

**НАСТРОЙКА ПАРАМЕТРОВ АДАПТИВНОГО РЕГУЛЯТОРА
ПРИ УПРАВЛЕНИИ В СКОЛЬЗЯЩЕМ РЕЖИМЕ С СУПЕРСКРУЧИВАНИЕМ
ДЛЯ КЛАССА НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ
НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА ДЖАЯ**

Д. Л. Хоанг, Н. А. Дударенко*

Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

*dudarenko@itmo.ru

Аннотация. Представлен подход к настройке параметров адаптивного управления на скользящем режиме с суперскручиванием, применяемый для нелинейных систем с параметрической неопределенностью. Подход разработан на основе алгоритма Джая, обеспечивающего эффективность работы и устойчивость системы управления в изменяющихся условиях. Учет сложности модельного описания и наличия неопределенности, а также точная настройка параметров регулятора на скользящем режиме с суперскручиванием имеют существенное значение для обеспечения оптимальной производительности системы. С помощью алгоритма Джая, обеспечивающего достижение оптимального режима функционирования, исследовано влияние различных параметров системы на ее поведение и устойчивость. Результаты численного моделирования показывают, что адаптивное управление нелинейной системой на скользящем режиме с суперскручиванием, оптимизированное с помощью алгоритма Джая, обеспечивает более высокую производительность системы и устойчивость к помехам, по сравнению с традиционными подходами. Эффективность предложенного подхода подтверждается на примере модели перевернутого маятника на тележке.

Ключевые слова: адаптивное управление на скользящем режиме с суперскручиванием, настройка параметров регулятора, алгоритм оптимизации Джая, интегральная абсолютная ошибка, целевая функция

Ссылка для цитирования: Хоанг Д. Л., Дударенко Н. А. Настройка параметров адаптивного регулятора при управлении в скользящем режиме с суперскручиванием для класса неопределенных нелинейных систем на основе алгоритма Джая // Изв. вузов. Приборостроение. 2025. Т. 68, № 6. С. 482–493. DOI: 10.17586/0021-3454-2 025-68-6-482-493.

ADJUSTING THE PARAMETERS OF THE ADAPTIVE REGULATOR IN SUPER TWISTING SLIDING MODE CONTROL FOR A CLASS OF UNCERTAIN NONLINEAR SYSTEMS BASED ON JAYA ALGORITHM

D. L. Hoang, N. A. Dudarenko*

ITMO University, St. Petersburg, Russia

*dudarenko@itmo.ru

Abstract. An approach to adjusting the parameters of adaptive control in a sliding mode with super-twisting, used for nonlinear systems with parametric uncertainty, is presented. The approach is based on Jaya algorithm, which ensures the efficiency and stability of the control system in changing conditions. Taking into account the complexity of the model description and the presence of uncertainty, as well as fine-tuning the parameters of the regulator in sliding mode with supercooling are essential to ensure optimal system performance. The influence of various system parameters on its behavior and stability is studied using the Jaya algorithm, which ensures the achievement of an optimal mode of operation. The results of numerical simulation show that adaptive control of a nonlinear system in a sliding mode with super-twisting, optimized using the Jaya algorithm, provides higher system performance and resistance to interference, compared with traditional approaches. The effectiveness of the proposed approach is confirmed by the example of an inverted pendulum model on a trolley.

Keywords: adaptive super-twisting sliding mode control, adjusting parameters, Jaya algorithm, inverted pendulum on cart, integral absolute error, cost function

For citation: Hoang D. L., Dudarenko N. A. Adjusting the parameters of the adaptive regulator in super twisting sliding mode control for a class of uncertain nonlinear systems based on Jaya algorithm. *Journal of Instrument Engineering*. 2025. Vol. 68, N 6. P. 482–493 (in Russian). DOI: 10.17586/0021-3454-2025-68-6-482-493.

Введение. Управление нелинейными системами с неопределенностью представляет собой сложную задачу. Традиционные методы управления зачастую не позволяют обеспечить надежность и производительность системы в изменяющихся условиях. В последнее время появились методы адаптивного управления, которые позволяют достичь желаемых показателей качества за счет динамической настройки параметров регулятора в соответствии с вариациями параметров системы. К таким методам относится управление на скользящем режиме с суперскручиванием (УСРСС), которое делает возможной робастность системы в условиях внешних возмущений и параметрических неопределенностей, обеспечивая сходимость траекторий движения к скользящей поверхности за конечное время [1–5].

Несмотря на очевидные преимущества УСРСС, производительность системы сильно зависит от выбора параметров регулятора, которые трудно рассчитать заранее. Как правило, эти параметры должны быть точно настроены для достижения желаемых целей управления, обеспечивая свойство робастности системы. Традиционные методы настройки регулятора, включая метод проб и ошибок и поиск по сетке значений параметров, часто оказываются неэффективными, особенно для сложных систем, когда число переменных состояния велико и сильно нелинейно. В этом контексте алгоритм Джая эффективен при оптимизации параметров регулятора [6–10]. Для алгоритма Джая требуется минимальное количество параметров. Он прост в реализации и показал высокую эффективность при решении различных инженерных задач. Алгоритм основан на концепции поиска лучших решений, избегая при этом худших, что делает его особенно подходящим для оптимизации параметров систем управления, когда производительность и надежность имеют первостепенное значение.

В настоящей статье представлен подход к настройке параметров адаптивного управления на скользящих режимах с суперскручиванием, использующий алгоритм Джая, который разработан для нелинейных систем с неопределенностью. Интеграция алгоритма Джая с УСРСС не только повышает эффективность управления, но и обеспечивает адаптивность к изменяющимся характеристикам системы и внешним воздействиям.

