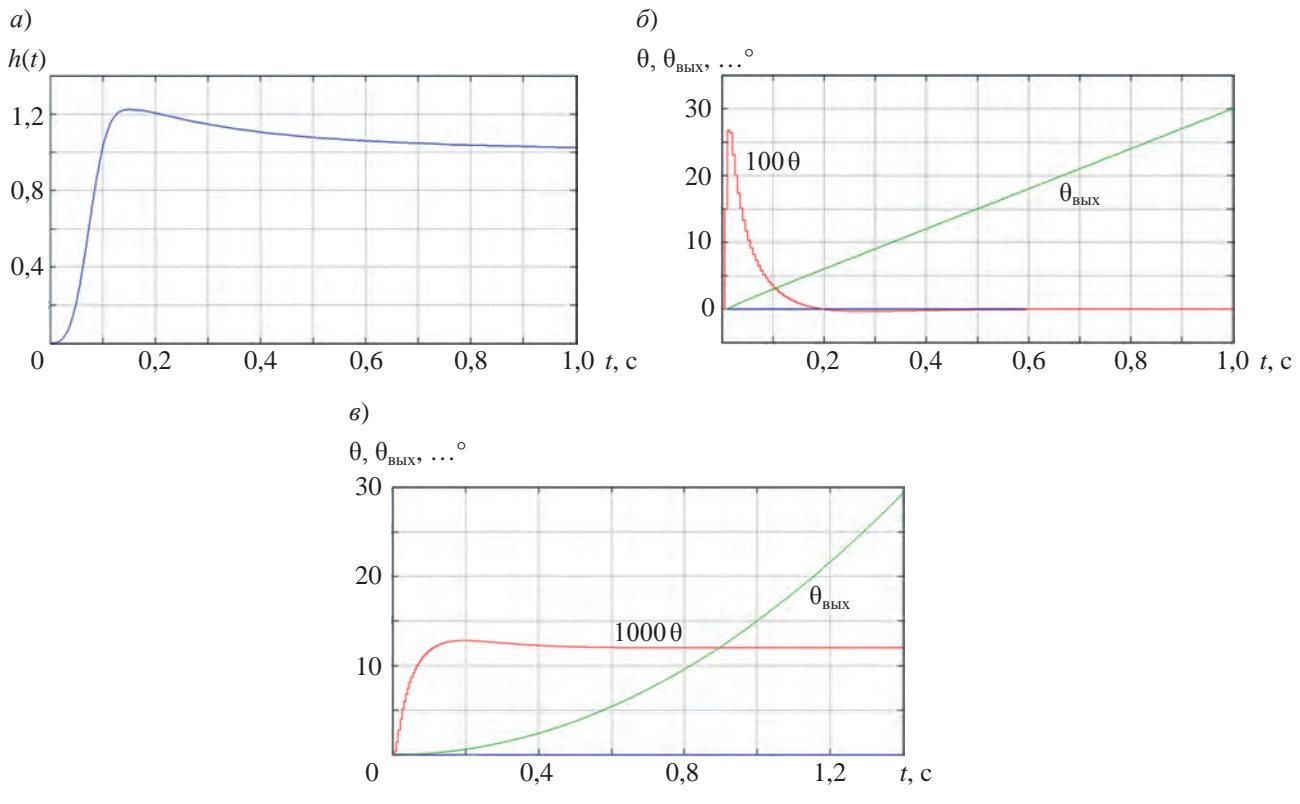


Рис. 2

Качество переходного процесса можно повысить с помощью астатического дискретного низкочастотного фильтра (НЧФ), включенного последовательно в цепь прямой связи по разностям задающего воздействия [7]. Простейший дискретный НЧФ имеет передаточную функцию

$$H_1(z) = \frac{1-\alpha}{2} \frac{z+1}{z-}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (21)$$

и обладает астатизмом первого порядка. Доказательством этому служит установившееся значение его реакции на  $1[nT]$ :

$$\lim_{z \rightarrow 1} (z-1)H_1(z) \frac{z}{z-1} = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \frac{1-\alpha}{2} \frac{z+1}{z-\alpha} \frac{z}{z-1} = 1.$$

Включение такого простейшего НЧФ в цепь прямой связи по разностям задающего воздействия позволяет уменьшить  $\sigma$  не очень значительно: в рассмотренном случае при  $\alpha = 0,9$  лишь с 22,3 до 16,5% при сохранении компенсации скоростной ошибки, но при увеличении  $t_n$  с 0,067 до 0,25 с. Другим, но более существенным недостатком НЧФ с первым порядком астатизма является увеличение ошибки по ускорению. Причина увеличения ошибки по ускорению состоит в том, что в режиме отработки равнотекущего воздействия НЧФ передает линейно возрастающий сигнал дискретного фильтра (9), компенсирующего скоростную ошибку, со скоростной ошибкой. Вследствие этого ошибка ЦСС по ускорению возрастает на величину скоростной ошибки НЧФ, имеющего первый порядок астатизма.

