УДК 621.391.825
DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-5-388-396

ФОРМИРОВАНИЕ АНСАМБЛЕЙ КВАЗИОРТОГОНАЛЬНЫХ КОДОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С ВЫСОКОЙ СТРУКТУРНОЙ СКРЫТНОСТЬЮ

Е. К. Григорьев*, А. М. Сергеев

Санкт-Петербургский государственный унивверситет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

** ev.grig95@gmail.com*

Аннотация. Исследуется одно из возможных направлений повышения помехозащищенности систем, использующих метод прямой последовательности для расширения спектра, а именно смена парадигмы, предполагающей что кодовые последовательности должны быть двоичными и симметричными, в пользу недвоичных и несимметричных последовательностей. Представлен подход к формированию ансамблей квазиортогональных кодовых последовательностей с высокой структурной скрытностью. Указанные характеристики достигаются за счет анализа известных кодовых последовательностей Гордона — Миллса — Велча (ГМВ) с хорошими корреляционными свойствами и высокой структурной скрытностью со стороны теории квазиортогональных матриц. Данные последовательности являются основой для построения циклических матриц Мерсенна с элементами {1, –*b*}. Прототип — ГМВ-последовательность — модифицируется с заменой элемента „0“ на элемент „–*b*“, который вычисляется в соответствии с теорией квазиортогональных матриц. Для полученного ансамбля вычислены автокорреляционные и взаимокорреляционные функции. Показано, что достигается квазиортогональность формируемого ансамбля последовательностей и при этом не ухудшаются корреляционные свойства по сравнению с прототипом. Полученные результаты имеют как самостоятельное значение, так и могут быть составной частью алгоритмов генерации ГМВ-последовательностей.

Ключевые слова: *квазиортогональные матрицы, корреляционная функция, структурная скрытность, матрицы Адамара, матрицы Мерсенна, последовательности Гордона — Миллса — Велча*

Благодарности: работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-2023-0003 „Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга“.

Ссылка для цитирования: *Григорьев Е. К., Сергеев А. М.* Формирование ансамблей квазиортогональных кодовых последовательностей с высокой структурной скрытностью // Изв. вузов. Приборостроение. 2025. Т. 68, № 5. С. 388–396. DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-5-388-396.

FORMATION OF ENSEMBLES OF QUASI-ORTHOGONAL CODE SEQUENCES WITH HIGH STRUCTURAL SECRECY

E. K. Grigoriev*, A. M. Sergeev

St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia

** ev.grig95@gmail.com*

Abstract: One of the possible directions of increasing the noise immunity of systems using the direct sequence method for spectrum spreading is investigated, namely, a change in the paradigm that assumes that code sequences should be binary and symmetric, in favor of non-binary and asymmetric sequences. An approach to the formation of ensembles of quasi-orthogonal code sequences with high structural secrecy is presented. The specified characteristics are achieved through the analysis of known Gordon — Mills — Welch (GMW) code sequences with good correlation properties and high structural secrecy based on the theory of quasi-orthogonal matrices. These sequences are the basis for constructing cyclic Mersenne matrices with elements {1, –b}. The prototype, the GMW sequence, is modified by replacing the element “0” with the element “–b”, which is calculated in accordance with the theory of quasi-orthogonal matrices. Autocorrelation and intercorrelation functions are calculated for the resulting ensemble. It is shown that quasi-orthogonality of the sequence ensemble being formed is achieved, and at the same time the correlation properties are not worsened in comparison with the prototype. The obtained results have both independent significance and can be a component of the algorithms for generating GMV sequences.

Keywords: quasi-orthogonal matrices, correlation function, structural secrecy, Hadamard matrices, Mersenne matrices, Gordon — Mills — Welch sequences

Acknowledgements: The work was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, agreement No. FSRF-2023-0003 “Fundamental principles for constructing noise-resistant systems of space and satellite communications, relative navigation, technical vision and aerospace monitoring”.

For citation: Grigoriev E. K., Sergeev A. M. Formation of ensembles of quasi-orthogonal code sequences with high structural secrecy. *Journal of Instrument Engineering*. 2025. Vol. 68, N 5. P. 388–396 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-5-388-396.