Эффективность предложенного подхода в оптимизации параметров управления и улучшении показателей качества системы продемонстрирована на примере.

Постановка задачи синтеза адаптивного управления на скользящем режиме с суперскручиванием. Рассмотрим нелинейную систему вида

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + \Delta f(x, t) + (g(x, t) + \Delta g(x, t))u(t) + d(x, t), \quad (1)$$

где $x \in R^n$ — вектор состояния, $u \in R^m$ — сигнал управления, $f(x, t) = [f_1(x, t) \dots f_n(x, t)]^T \in R^n$ и $g(x, t) = [0 \dots 0 \ g_n(x, t)]^T \in R^n$ — гладкие функции, такие что $g_n(x, t) \neq 0 \forall x$, $\Delta f(x, t) \in R^n$ и $\Delta g(x, t) \in R^n$ — неопределенности, $d(x, t)$ — неизвестное возмущение [1–3].

Ставится задача синтезировать адаптивный алгоритм управления на скользящем режиме с суперскручиванием, обеспечивающий сходимость траекторий движения за конечное время в условиях внешних возмущений и параметрических неопределенностей, а также оптимальную производительность системы. Производительность системы напрямую связана с выбором параметров регулятора. В настоящей статье задача настройки параметров регулятора решается путем применения алгоритма оптимизации Джая, который позволяет найти оптимальные параметры регулятора, обеспечивающие наиболее эффективное управление системой.

Процедура синтеза адаптивного управления на скользящем режиме с суперскручиванием включает в себя три основных этапа:

- выбор скользящей поверхности;
- разработка адаптивного алгоритма управления с суперскручиванием;
- настройка адаптивных параметров регулятора.

Согласно представленной процедуре рассмотрим скользящую поверхность $s(x, t)$:

$$s(x, t) = k_1x_1 + \dots + k_{n-1}x_{n-1} + x_n, \quad (2)$$

где k_i — коэффициенты; $i = 1, \dots, n$ — положительные константы.

Дифференцирование выражения (2) с последующей подстановкой выражения (1) позволяет получить следующие соотношения:

$$\dot{s}(x, t) = k_1 \dot{x}_1 + \dots + k_{n-1} \dot{x}_{n-1} + \dot{x}_n = k_1 f_1(x, t) + \dots + k_{n-1} f_{n-1}(x, t) + f_n(x, t) + g_n(x, t)u(t) + d(x, t). \quad (3)$$

Адаптивное управление на скользящих режимах с суперскручиванием может быть синтезировано в виде [3]:

$$u = \frac{1}{g_n(x, t)}(u_{\text{eq}} + u_{\text{st}}), \quad (4)$$

где эквивалентный закон управления u_{eq} имеет вид

$$u_{\text{eq}} = -k_1 f_1(x, t) - \dots - k_{n-1} f_{n-1}(x, t) - f_n(x, t), \quad (5)$$

а адаптивное управление с суперскручиванием задается в форме

$$u_{\text{st}} = u_1 + u_2, \quad (6)$$

так что

$$u_1 = -\alpha |s|^2 \operatorname{sgn}(s),$$

$$\dot{u}_2 = \begin{cases} -u_{\text{st}} & \text{при } |u_{\text{st}}| > u_{\max}, \\ -\beta \operatorname{sgn}(s) & \text{при } |u_{\text{st}}| \leq u_{\max}. \end{cases} \quad (7)$$

В выражении (7) компонент u_{\max} представляет собой верхнюю границу u_{st} . Адаптивные коэффициенты α и β вычисляются следующим образом:

$$\dot{a}_2 = w_1 \sqrt{\frac{\gamma}{2}} \operatorname{sgn}(|s| - w_2) \quad \text{при } |\alpha| > u_{\max}, \quad (8)$$

$$0 \quad \text{при } |\alpha| \leq u_{\max},$$

$$\beta = 2\epsilon\alpha,$$

где w_1, w_2, γ и ϵ — положительные константы, α_{\max} — верхняя граница параметра α .

Анализ устойчивости. Подставив (4) и (5) в выражение (3), получим производную функции скользящей поверхности в следующем виде:

$$\dot{s} = u_{\text{st}} + d(x, t). \quad (9)$$

Неизвестное возмущение дифференцируем и ограничено так, что

$$|\dot{d}(x, t)| \leq \delta, \quad (10)$$

где δ — положительная константа.

Выберем функцию Ляпунова в следующем виде:

$$V = \frac{1}{2} s^T s. \quad (11)$$

Продифференцируем выражение (11) с последующей подстановкой (9):

$$\dot{V} = s^T \dot{s} = s^T (u_{\text{st}} + d(y_1, y_2, y_3, y_4)) =$$

$$= s^T (-\alpha \sqrt{|s|} \operatorname{sgn}(s) - \beta \operatorname{sgn}(s) dt + d(y_1, y_2, y_3, y_4)) =$$

$$\begin{aligned}
&= -s^T \alpha \sqrt{|s|} \operatorname{sgn}(s) - s^T \int \beta \operatorname{sgn}(s) dt + s^T d(y_1, y_2, y_3, y_4) = \\
&= -\alpha |s^T| \sqrt{|s|} - |s^T| \int \beta dt + |s^T| d(y_1, y_2, y_3, y_4) = \\
&= -\alpha |s^T| \sqrt{|s|} - |s^T| \int \beta dt + |s^T| \int \delta dt = -\alpha |s^T| \sqrt{|s|} - |s^T| \int (\beta - \delta) dt \leq -\alpha |s^T| \sqrt{|s|}.
\end{aligned}$$

Очевидно, производная функции Ляпунова \dot{V} является отрицательной и полуопределенной. Следовательно, траектории движения переменных состояния системы сходятся к нулю.