$Z$ -преобразование отставания выходного сигнала НЧФ от входного сигнала при отработке ЦСС равнотекущего воздействия имеет вид

$$(z) \frac{1}{KT} \frac{z-1}{z} (1 - H_1(z)) = \frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} \frac{1}{KT} \frac{z-1}{z} \left( 1 - \frac{1-\alpha}{2} \frac{z+1}{z-} \right) = \frac{T}{4K} \frac{(1+\alpha)(z+1)}{(z-1)(z-)}.$$

Установившееся значение отставания получаем предельным переходом

$$\Delta\theta_\varepsilon = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1) \frac{\varepsilon T}{4K} \frac{(1+\alpha)(z+1)}{(z-\alpha)(z-1)} = \frac{\varepsilon T}{4K} \frac{(1+\alpha)(z+1)}{(z-\alpha)} \Big|_{z=1} = \frac{\varepsilon T}{2K} \frac{(1+\alpha)}{(1-\alpha)}. \quad (23)$$

В рассматриваемом примере по формуле (23) получаем

$$\Delta\theta_\varepsilon = \frac{\varepsilon T}{2K} \frac{(1+\alpha)}{(1-\alpha)} = \frac{30 \cdot 0,005}{2 \cdot 12,5} \frac{1+0,9}{1-0,9} = 0,114^\circ.$$

Таким образом,  $\Delta\theta_\varepsilon$  оказалась на порядок больше исходной ошибки по ускорению  $\theta_\varepsilon = 0,012^\circ$ . Суммарная ошибка по ускорению

$$\theta_{\varepsilon\Sigma} = \Delta\theta_\varepsilon + \theta_\varepsilon = 0,114 + 0,012 = 0,126^\circ$$

совпадает со значением, полученным путем моделирования.

Значительно лучшими свойствами обладает дискретный НЧФ с астатизмом второго порядка, описываемый передаточной функцией [7]

$$H_2(z) = (1-\alpha) \frac{2z-(1+\alpha)}{(z-1)^2}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (24)$$

Для доказательства второго порядка астатизма НЧФ получим передаточную функцию прямой цепи замкнутой системы, имеющей такую же передаточную функцию  $H_2(z)$ . Таким образом,

$$W(z) = \frac{H_2(z)}{1-H_2(z)} = \frac{2(1-\alpha)z-(1-\alpha^2)}{(z-\alpha)^2-2(1-\alpha)z-(1-\alpha^2)} = \frac{2(1-\alpha)[z-(1+\alpha)/2]}{(z-1)^2}.$$

Наличие у  $W(z)$  полюса  $z = 1$  с кратностью 2 доказывает второй порядок астатизма НЧФ с ПФ, равной  $H_2(z)$ .

Моделирование подтверждает сохранение неизменной ошибки  $\theta_e = 0,012^\circ$  при включении в прямую цепь НЧФ со вторым порядком астатизма. Однако следует отметить снижение качества отработки скачка задающего воздействия. Так, при  $\alpha = 0,9$  получено  $\sigma = 31,2\%$ ,  $t_{\text{п}} = 0,16$  с. Уменьшение  $\alpha$  до 0,8 дает  $\sigma = 38,8\%$ ,  $t_{\text{п}} = 0,1$  с, а увеличение  $\alpha$  до 0,95 дает  $\sigma = 26\%$ ,  $t_{\text{п}} = 0,25$  с.

Более эффективно применение НЧФ со вторым порядком астатизма при компенсации ошибки по ускорению. Без НЧФ компенсация скоростной ошибки и ошибки по ускорению приводит к существенному изменению показателей качества переходного процесса: значение  $\sigma$  увеличивается с 22,3 до 81,1 %, а  $t_{\text{п}}$  уменьшается с 0,067 до 0,0365 с. Очевидно, увеличение  $\sigma$  более существенно, чем уменьшение  $t_{\text{п}}$ . Включение НЧФ со вторым порядком астатизма позволяет существенно снизить  $\sigma$  при увеличении  $t_{\text{п}}$ . При  $\alpha$ , равном 0,8, 0,9 и 0,95, получаем соответственно:  $\sigma = 38,8, 29$  и  $24,5\%$ ;  $t_{\text{п}} = 0,0886, 0,1$  и  $0,241$  с. Разумеется, во всех случаях сохраняется полная компенсация скоростной ошибки и ошибки по ускорению.