Введение. В радиотехнических системах (РТС), использующих метод прямой последовательности для расширения спектра (DSSS — Direct Sequence Spread Spectrum), одним из способов повышения помехозащищенности является увеличение базы сигнала B в целях улучшения энергетических характеристик и, как следствие, повышения помехоустойчивости [1–4]. Сразу оговорим, что в рамках данной работы под помехозащищенностью будем понимать способность РТС противодействовать помехам высокой мощности. Известно, что помехозащищенность включает в себя помехоустойчивость и скрытность [5]. В настоящее время в качестве кодовых широко используются последовательности Уолша [6, 7], Баркера [8] (в том числе, вложенные конфигурации [9]), последовательности максимальной длины [10–13] и их производные — последовательности Касами [12] и Голда [13]. Данные последовательности апробированы на практике и обеспечивают повышение помехоустойчивости РТС, однако при воздействии преднамеренных имитационных помех использование указанных последовательностей может привести к снижению помехозащищенности РТС [4]. В данном случае более высоким приоритетом обладает другой компонент помехозащищенности — скрытность, которая содержит несколько составляющих — информационную, энергетическую и структурную [4, 5]. При воздействии имитационных помех вскрытие структуры кодовой последовательности является наиболее значимым фактором, влияющим на помехозащищенность.

Подробный анализ вариантов повышения скрытности РТС был проведен в работах [14, 15], что позволяет выделить два актуальных направления — использование криптографических алгоритмов в целях полного сокрытия передаваемой информации, а также повышение структурной скрытности используемых кодовых последовательностей. Второй вариант, как отмечают авторы [14], является более перспективным следствие того, что „сам факт использования методов криптозащиты выступает в качестве явного признака желания сокрытия информации, что может вызвать дополнительный интерес со стороны несанкционированных абонентов к содержанию передаваемого информационного контента“. Это обстоятельство также подтверждает активность исследований в области разработки новых кодовых последовательностей [2, 4, 12–17]. Анализ перечисленных работ показывает не только актуальность исследований в данной области, но и актуальность модификации известных решений в целях придания им новых свойств.

Среди известных кодовых последовательностей следует выделить последовательности Гордона — Миллса — Велча (ГМВ) [18, 19], не уступающие широко известным М-последовательностям по корреляционным свойствам. Данный класс последовательностей и их различные обобщения активно исследуются в зарубежной и отечественной литературе [4, 7, 18–22]. Последние исследования сосредоточены на поиске предпочтительных пар ГМВ-последовательностей [4], а также поиске ГМВ-подобных последовательностей [22].

Цель настоящей статьи — разработка подхода к формированию ансамблей квазиортогональных кодовых последовательностей с высокой структурной скрытностью на основе связи ГМВ-последовательностей и матриц Адамара.

ГМВ-последовательности и матрицы Адамара. Следует отметить, что в современных работах ГМВ-последовательности рассматриваются как частное, т. е. кодовые последовательности с хорошими корреляционными свойствами, обладающие повышенной структурной скрытностью. Тем не менее в первоисточнике [18] данные последовательности рассматривались как циклические разностные множества, приводящие к матрицам Адамара. Этот же факт отмечается в более поздней работе [7]. Действительно, ГМВ-последовательности, так же как и известные М-последовательности, последовательности Лежандра, Холла, Якоби, при формировании из них циклической матрицы образуют ядро матриц Адамара вида „ядро с окаймлением“ [23–25]. Полный список известных последовательностей, основанных на разностных множествах Адамара, приведен в [7]. Впоследствии активность исследований по поиску новых типов разностных множеств Адамара снизилась и исследования в основном были сосредоточены в области уточнения свойств известных кодовых последовательностей. Однако начиная с 2011 г. наблюдается рост числа публикаций, посвященных тем же вопросам, но для квазиортогональных матриц, обобщающих матрицы Адамара [26]. Таким образом, целесообразно рассмотреть известные взаимосвязи с привлечением новой теории квазиортогональных матриц.

Поскольку дальнейшее изложение тесно связано с теорией матриц, необходимо определить понятия ортогональной и квазиортогональной матриц.

Определение. Квазиортогональная матрица **A** порядка n — это квадратная матрица, удовлетворяющая уравнению

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A} = \omega(n)\mathbf{I}, \qquad (1)$$

где $\omega(n)$ — весовая функция, определяющая тип матрицы [26]; у ортогональной матрицы соответственно $\omega(n) = 1\ \forall n$.

Пример самых известных квазиортогональных матриц — матрицы Адамара, для которых $\omega(n) = n$. Однако существуют и другие матрицы, у которых, в отличие от матриц Адамара, вещественные значения элементов имеют вид „1“ и „$-b$“. Один из вариантов названия подобных матриц — критские. Как показывает анализ работ [26–30], во-первых, подобные матрицы существуют на большем числе порядков, включая нечетные, что в перспективе позволит формировать ансамбли квазиортогональных кодовых последовательностей произвольной длины, а, во-вторых, допущение, что кодовая последовательность может быть несимметричной и вещественной, позволяет получить качественно новые результаты [9, 24].