Однако следует заметить, что точно определить коэффициенты, которые гарантируют ограничение закона управления ($u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}$) и минимальную погрешность настройки параметров регулятора, затруднительно. Для преодоления этой проблемы авторы предлагают подход, основанный на алгоритме Джая, который одновременно обеспечивает ограничение закона управления и устойчивость системы.

Настройка параметров адаптивного управления на скользящих режимах с суперскручиванием на основе алгоритма Джая. Для настройки параметров регулятора предлагается использовать алгоритм оптимизации Джая [6–10]. Согласно алгоритму Джая, поиск оптимального решения осуществляется при исключении наихудшего варианта решения задачи. Выполнение алгоритма начинается с задания произвольной исходной совокупности параметров в заданном пространстве выборок или набора точек. Для каждого элемента заданного набора точек вычисляется целевая функция $\phi(x)$, которую необходимо минимизировать (или максимизировать).

Допустим, есть ρ потенциальных решений и n переменных регулятора, которые нужно настроить. Функция с наилучшим значением $\phi(x)$ является лучшим ($\phi(x)_{\text{best}}$), а с наихудшим — наихудшим решением ($\phi(x)_{\text{worst}}$) задачи оптимизации.

Если $X_{j,k,i}$ представляет собой j -е значение переменной для k -й функции на i -й итерации, это значение корректируется следующим образом:

$$X'_{j,k,i} = X_{j,k,i} + r_{1,j,i} [X_{j,\text{best},i} - X_{j,k,i}] - r_{2,j,i} [X_{j,\text{worst},i} - X_{j,k,i}], \quad (12)$$

где $X_{j,\text{best},i}$ — значение j -й переменной для лучшего варианта решения; $X_{j,\text{worst},i}$ — значение j -й переменной для наихудшего варианта решения; $X'_{j,k,i}$ — обновленное значение $X_{j,k,i}$; $r_{1,j,i}$ и $r_{2,j,i}$ — два случайных числа j -й переменной и i -й итерации в диапазоне $[0, 1]$. Программный код, позволяющий реализовать алгоритм Джая в программном пакете MatLab, приведен на рис. 1.

Пошаговая блок-схема алгоритма приведена на рис. 2.

В качестве интегрального показателя производительности системы будем рассматривать абсолютную интегральную ошибку [11–14], в соответствии с которой целевую функцию зададим в виде

$$J_{IAE} = \int_0^T |e(t)| dt, \quad (13)$$

где T — время моделирования.

Таким образом, процедура настройки параметров адаптивного регулятора на скользящих режимах с суперскручиванием может быть сведена к следующей последовательности шагов.

1. Задание необходимого набора параметров для реализации оптимальных алгоритмов: число итераций (D), число популяций (N), число параметров регулятора ($vars$). Определение диапазона изменений параметров регулятора $[k_{\min}, k_{\max}]$ и ограничения на управляющий сигнал $[u_{\min}, u_{\max}]$.

2. Формирование циклов на основе числа итераций и диапазона параметров регулятора $[k_{\min}, k_{\max}]$. Обновление каждого решения в случае нахождения наилучшего решения (k_i) в соответствии с правилами используемого алгоритма оптимизации (например, алгоритма Джая).

Algorithm 1: Pseudocode for Jaya algorithm

Input: Set the population size (N) and the number of iterations (D).
Set the number of variables and the ranges of them.
Set the objective function $f(X_i)$.

Output: The best solution of X_i .

```

1 for  $k := 1$  to  $N$  do
2   | Initialize  $X_{k,1}$ 
3 end
4 Get  $X_{best,1}, X_{worst,1}$ ;
5 Set  $i = 1$ ;
6 while  $i \leq T$  do
7   | for  $k := 1$  to  $N$  do
8     |   | for  $j := 1$  to  $D$  do
9       |   |   | Set  $r_{1,j,i} \in [0, 1]$ 
10      |   |   | Set  $r_{2,j,i} \in [0, 1]$ 
11      |   |   |  $X'_{j,k,i} = X_{j,k,i} + r_{1,j,i} (X_{j,best,i} - |X_{j,k,i}|) - r_{2,j,i} (X_{j,worst,i} - |X_{j,k,i}|)$ 
12    |   | end
13    |   | if  $f(X'_{k,i}) \leq f(X_{k,i})$  then
14      |   |   | Set  $X_{k,i+1} = X'_{k,i}$ ;
15    |   | else
16      |   |   | Set  $X_{k,i+1} = X_{k,i}$ 
17    |   | end
18  | end
19  | Set  $i = i + 1$ 
20  | Update  $X_{best,i}, X_{worst,i}$ 
21 end