### Выводы.

- Приближенная компенсация полюсов НЧ ЦСС при достаточно высокой частоте дискретизации позволяет существенно ослабить влияние инерционности на качество процессов управления.

- Теоретически при возможности неограниченного повышения частоты дискретизации возможно неограниченное повышение точности линеаризованной модели ЦСС при компенсации только ее скоростной ошибки.

- Имитационная модель линеаризованной ЦСС позволяет избежать трудоемких аналитических расчетов, заменив их выбором немногочисленных параметров.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Соловьев В. В., Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. Анализ компенсационного подхода к синтезу систем управления // Изв. вузов СССР. Приборостроение. 1979. № 2. С. 27–32.
- Соловьев В. В., Филимонов Н. Б. Динамическое качество систем автоматического регулирования. М.: МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1987. 84 с.
- Коршунов А. И. Основы теории и систем автоматического управления. Петродворец: ВМПИ, 2017.
- Бесекерский В. А. Цифровые автоматические системы. М.: Наука, 1976. 576 с.
- Ермоленко А. И., Коршунов А. И. Расчет цифровых следящих систем комбинированного управления с использованием предельной непрерывной модели. Ч. I. Построение предельной непрерывной модели // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 5. С. 411–418.
- Ермоленко А. И., Коршунов А. И. Повышение динамической точности цифровых следящих систем АСУ ТП с помощью комбинированного управления. Ч. II. Высокий темп вычисления рассогласования// Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 12. С. 1036–1044.
- Ермоленко А. И., Коршунов А. И. Повышение динамической точности цифровых следящих систем АСУ ТП с помощью комбинированного управления. Ч. I. Низкий темп вычисления рассогласования // Изв. вузов. Приборостроение. 2018. Т. 61, № 4. С. 309–316.
- Ермоленко А. И. Способ снижения перерегулирования, вызываемого компенсацией скоростной и ошибки по ускорению в ЦСС с запаздыванием// Системы управления и обработки информации. 2023. Т. 61, № 2.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

**Анатолий Иванович Коршунов**

— д-р техн. наук, профессор; Военно-морской политехнический институт ВУНЦ ВМФ „Военно-морская академия им. Н. Г. Кузнецова“; кафедра радиоэлектроники; E-mail: a.i.korshunov@mail.ru

Поступила в редакцию 11.05.24; одобрена после рецензирования 28.06.24; принятая к публикации 28.01.25.

#### REFERENCES

1. Solodovnikov V.V., Filimonov A.B., Filimonov N.B. *Journal of Instrument Engineering*, 1979, no. 2, pp. 27–32. (in Russ.)
2. Solodovnikov V.V., Filimonov N.B. *Dinamicheskoye kachestvo sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* (Dynamic Quality of Automatic Control Systems), Moscow, 1987, 84 p. (in Russ.)
3. Korshunov A.I. *Osnovy teorii i sistem avtomaticheskogo upravleniya* (Fundamentals of the Theory and Systems of Automatic Control), St. Petersburg, 2017. (in Russ.)
4. Besekerskiy V.A. *Tsifrovye avtomaticheskie sistemy* (Digital Automatic Systems), Moscow, 1976, 576 p. (in Russ.)
5. Ermolenko A.I., Korshunov A.I. *Journal of Instrument Engineering*, 2019, no. 5(62), pp. 411–418. (in Russ.)
6. Ermolenko A.I., Korshunov A.I. *Journal of Instrument Engineering*, 2018, no. 12(61), pp. 1036–1044. (in Russ.)
7. Ermolenko A.I., Korshunov A.I. *Journal of Instrument Engineering*, 2018, no. 4(61), pp. 309–316. (in Russ.)
8. Ermolenko A.I. *Information Management Systems*, 2023, no. 2(61), pp. 30–41. (in Russ.)

#### DATA ON AUTHOR

Anatoly I. Korshunov

— Dr. Sci., Professor; Naval Polytechnic Institute of Admiral N. G. Kuznetsov Naval Academy, Department of Radioelectronics; E-mail: a.i.korshunov@mail.ru

Received 11.05.24; approved after reviewing 28.06.24; accepted for publication 28.01.25.