Предлагаемый подход к формированию ансамбля. Рассматриваемый способ построения квазиортогонального ансамбля на базе ГМВ-последовательностей основан на взаимосвязях квазиортогональных матриц.

Для определенности и воспроизводимости результатов предлагается выбрать конкретную ГМВ-последовательность, алгоритм формирования которой, вследствие достаточной освещенности в литературе [7, 18, 19], оставим за рамками настоящей статьи.

Например, возьмем таблицу, представленную в [7, с. 239], из которой путем ее преобразования в вектор-строку построчно слева направо формируется ГМВ-последовательность длиной в 63 элемента:

$$\mathrm{GMW}_{63a} = \begin{bmatrix} 0&1&1&1&1&0&1&1&1 \\ 0&0&1&1&1&1&0&1&0 \\ 0&1&0&1&1&0&1&1&1 \\ 0&1&0&0&0&1&1&0&1 \\ 0&1&1&0&0&1&1&0&1 \\ 0&0&0&1&1&1&0&1&0 \\ 0&0&1&0&0&0&0&0&0 \end{bmatrix}. \qquad (2)$$

Сформируем из данной последовательности (2) ядро матрицы Адамара путем конструирования циклической матрицы (сдвиг вправо), заменив элемент со значением „0“ на элемент „–1“. Результат показан в виде портрета матрицы на рис. 1, *а*, где белым квадратам соответствует значение „+1“, а черным квадратам — значение „–1“. Нетрудно заметить, что данная матрица не удовлетворяет выражению (1), но в случае добавления „каймы“ из элементов „+1“, как показано на рис. 1, *б*, матрица становится адамаровой, что удовлетворяет уравнению (1).

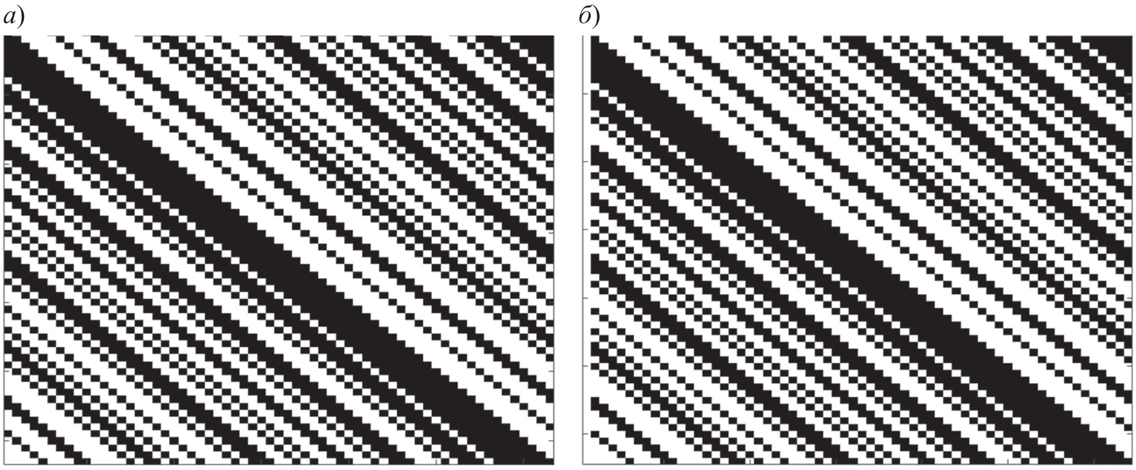

Рис. 1

Проиллюстрированный на рис. 1 пример широко известен, однако малоизвестным является факт взаимосвязи циклического ядра матрицы Адамара и подвида критских матриц, а именно двухуровневых $\{1, -b\}$-матриц Мерсенна, которые также удовлетворяют уравнению (1). Таким образом, исходную ГМВ- последовательность можно модифицировать, заменив отрицательные элементы „–1“ на элемент „$-b$“ и вычислив его в соответствии с теорией квазиортогональных матриц.

Известно [26], что для матриц Мерсенна элемент b вычисляется следующим образом:

$$b = \frac{t}{t + \sqrt{t}},$$

где $t = 0{,}25(n + 1)$, n — порядок матрицы Мерсенна, а в рассматриваемом случае еще и длина ГМВ-последовательности; в данном случае $b = 0{,}8$ при $n = 63$.