```

Рис. 1

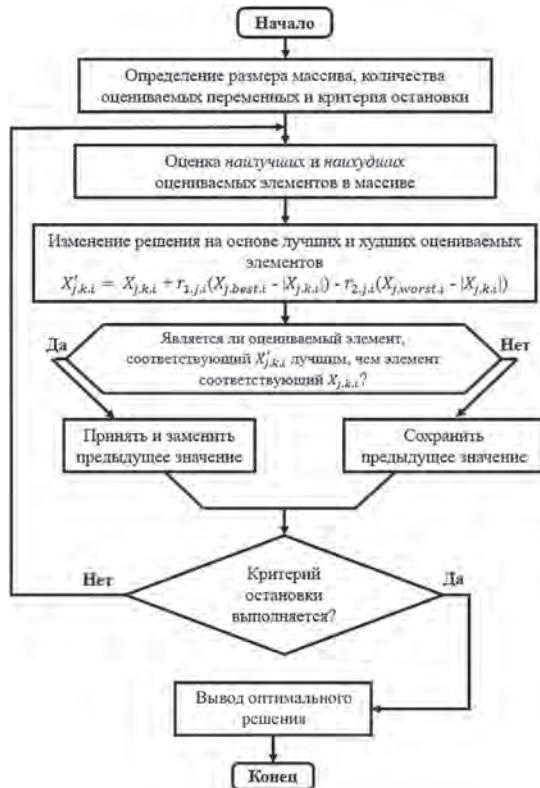


Рис. 2

3. Вычисление целевой функции $J_{IAE}(t)$ и управляющего сигнала $u(t)$ для каждого решения.
 4. Проверка закона управления $u(t)$:

если управляющий сигнал $u(t)$ не удовлетворяет заданным ограничениям $[u_{\min}, u_{\max}]$ — возврат к шагу 3;

если управляющий сигнал $u(t)$ удовлетворяет заданным ограничениям $[u_{\min}, u_{\max}]$ — переход к шагу 5.

5. Проверка целевой функции $J_{IAE}(t)$:

если значение целевой функции $J_{IAE}(t)$ лучшее, следует обновить решение;

если значение целевой функции $J_{IAE}(t)$ хуже предыдущего, следует зафиксировать предыдущее решение.

6. Проверка критерия остановки работы алгоритма:

если критерий выполняется — зафиксировать наилучшее решение (k_i);

если критерий не выполняется — возврат к шагу 2.

Интервал допустимых значений параметров, в пределах которого осуществляется поиск оптимальных значений, определяется исходя из требований к устойчивости системы и желаемому времени переходного процесса в силу следующих соотношений:

$$\frac{1}{\tau_{iq}^*} \leq k_i \leq \frac{1}{\tau_{ip}} \text{ и } k_i \leq \frac{8}{\tau_{iq}^*},$$

где τ_{ip} , $i = 1, n$ — время пика (максимума), соответствующее максимальному значению регулируемой переменной; τ_{iq}^* , $i = 1, n$ — желаемое время переходного процесса.

Пример. Рассмотрим модель перевернутого маятника на тележке (рис. 3) в качестве нелинейной системы с неопределенностью значений длины маятника, массы тележки и массы маятника. Кроме того, на систему „маятник–тележка“ могут влиять неизвестные внешние возмущения и неизвестные трения. Следовательно, классические алгоритмы [15–17] неприменимы для решения данной задачи.

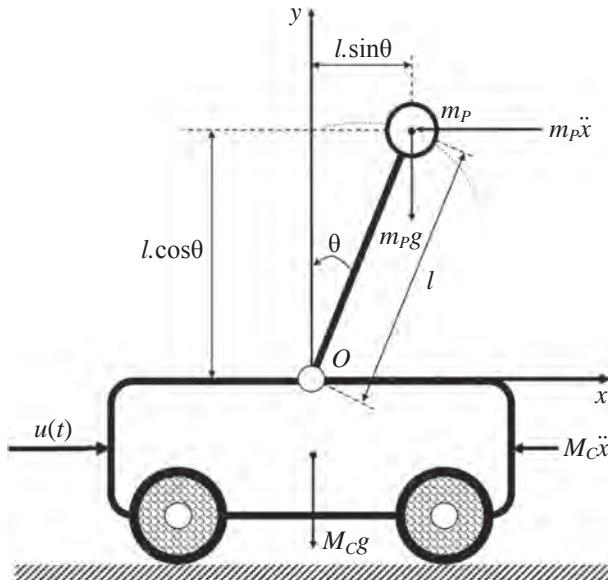


Рис. 3

Математическая модель системы „маятник–тележка“ [18–20] имеет вид

$$(m_P + M_C)\ddot{x} + m_Pl(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta) = u, \quad (14)$$

$$\ddot{x}\cos\theta + l\ddot{\theta} + g\sin\theta = 0,$$

где x — координата положения тележки; θ — угол отклонения маятника; $m_P = m + \Delta m$ — сумма массы маятника (m) и ее неопределенности (Δm); $M_C = M + \Delta M$ — сумма массы тележки (M)

и ее неопределенности (ΔM); l — длина маятника; u — синтезируемый закон управления; g — ускорение свободного падения.

Система (14) может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \frac{m_p l^2 \sin \theta + m_p g \cos \theta \sin \theta}{M_C + m_p \sin^2 \theta} + \frac{1}{M_C + m_p \sin^2 \theta} u, \\ \ddot{\theta} &= -\frac{(m_p + M_C) g \sin \theta + m_p \dot{\theta}^2 \cos \theta \sin \theta}{l(M_C + m_p \sin^2 \theta)} - \frac{\cos \theta}{l(M_C + m_p \sin^2 \theta)} u.\end{aligned}\quad (15)$$

Относительно угла отклонения маятника введем допущение $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$ и $\sin^2 \theta \approx 0$, тогда модель „вход–состояние–выход“ перевернутого маятника на тележке примет вид

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= -\frac{(m_p + M_C) g x_1 + m_p l x_1 x_2^2}{l(M_C + m_p \sin^2 \theta)} - \frac{1}{M_C l} u, \\ \dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= \frac{m_p l x_1 x_2^2 + m_p g x_1}{M_C} + \frac{1}{M_C} u,\end{aligned}\quad (16)$$

где $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$, $x_3 = x$, $x_4 = \dot{x}$ — переменные состояния.