Тогда модифицированную ГМВ-последовательность и одновременно первую строку циклической матрицы можно записать в виде

$$\mathrm{GMW}_{63\text{а,мод}} = \begin{bmatrix} -0{,}8 & 1 & 1 & 1 & 1 & -0{,}8 & 1 & 1 & 1 \\ -0{,}8 & -0{,}8 & 1 & 1 & 1 & 1 & -0{,}8 & 1 & -0{,}8 \\ -0{,}8 & 1 & -0{,}8 & 1 & 1 & -0{,}8 & 1 & 1 & 1 \\ -0{,}8 & 1 & -0{,}8 & -0{,}8 & -0{,}8 & 1 & 1 & -0{,}8 & 1 \\ -0{,}8 & 1 & 1 & -0{,}8 & -0{,}8 & 1 & 1 & -0{,}8 & 1 \\ -0{,}8 & -0{,}8 & -0{,}8 & 1 & 1 & 1 & -0{,}8 & 1 & -0{,}8 \\ -0{,}8 & -0{,}8 & 1 & -0{,}8 & -0{,}8 & -0{,}8 & -0{,}8 & -0{,}8 & -0{,}8 \end{bmatrix}. \qquad (3)$$

Нетрудно убедиться, что полученная на основе модифицированной ГМВ-последовательности циклическая матрица будет удовлетворять условию (1), при этом $\omega(n) = 51{,}84$. Полученная циклическая матрица представляет собой квазиортогональный ансамбль, в котором скалярное произведение любой пары кодовых последовательностей (строк матрицы) равно нулю, так же как, например, у ансамбля кодовых последовательностей на основе системы Уолша [5], однако последние имеют неудовлетворительные корреляционные характеристики и зачастую служат в качестве основы для производных систем сигналов [5]. Предлагаемые в настоящей работе ансамбли кодовых последовательностей свободны от указанного недостатка. Данное утверждение требует доказательства. В этой связи целесообразно проверить, что процедура модификации не меняет основные корреляционные свойства ГМВ-последовательностей, а именно:

— максимальный уровень бокового лепестка (БЛ) апериодической автокорреляционной функции (ААКФ) соизмерим с максимальным уровнем БЛ для М-последовательностей;

— периодическая автокорреляционная функция (ПАКФ) является двухуровневой;

— максимальный уровень БЛ периодической взаимокорреляционной функции (ПВКФ) возможных комбинаций пар ГМВ-последовательностей не превышает максимальных уровней БЛ ПВКФ М-последовательностей.

Для проверки необходимо сформировать дополнительную модифицированную ГМВ-последовательность. К примеру, в качестве исходной возьмем первую последовательность из работы [17, с. 5]:

$$\mathrm{GMW}_{63б}=\begin{bmatrix}1&1&1&0&1&1&1&1&0\\1&1&0&1&1&0&1&1&0\\1&0&0&0&1&1&1&1&0\\0&1&1&0&0&0&0&0&0\\1&0&1&1&1&0&1&1&0\\0&0&1&1&0&1&0&0&0\\0&1&0&1&0&1&0&0&0\end{bmatrix}, \tag{4}$$

процедура модификации которой аналогична (3), поэтому для данного порядка значение элемента b будет также равно 0,8. Тогда модифицированная ГМВ-последовательность принимает вид

$$\mathrm{GMW}_{63б,мод}=\begin{bmatrix}1&1&1&-0{,}8&1&1&1&1&-0{,}8\\1&1&-0{,}8&1&1&-0{,}8&1&1&-0{,}8\\1&-0{,}8&-0{,}8&-0{,}8&1&1&1&1&-0{,}8\\-0{,}8&1&1&-0{,}8&-0{,}8&-0{,}8&-0{,}8&-0{,}8&-0{,}8\\1&-0{,}8&1&1&1&-0{,}8&1&1&-0{,}8\\-0{,}8&-0{,}8&1&1&-0{,}8&1&-0{,}8&-0{,}8&-0{,}8\\-0{,}8&1&-0{,}8&1&-0{,}8&1&-0{,}8&-0{,}8&-0{,}8\end{bmatrix}. \tag{5}$$

В среде компьютерного моделирования MatLab были вычислены следующие корреляционные функции $R(\tau)$ для модифицированных последовательностей: ААКФ первой ГМВ-последовательности (рис. 2, *а*), ААКФ второй ГМВ-последовательности (рис. 2, *б*), ПАКФ первой ГМВ-последовательности (рис. 2, *в*), ПАКФ второй ГМВ-последовательности (рис. 2, *г*), апериодическая взаимокорреляционная функция (АВКФ) двух последовательностей (рис. 2, *д*) и ПВКФ двух последовательностей (рис. 2, *е*).

Анализ графиков показывает, что процедура модификации не меняет количество уровней ПАКФ. Следует, однако, заметить, что максимальный уровень ААКФ для модифицированных ГМВ-последовательностей снижается до уровня $\omega(n)$ по сравнению с n для исходных последовательностей, что не является критичным для синхронных РТС. ПВКФ двух модифицированных последовательностей также имеет небольшие значения, что согласуется с теорией и в рассмотренном случае образует так называемую предпочтительную пару [4], поскольку модуль максимального значения не превышает $1 + 2^{[(k+2)/2]}$, где k определяется в соответствии с длиной $n = 2^k - 1$ ГМВ-последовательности.

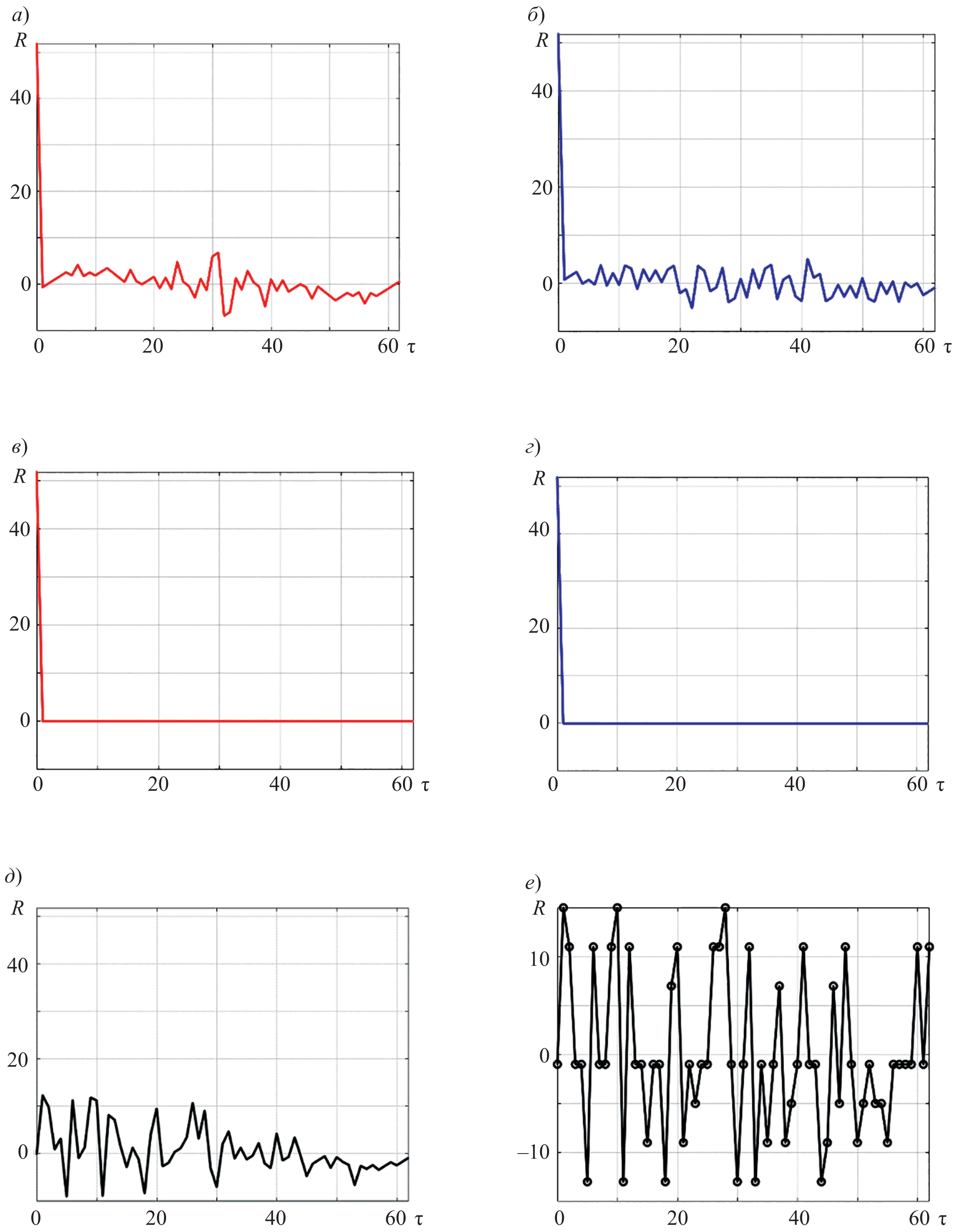

Рис. 2

Заключение. Предложен подход к формированию квазиортогонального ансамбля кодовых последовательностей с сохранением корреляционных свойств и высокой структурной скрытности ГМВ-последовательностей.

Представленный взгляд на ГМВ-последовательности со стороны теории матриц имеет самостоятельное значение и наряду с этим может быть использован для алгоритмов генерации ГМВ-последовательностей. В случае когда генератор формирует истинную ГМВ-последовательность, она будет приводить к матрице Адамара.