Введем новые переменные состояния

$$y_1 = x_1 + \frac{x_3}{l}; y_2 = x_2 + \frac{x_4}{l}; y_3 = x_3; y_4 = x_4. \quad (17)$$

Модельное описание системы в новой системе координат будет иметь представление

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= y_2, \\ \dot{y}_2 &= -\frac{g}{l} y_1 + \frac{g}{l^2} y_3, \\ \dot{y}_3 &= y_4, \\ \dot{y}_4 &= \frac{m_p g}{M_C} y_1 - \frac{m_p g}{M_C l} y_3 + \frac{1}{M_C} u + d,\end{aligned}\quad (18)$$

где d — неизвестное возмущение, заданное в следующем виде:

$$d(y_1, y_2, y_3, y_4) = \frac{m_p l}{M_C} \left(y_1 - \frac{y_3}{l} \right) \left(y_2 - \frac{y_4}{l} \right)^2. \quad (19)$$

Разработанный для перевернутого маятника на тележке регулятор должен [20]:

- 1) обеспечить перемещение маятника из исходного положения в вертикальное положение;
- 2) стабилизировать маятник в вертикальном положении;
- 3) обеспечить ограниченность закона управления при минимальном значении целевой функции.

Предполагается, что регулируемая переменная достигает максимального значения при $t_p = 0,1$ с. Желаемое время переходных процессов в системе $\tau_q^* = 0,8$ с. Решение поставленных задач обеспечит адаптивный регулятор на скользящих режимах с суперскручиванием,

использующий алгоритм оптимизации Джая для определения оптимальных параметров закона управления.

Синтез закона адаптивного управления на скользящих режимах с суперскручиванием. В зависимости от вектора динамической ошибки функцию скользящей поверхности будем конструировать в следующем виде:

$$s = k_1 e_1 + k_2 e_2 + k_3 e_3 + e_4, \quad (20)$$

где k_1, k_2, k_3 — положительные константы; $e_i = y_i^* - y_i$, $i = 1, 4$ — динамическая ошибка отклонения регулируемой величины y_i от желаемой y_i^* , $y_1^* = x_1^* + \frac{x_3^*}{l}$, $y_2^* = x_2^* + \frac{x_4^*}{l}$, $y_3^* = x_3^*$, $y_4^* = x_4^*$, $x_1^* = \theta^*$ — желаемый угол отклонения маятника, $x_3^* = x^*$ — желаемое положение тележки.

Таким образом,

$$\dot{s} = k_1 \dot{e}_1 + k_2 \dot{e}_2 + k_3 \dot{e}_3 + \dot{e}_4, \quad (21)$$

Подстановка выражения (18) в (21) в отсутствие внешних возмущений $d(y_1, y_2, y_3, y_4)$ и неопределенностей Δt и ΔM позволяет перейти к записи вида

$$\begin{aligned} \dot{s} = & k_1 \dot{y}_1^* + k_2 \dot{y}_2^* + k_3 \dot{y}_3^* + \dot{y}_4^* - \\ & - k_1 y_2 - k_2 \left(-\frac{g}{l} y_1 + \frac{g}{l^2} y_3 \right) - k_3 y_4 - \left(\frac{m_p g}{M_c} y_1 - \frac{m_p g}{M_c l} y_3 + \frac{1}{M_c} u \right). \end{aligned} \quad (22)$$

Адаптивное управление на скользящих режимах с суперскручиванием представляется как

$$u = -M(u_{\text{eq}} + u_{\text{st}}), \quad (23)$$

где эквивалентный закон управления u_{eq} задается в форме

$$u_{\text{eq}} = \left(\frac{m_p g}{M_c} - \frac{k_2 g}{l} \right) y_1 + k_1 y_2 + \left(\frac{g k_2}{l^2} - \frac{m_p g}{M_c l} \right) y_3 + k_3 y_4 - (k_1 \dot{y}_1^* + k_2 \dot{y}_2^* + k_3 \dot{y}_3^* + \dot{y}_4^*). \quad (24)$$

Подстановка (6)–(8), (24) в выражение (23) позволяет записать адаптивный закон управления на скользящих режимах с суперскручиванием для перевернутого маятника на тележке в форме

$$\begin{aligned} u = & M \left(\left(\frac{m_p g}{M_c} - \frac{k_2 g}{l} \right) y_1 + k_1 y_2 + \left(\frac{g k_2}{l^2} - \frac{m_p g}{M_c l} \right) y_3 + k_3 y_4 - \right. \\ & \left. - (k_1 \dot{y}_1^* + k_2 \dot{y}_2^* + k_3 \dot{y}_3^* + \dot{y}_4^* - \alpha |s|^2 \text{sgn}(s) - \int \beta \text{sgn}(s) dt) \right). \end{aligned} \quad (25)$$

В соответствии с алгоритмом, представленным на рис. 1, зададим число итераций $d = 100$, число популяций $n = 100$, число настраиваемых параметров регулятора вида (25) $vars = 3$. Исходя из требований к устойчивости системы и времени переходного процесса определим допустимый диапазон параметров регулятора, подлежащих настройке, $k_i \in [1,25; 10]$.

Оптимальные значения параметров адаптивного УСРСС могут быть вычислены с помощью алгоритма Джая в соответствии с процедурой, представленной на рис. 4.

При моделировании параметры системы „маятник–тележка“ выбраны следующим образом: $M = 1$ кг, $m = 0,1$ кг, $l = 0,1$ м, $g = 9,81$ м/с²; $\Delta t = 0,1$ м, $\Delta M = 0,1$ М. Желаемый угол наклона маятника $\theta^* = 0$. Ограничения на управляющий сигнал: $-30 \leq u(t) \leq 60$.

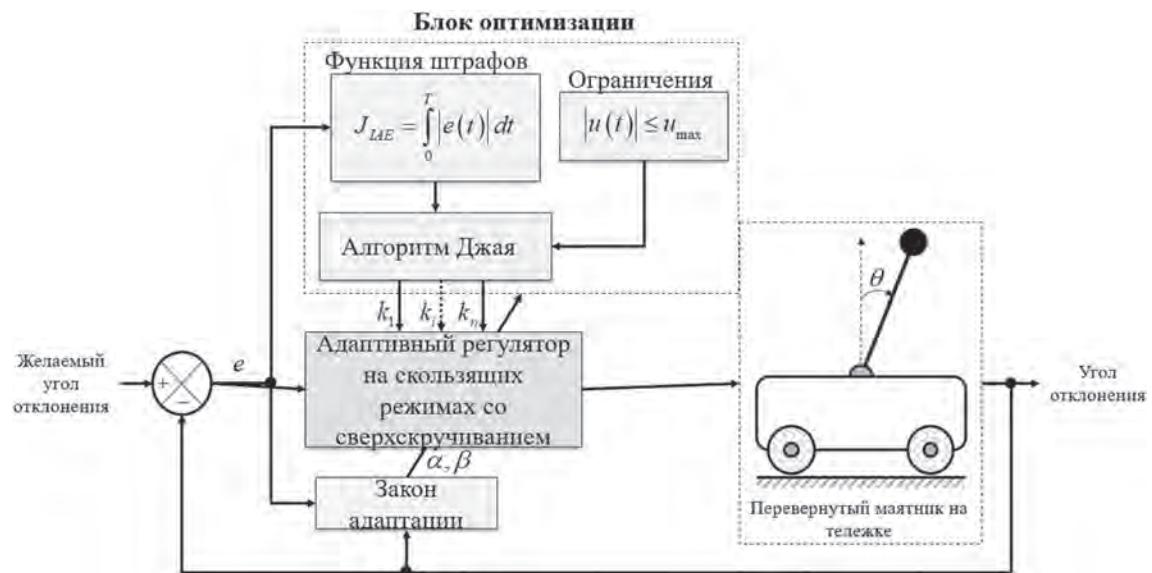


Рис. 4

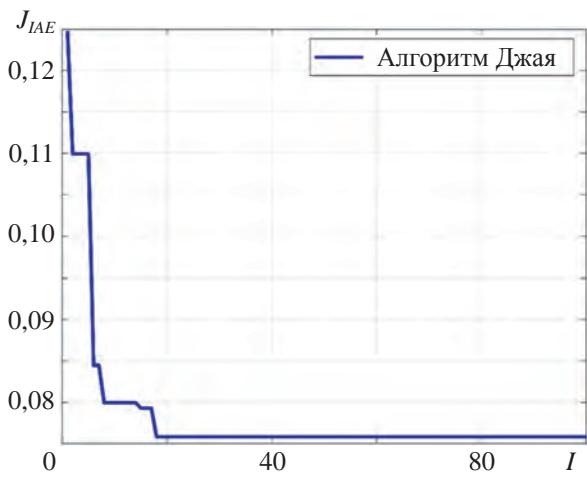


Рис. 5

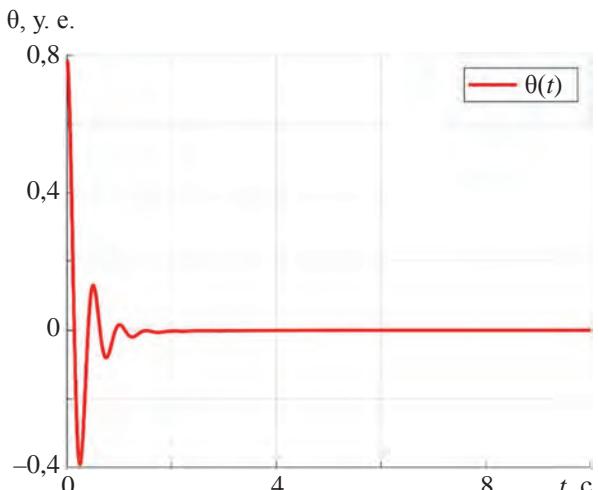


Рис. 6

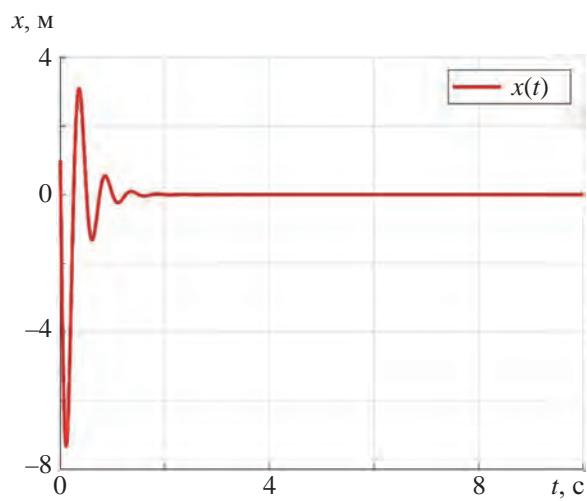


Рис. 7

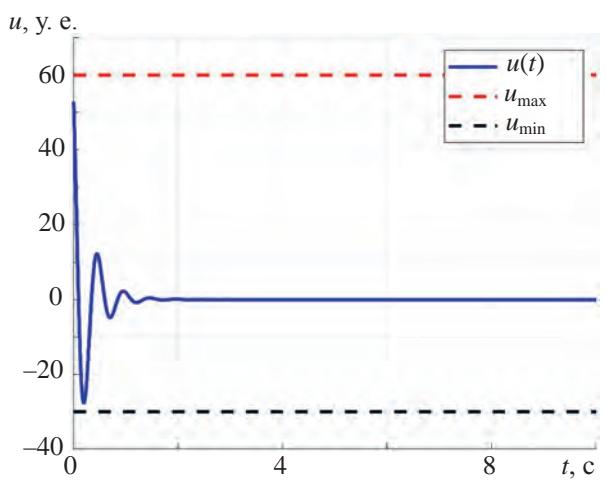


Рис. 8

В результате обработки данных с помощью алгоритма Джая получены следующие параметры $k_1 = 1,5$, $k_2 = 3,2$ и $k_3 = 8,4$. На рис. 5 показан минимум целевой функции $J_{IAE} = \int_0^T |e(t)| dt = 0,076$. Кроме того, маятник стабилизирован в вертикальном положении (рис. 6),

положение тележки стабилизировано (рис. 7). На рис. 8 представлен адаптивный закон управления на скользящем режиме с суперскручиванием, удовлетворяющий заданным ограничениям.

Заключение. В статье продемонстрирован подход к настройке параметров адаптивного регулятора на скользящих режимах с суперскручиванием для класса нелинейных систем с неопределенностью, использующий алгоритм оптимизации Джая. Предлагаемый подход позволяет не только повысить надежность и производительность системы управления, но и эффективно преодолевать проблемы, связанные с неопределенностями и нелинейностями системы. Благодаря адаптивной оптимизации параметров УСРСС обеспечивает лучшее слежение за траекторией и снижение эффекта дребезга, что делает его пригодным для применения в реальных условиях, когда преобладают возмущения и помехи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rath J. J., Kommuri S. K., Veluvolu K. C., Defoort M., Tatinati S. An adaptive modified super-twisting sliding mode controller: Applied to the active suspension system // 15th Intern. Conf. on Control, Automation and Systems (ICCAS). 2015. P. 544–549. <https://doi.org/10.1109/ICCAS.2015.7364978>.
2. Bouyahia S., Semcheddine S., Talbi B., Boutalbi O., Terchi Y. An adaptive super-twisting sliding mode algorithm for robust control of a biotechnological process // Intern. J. of Dynamics and Control. 2020. Vol. 8. P. 581–591. <https://doi.org/10.1007/s40435-019-00551-8>.
3. Rizal Y., Wahyu M., Noor I., Riadi J., Feriyadi F., Mantala R. Design of an Adaptive Super-Twisting Control for the Cart-Pole Inverted Pendulum System // Jurnal Ilmiah Teknik Elektro Komputer Dan Informatika. 2021. Vol. 7, N 1. P. 161–174. <https://doi.org/10.26555/jiteki.v7i1.20420>.
4. El-Sousy F. F. M., Alattas K. A., Mofid O., Mobayen S., Fekih A. Robust Adaptive Super-Twisting Sliding Mode Stability Control of Underactuated Rotational Inverted Pendulum With Experimental Validation // IEEE Access. 2022. Vol. 10. P. 100857–100866. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3208412>.