Предложенные ансамбли кодовых последовательностей могут найти применение в перспективных сверхширокополосных РТС, где модуляция сигнала осуществляется по амплитуде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриев Э. М., Рогожников Е. В., Мовчан А. К., Мухамадиев С. М., Крюков Я. В., Дуплищева Н. В.* Исследование технологии расширения спектра и ее применение в системах передачи данных по цепям электропитания // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2020. Т. 14, № 10. С. 45–52. DOI: 10.36724/2072-8735-2020-14-10-45-52.
2. *Kim D., Yoon D.* Novel Algorithm for Blind Estimation of Scramblers in DSSS Systems // IEEE Trans. on Information Forensics and Security. 2023. Vol. 18. P. 2292–2302. DOI: 10.1109/TIFS.2023.3265345.
3. *Кукунин Д. С., Березкин А. А., Киричек Р. В., Елисеева К. А.* Асинхронная передача данных с использованием многослойных ортогональных структур в системах с кодовым разделением каналов // Электросвязь. 2023. № 1. С. 26–35. DOI: 10.34832/ELSV2023.38.1.003.
4. *Стародубцев В. Г., Подолина Е. Ю., Келоглян А. Х.* Предпочтительные пары ГМВ-последовательностей с периодом $N = 1023$ для систем передачи цифровой информации // Изв. вузов. Приборостроение. 2022. Т. 65, № 1. С. 28–35. DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-1-28-35.
5. *Варакин Л. Е.* Системы связи с шумоподобными сигналам. М.: Радио и связь, 1985. 384 с.
6. *Ахмед Н., Рао К. Р.* Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов / Пер. с англ.; Под ред. *И. Б. Фоменко*. М.: Связь, 1980. 248 с.
7. *Golomb S. W., Gong G.* Signal Design for Good Correlation for Wireless Communication, Cryptography and Radar. Cambridge Univ. Press, 2005. 438 p.
8. *Barker R. H.* Group synchronization of binary digital system // Communication Theory. Ed. *W. Jackson*. London: Academic Press, 1953. P. 273—287.
9. *Сергеев М. Б., Ненашев В. А., Сергеев А. М.* Вложенные кодовые конструкции Баркера — Мерсенна — Рагхаварао // Информационно-управляющие системы. 2019. № 3(100). С. 71–81. DOI: 10.31799/1684-8853-2019-3-71-81.
10. *Кукунин Д. С., Березкин А. А., Киричек Р. В.* Многослойные ортогональные структуры на основе последовательностей максимальной длины // Инфокоммуникационные технологии. 2022. Т. 20, № 2. С. 42–50. DOI: 10.18469/ikt.2022.20.2.05.
11. *Григорьев Е. К.* Анализ корреляционных характеристик новых кодовых последовательностей, основанных на персимметричных квазиортогональных циркулянтах // Тр. учебных заведений связи. 2022. Т. 8, № 2. С. 83–90. DOI: 10.31854/1813-324X-2022-8-2-83-90.
12. *Стародубцев В. Г., Четвериков Е. А.* Формирование множеств троичных Касами-подобных последовательностей для систем передачи цифровой информации // Изв. вузов. Приборостроение. 2023. Т. 66, № 10. С. 807–817. DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-10-807-817.
13. *Владимиров С. С.* Коды Голда и коды максимальной длины в сетевом кодировании // Электросвязь. 2020. № 1. С. 61–66. DOI: 10.34832/ELSV.2020.2.1.009.
14. *Манаенко С. С., Дворников С. В., Пшеничников А. В.* Теоретические аспекты формирования сигнальных конструкций сложной структуры // Информатика и автоматизация. 2022. Т. 21, № 1. С. 68–94. DOI: 10.15622/ia.2022.21.3.
15. *Mao Z., Huabing W., Dangli Z., Xingbo J.* Chaotic Orthogonal Composite Sequence for 5G NR Time Service Signal Capture Algorithm // Electronics. 2024. Vol. 13, N 13. P. 2648. DOI: 10.3390/electronics13132648.
16. *Жук А. П., Студеникин А. В., Макаров И. В., Беседин А. А.* Оценка структурной скрытности ансамблей многофазных ортогональных кодовых последовательностей // Телекоммуникации. 2024. № 3. С. 13–21. DOI: 10.31044/1684-2588-2024-0-3-13-21.
17. *Юдачев С. С., Калмыков В. В.* Ансамбли последовательностей GMW для систем с кодовым разделением каналов // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2012. № 1. С. 1–18.
18. *Gordon B., Mill W. H., Welch L. R.* Some new difference sets // Canadian Journal. Math. 1962. Vol. 14. P. 614–625.
19. *Scholtz R. A., Welch L. R.* GMW sequences // IEEE Trans. Inform. Theory. 1984. Vol. 30, N 3. P. 548–553.
20. *Кренгель Е. И.* О числе псевдослучайных последовательностей Гордона, Милза, Велча // Техника средств связи. Серия: Техника радиосвязи. 1979. № 3. С. 31–34.