5. Abera N. B., Abdissa C. M., Lemma L. N. An improved nonsingular adaptive super twisting sliding mode controller for quadcopter // PLOS ONE. 2024. Vol. 19, N 10. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0309098>.
6. Rao R. V., Savsani V. J., Vakharia D. P. Teaching-learning-based optimization: A novel method for constrained mechanical design optimization problems // Computer-Aided Design. 2011. Vol. 43, is. 3. P. 303–315. <https://doi.org/10.1016/j.cad.2010.12.015>.
7. Rao R. V., Savsani V. J., Vakharia D. P. Teaching-learning-based optimization: A novel optimization method for continuous non-linear large scale problems // Information Sciences. 2012. Vol. 183, is. 1. P. 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2011.08.006>.
8. Rao R. V. Jaya: A simple and new optimization algorithm for solving constrained and unconstrained optimization problems // Intern. J. of Industrial Engineering Computations. 2016. N 7. P. 19–34. <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2015.8.004>.
9. Pandey H. M. Jaya a novel optimization algorithm: What, how and why? // 6th Intern. Conf. Cloud System and Big Data Engineering (Confluence). 2016. P. 728–730. <https://doi.org/10.1109/CONFLUENCE.2016.7508215>.
10. Zitar R. A. et al. An Intensive and Comprehensive Overview of JAYA Algorithm, its Versions and Applications // Arch Computat Methods Eng. 2021. Vol. 29. P. 763–792. <https://doi.org/10.1007/s11831-021-09585-8>.
11. Sekaj I. Genetic Algorithm based Controller Design // IFAC Control Systems Design. 2003. P. 125–128. [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)34656-6](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)34656-6).
12. Sato T. et al. Optimal Robust PID Control for First- and Second-Order Plus Dead-Time Processes // Applied Sciences. 2019. Vol. 9, N 9. P. 1934. <http://dx.doi.org/10.3390/app9091934>.
13. Jaiswal S. et al. Design of Fractional Order PID Controller Using Genetic Algorithm Optimization Technique for Nonlinear System // The Journal Chemical Product and Process Modeling. 2020. P. 1–11. <https://doi.org/10.1515/cppm-2019-0072>.
14. Maghfiroh H. et al. Performance Evaluation of Different Objective Function in PID Tuned by PSO in DC-Motor Speed Control // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2021. Vol. 1096. P. 012061. <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/1096/1/012061>.

15. Kim S., Kwon S. J. Dynamic Modeling of a Two-wheeled Inverted Pendulum Balancing Mobile Robot // Intern. J. of Control Automation and Systems. 2015. Vol. 13, is. 4. P. 926–933. <http://dx.doi.org/10.1007/s12555-014-0564-8>.
16. Boubaker O., Iriarte R. The inverted pendulum in control theory and robotics: From theory to new innovations. Institution of Engineering and Technology (IET), 2017. <https://doi.org/10.1049/PBCE111E>.
17. Khan A. R. et al. Two Wheel Self-balancing Human Carrier // 2018 IEEE 21st Intern. Multi-Topic Conf. (INMIC). 2018. P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/INMIC.2018.8595555>.
18. Sumenkov O. Y., Belyaev A. S. Comparison of control methods for inverted 2-degree of freedom pendulum mounted on the cart // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2020. <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/1118/1/012017>.
19. Coşkun S. Non-linear Control of Inverted Pendulum // Çukurova University Journal of the Faculty of Engineering and Architecture. 2020. Vol. 35, N. 1. P. 27–38.
20. Long H. D. Tuning Parameters of Backstepping Control Using TLBO Algorithm for Inverted Pendulum // 2024 Conf. of Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElCon). 2024. P. 363–366. <https://doi.org/10.1109/ElCon61730.2024.10468274>.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Дык Лонг Хоанг

— аспирант; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: longitmo@gmail.com

Наталья Александровна Дударенко

— канд. техн. наук, доцент; Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники; E-mail: dudarenko@itmo.ru

Поступила в редакцию 13.01.25; одобрена после рецензирования 04.02.25; принятая к публикации 25.04.25.

REFERENCES

1. Rath J., Kommuri S. K., Veluvolu K. C., Defoort M., Tatinati S. 2015 15th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS), 2015, pp. 544–549. <https://doi.org/10.1109/ICCAS.2015.7364978>
2. Bouyahia S., Semcheddine S., Talbi B., Boutalbi O., Terchi Y. International Journal of Dynamics and Control, 2020, vol. 8, pp. 581–591, <https://doi.org/10.1007/s40435-019-00551-8>.
3. Rizal Y., Wahyu M., Noor I., Riadi J., Feriyadi F., Mantala R. Jurnal Ilmiah Teknik Elektro Komputer Dan Informatika, 2021, no. 1(7), pp. 161–174, <https://doi.org/10.26555/jiteki.v7i1.20420>.
4. El-Sousy F.F.M., Alattas K.A., Mofid O., Mobayen S., Fekih A. IEEE Access, 2022, vol. 10, pp. 100857–100866, <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3208412>.
5. Abera N.B., Abdissa C.M., Lemma L.N. PLOS ONE, 2024, no. 10(19), <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0309098>.
6. Rao R.V., Savsani V.J., Vakharia D.P. Computer-Aided Design, 2011, no. 3(43), pp. 303–315, <https://doi.org/10.1016/j.cad.2010.12.015>.
7. Rao R.V., Savsani V.J., Vakharia D.P. Information Sciences, 2012, no. 1(183), pp. 1–15, <https://doi.org/10.1016/j.ins.2011.08.006>.
8. Rao R.V. International Journal of Industrial Engineering Computations, 2016, vol. 7, pp. 19–34, <https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2015.8.004>.
9. Pandey H.M. 2016 6th International Conference — Cloud System and Big Data Engineering (Confluence), 2016, pp. 728–730, <https://doi.org/10.1109/CONFLUENCE.2016.7508215>.
10. Zitar R.A. et al. Arch Computat Methods Eng., 2021, vol. 29, pp. 763–792, <https://doi.org/10.1007/s11831-021-09585-8>.
11. Sekaj I. IFAC Control Systems Design, 2003, pp. 125–128, [https://doi.org/10.1016/S1474-6670\(17\)34656-6](https://doi.org/10.1016/S1474-6670(17)34656-6).
12. Sato T. et al. Applied Sciences, 2019, no. 9(9), pp. 1934, <http://dx.doi.org/10.3390/app9091934>.
13. Jaiswal S. et al. The Journal Chemical Product and Process Modeling, 2020, pp. 1–11, <https://doi.org/10.1515/cppm-2019-0072>.
14. Maghfiroh H. et al. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2021, vol. 1096, pp. 012061, <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/1096/1/012061>.
15. Kim S., Kwon S.J. International Journal of Control Automation and Systems, 2015, no. 4(13), pp. 926–933, <http://dx.doi.org/10.1007/s12555-014-0564-8>.
16. Boubaker O., Iriarte R. The inverted pendulum in control theory and robotics: From theory to new innovations, Institution of Engineering and Technology (IET), 2017, <https://doi.org/10.1049/PBCE111E>.
17. Khan A.R. et al. 2018 IEEE 21st International Multi-Topic Conference (INMIC), 2018, pp. 1–4, <https://doi.org/10.1109/INMIC.2018.8595555>.
18. Sumenkov O.Y., Belyaev A.S. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/1118/1/012017>.
19. Coşkun S. Çukurova University Journal of the Faculty of Engineering and Architecture, 2020, no. 1(35), pp. 27–38.
20. Long H.D. 2024 Conference of Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElCon), 2024, pp. 363–366, <https://doi.org/10.1109/ElCon61730.2024.10468274>.

DATA ON AUTHORS

Duc L. Hoang

— Post-Graduate Student; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: longitmo@gmail.com

Natalia A. Dudarenko

— PhD, Associate Professor; ITMO University, Faculty of Control Systems and Robotics; E-mail: dudarenko@itmo.ru

Received 13.01.25; approved after reviewing 04.02.25; accepted for publication 25.04.25.