21. *Стародубцев В. Г.* Алгоритм формирования последовательностей Гордона — Миллса — Велча // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55, № 7. С. 5–9.
22. *Владимиров С. С., Когновицкий О. С., Стародубцев В. Г.* Формирование и обработка ГМВ-подобных последовательностей на основе двойственного базиса // Тр. учебных заведений связи. 2019. Т. 5, № 4. С. 16–27. DOI:10.31854/1813-324X-2019-5-4-16-27.
23. *Леухин А. Н.* Построение циклических разностных множества Адамара // Математические методы распознавания образов. 2009. Т. 14, № 1. С. 395–398.
24. *Ненашев В. А., Григорьев Е. К., Сергеев А. М., Самохина Е. В.* Стратегии вычисления персимметричных циклических квазиортогональных матриц как основы кодов // Электросвязь. 2020. № 10. С. 58–61. DOI: 10.34832/ELSV.2020.11.10.008.
25. *Сергеев А. М., Блаунштейн Н. Ш.* Ортогональные матрицы симметричных структур для задач цифровой обработки изображений // Информационно-управляющие системы. 2017. № 6(91). С. 2–8. DOI: 10.15217/issn1684-8853.2017.6.2.
26. *Балонин Н. А., Сергеев М. Б.* Специальные матрицы: псевдообратные, ортогональные, адамаровы и критские. СПб: Политехника, 2019. 196 с
27. *Jennifer S., Yamada M.* Hadamard Matrices: Constructions using number theory and linear algebra. Wiley, 2020. 384 p.
28. *Балонин Н. А., Сергеев М. Б.* Как гипотезе Адамара помочь стать теоремой. Часть 1 // Информационно-управляющие системы. 2018. № 6(97). С. 2–13. DOI: 10.31799/1684-8853-2018-6-2-13.
29. *Балонин Н. А., Сергеев М. Б.* Как гипотезе Адамара помочь стать теоремой. Часть 2 // Информационно-управляющие системы. 2019. № 1(98). С. 2–10. DOI: 10.31799/1684-8853-2019-1-2-10.
30. *Сергеев А. М.* Обоснование перехода гипотезы Адамара в теорему // Изв. вузов. Приборостроение. 2021. Т. 64, № 2. С. 90–96. DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-2-90-96.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Евгений Константинович Григорьев — Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра вычислительных систем и сетей; ст. преподаватель; E-mail: ev.grig95@gmail.com

Александр Михайлович Сергеев — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра вычислительных систем и сетей; доцент; E-mail: aleks.asklab@gmail.com

Поступила в редакцию 13.05.24; одобрена после рецензирования 12.07.24; принята к публикации 27.02.25.

REFERENCES

1. Dmitriev E.M., Rogozhnikov E.V., Movchan A.K., Muxamadiev S.M., Kryukov Ya.V., Duplishheva N.V. *T-Comm – Telecommunications and their Application in Transport Industry*, 2020, no. 10(14), pp. 45–52, DOI: 10.36724/2072-8735-2020-14-10-45-52. (in Russ.)
2. Kim D., Yoon D. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 2023, vol. 18, pp. 2292–2302, DOI: 10.1109/TIFS.2023.3265345.
3. Kukunin D.S., Berezkin A.A., Kirichek R.V., Eliseeva K. A. *Electrosvyaz*, 2023, no. 1, pp. 26–35, DOI: 10.34832/ELSV2023.38.1.003. (in Russ.)
4. Starodubtsev V.G., Podolina E.Yu., Keloglyan A.X. *Journal of Instrument Engineering*, 2022, no. 1(65), pp. 28–35, DOI: 10.17586/0021-3454-2022-65-1-28-35. (in Russ.)
5. Varakin L.E. *Sistemy svyazi s shumopodobnymi signalami* (Communication Systems with Noise-like Signals), Moscow, 1985, 384 p. (in Russ.)
6. Ahmed N., Rao K.R. *Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing*, Springer Berlin Heidelberg, 1975.
7. Golomb S.W., Gong G. *Signal Design for Good Correlation for Wireless Communication, Cryptography and Radar*, Cambridge Univ., Press, 2005, 438 p.
8. Barker R.H. *Communication Theory*, Academic Press, London, 1953, pp. 273–287.
9. Sergeev M.B., Nenashev V.A., Sergeev A.M. *Information and Control Systems*, 2019. no. 3(100), pp. 71–81. (in Russ.)
10. Kukunin D.S., Berezkin A.A., Kirichek R.V. *Infokommunikacionnye Tehnologii*, 2022, no. 2(20), pp. 42–50, DOI: 10.18469/ikt.2022.20.2.05. (in Russ.)
11. Grigoriev E.K. *Proceedings of Telecommunication Universities*, 2022, no. 2(8), pp. 83–90, DOI: 10.31854/1813-324X-2022-8-2-83-90. (in Russ.)
12. Starodubtsev V.G., Chetverikov E.A. *Journal of Instrument Engineering*, 2023, no. 10(66), pp. 807–817, DOI: 10.17586/0021-3454-2023-66-10-807-817. (in Russ.)

13. Vladimirov S.S. *Electrosvyaz*, 2020, no. 1, pp. 61–66, DOI: 10.34832/ELSV.2020.2.1.009. (in Russ.)
14. Manaenko S.S., Dvornikov S.V., Pshenichnikov A.V. *Informatics and Automation*, 2022, no. 1(21), pp. 68–94, DOI: 10.15622/ia.2022.21.3. (in Russ.)
15. Mao Z., Huabing W., Dangli Z., Xingbo J. *Electronics*, 2024, no. 13(13), pp. 2648, DOI: 10.3390/electronics13132648.
16. Zhuk A.P., Studenikin A.V., Makarov I.V., Besedin A.A. *Telecommunications*, 2024, no. 3, pp. 13–21. (in Russ.)
17. Yudachev S.S., Kalmy`kov V.V. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana*, 2012, no. 1, pp. 1–18. (in Russ.)
18. Gordon B., Mill W.H., Welch L.R. *Canadian J. Math.*, 1962, vol. 14, pp. 614–625.
19. Scholtz R.A., Welch L.R. *IEEE Trans. Inform. Theory*, 1984, no. 3(30), pp. 548–553.
20. Krengel` E.I. *Means of Communication Equipment*, 1979, no. 3, pp. 31–34. (in Russ.)
21. Starodubtsev V.G. *Journal of Instrument Engineering*, 2012, no. 7(55), pp. 5–9. (in Russ.)
22. Vladimirov S.S., Kognoviczkij O.S., Starodubtsev V.G. *Proceedings of Telecommunication Universities*, 2019, no. 4(5), pp. 16–27, DOI:10.31854/1813-324X-2019-5-4-16-27.
23. Leuhin A.N. *Matematicheskie metody raspoznavaniya obrazov*, 2009, no. 1(14), pp. 395–398. (in Russ.)
24. Nenashev V.A., Grigoriev E.K., Sergeev A.M., Samoxina E.V. *Electrosvyaz*, 2020, no. 10, pp. 58–61. (in Russ.)
25. Sergeev A.M., Blaunstein N.S. *Information and Control Systems*, 2017, no. 6(91), pp. 2–8, DOI: 10.15217/issn1684-8853.2017.6.2. (in Russ.)
26. Balonin N.A., Sergeev M.B. *Spetsial'nyye matritsy: psevdoobratnyye, ortogonal'nyye, adamarovy i kritskiye* (Special Matrices. Pseudoinverse, Orthogonal, Hadamard and Cretean), St. Petersburg, 2019, 196 p. (in Russ.)
27. Jennifer S., Yamada M. *Hadamard Matrices: Constructions using number theory and linear algebra*, Wiley, 2020, 384 p.
28. Balonin N.A., Sergeev M.B. *Information and Control Systems*, 2018, no. 6(97), pp. 2–13, DOI: 10.31799/1684-8853-2018-6-2-13. (in Russ.)
29. Balonin N.A., Sergeev M.B. *Information and Control Systems*, 2019, no. 1(98), pp. 2–10, DOI: 10.31799/1684-8853-2019-1-2-10. (in Russ.)
30. Sergeev A.M. *Journal of Instrument Engineering*, 2021, no. 2(64), pp. 90–96, DOI: 10.17586/0021-3454-2021-64-2-90-96. (in Russ.)

DATA ON AUTHORS

Eugeny K. Grigoriev — St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Computer Systems and Networks; Senior Lecturer; E–mail: ev.grig95@gmail.com

Alexander M. Sergeev — PhD; St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Department of Computer Systems and Networks; Associate Professor; E–mail: vka@mil.ru

Received 13.05.24; approved after reviewing 12.07.24; accepted for publication 27.02.25.