

Е. Г. ЛЕБЕДЬКО, НГУЕН ВУ ТУНГ

ПОГРЕШНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ РАДИАЛЬНОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ЕЕ МОНОИМПУЛЬСНОМ ОБЛУЧЕНИИ

Представлен анализ основных случайных составляющих погрешности определения радиальной протяженности облучаемой поверхности, к которым относятся: шумовая погрешность, вызванная сдвигом отсчетных точек под действием шумов; погрешность, обусловленная уровнем отсчета сигнала при априорной неопределенности формы облучаемой поверхности и ее отражающих свойств; аномальная погрешность, вызванная принятием шумового выброса за сигнальный.

Ключевые слова: локация, дисперсия оценок, импульсная характеристика, радиальная протяженность.

При исследовании планет и астероидов Солнечной системы используются беспилотные аппараты и автоматические транспортные средства, которые могут спускаться на платформах с борта космических аппаратов. При их посадке, во избежание опрокидывания, возникает необходимость определения структуры рельефа посадочной поверхности. Особенно важно при этом знать перепад высот посадочной поверхности. Оперативный анализ ее рельефа должен осуществляться с достаточно больших высот; погрешности изменения перепада высот составляют десятые доли метра. Определенные перспективы для работы таких навигационных систем открывает трансформация пространственных признаков во временные в отраженном сигнале при моноимпульсной локации исследуемой поверхности. В этом случае параметры отраженного сигнала содержат информацию о пространственной структуре облученной поверхности и ее радиальной протяженности при однократном зондировании. При этом радиальная протяженность облучаемой поверхности характеризуется длительностью импульсной характеристики поверхности на нулевом уровне отсчета.

Под импульсной характеристикой поверхности понимается отраженный сигнал от поверхности, облучаемой импульсом в виде дельта-функции. Импульсная характеристика поверхности определяется зависимостью [1]

$$g_z(t) = \iint_S r(\gamma) \cos^2 \gamma \cdot \delta\left(t - \frac{2z}{c}\right) ds,$$

где S — площадь облучаемой поверхности; γ — угол между направлением облучения и нормалью к элементу поверхности ds ; $r(\gamma)$ — коэффициент яркости элемента поверхности; $\delta(t)$ — дельта-функция; c — скорость света.

Такой важный информационный параметр, как длительность импульсной характеристики поверхности изменяется вследствие того, что диаграммы излучения и приема отличаются от идеальных, зондирующий импульс не является дельта-функцией, а в условиях априорной неопределенности появления облучаемой поверхности не удается оптимизировать приемно-усилительный тракт. Перечисленные факторы определяют систематическую погрешность измерений, которую можно в определенной степени скомпенсировать в измерительной схеме приемной системы.

Наряду с этими систематическими погрешностями возникают случайные составляющие погрешностей, к которым относятся:

- 1) шумовая погрешность, вызванная сдвигом отсчетных точек под действием шумов;

2) погрешность, обусловленная уровнем отсчета сигнала при априорной неопределенности формы облучаемой поверхности и ее отражающих свойств;

3) аномальная погрешность, обусловленная принятием шумового выброса за сигнальный;

4) методическая погрешность схемы измерения временного интервала;

5) погрешность, возникающая под действием дестабилизирующих факторов, к которой, в частности, относится погрешность, вызванная условиями распространения излучения (турбулентностью атмосферы, если она имеется).

Настоящая статья посвящена анализу 1, 2 и 3-й случайных составляющих погрешностей при работе навигационной системы в отсутствие атмосферы.

1. Так как искомый информационный параметр содержится в длительности принимаемого сигнала, то дисперсия шумовой погрешности, наряду с дисперсиями оценки фиксации временного положения сигнала по фронту и спаду, в силу корреляции шума в этих точках определяется зависимостью

$$\sigma^2 = \sigma_{\text{фр}}^2 + \sigma_{\text{сп}}^2 - B_2(\tau_3),$$

где $\sigma_{\text{фр}}^2$ и $\sigma_{\text{сп}}^2$ — дисперсии оценки фиксации (запаздывания) при пересечении заданного уровня фронтом и спадом сигнала на выходе приемно-усилительного тракта; $B_2(\tau)$ — корреляционная функция оценок при длительности τ_3 сигнала на уровне отсчета (фиксации).

Будем считать, что сигнал на выходе приемно-усилительного тракта симметричен, тогда $\sigma^2 = 2\sigma_{\text{фр}}^2 - B_2(\tau_3)$.

В условиях приема на фоне белого гауссова шума с энергетическим спектром G дисперсия оценки фиксации временного положения сигнала по фронту определяется зависимостью

$$\sigma_{\text{фр}}^2 = \frac{G \int_{-\infty}^{\infty} [g(t)]^2 dt}{\left[\int_{-\infty}^{\infty} s_2'(t - \tau_0^*) g(t_0 - t) dt \right]^2},$$

где $g(t)$ — импульсная характеристика приемно-усилительного тракта, который вследствие априорной неопределенности структуры облучаемой поверхности настроен на прием сигнала с параметрами зондирующего импульса; $s_2'(t - \tau_0^*)$ — производная интегральной свертки зондирующего импульса и системной импульсной характеристики поверхности, которая определяется зависимостью

$$g_3^*(t) = \iint_{S^*} \psi_1(\beta_x - \Delta_x, \beta_y - \Delta_y) \psi_2(\beta_x - \Delta_x, \beta_y - \Delta_y) r(\gamma) \cos^2 \gamma \delta(t - 2z/c) ds,$$

здесь $\psi_1(x, y)$ и $\psi_2(x, y)$ — диаграммы полей излучения и приема соответственно.

В силу того что форма оптического импульса заданной энергии незначительно влияет на обнаружение и оценку параметров принимаемых сигналов, для описания диаграмм полей излучения и приема, а также аппроксимации зондирующего импульса будем при расчетах использовать гауссовы функции. В этом случае получим следующие выражения:

$$\sigma_{\text{фр}}^2 = \frac{2G\tau_{20}^3}{\pi^2 t_0^2 a^2(\gamma)} \exp\left(\frac{t_0^2}{\tau_{20}^2}\right); \quad (1)$$

$$B_2(\tau_3) = \frac{\sqrt{2} \cdot G \tau_{20}^3 \exp\left(\pi \frac{t_0^2}{\tau_{20}^2}\right) \exp\left(-\pi \frac{\tau_{30}^2}{2\tau_{20}^2}\right)}{a^2(\gamma) \pi^2 t_0^2}, \quad (2)$$

здесь $\tau_{20} = \sqrt{\frac{\tau_0^2 + \tau_3^2}{2}}$, где τ_0 и τ_3 — длительности зондирующего импульса и системной импульсной характеристики на уровне 0,5 от максимального значения; $\tau_{30} = t_{\text{сп}} - t_{\text{фр}}$, где $t_{\text{фр}}$ и $t_{\text{сп}}$ — математические ожидания оценок фиксации сигнала по фронту и спаду соответственно; $a(\gamma)$ — значение принимаемого сигнала.

Определенный интерес представляет зависимость дисперсии оценки и корреляционной функции от уровня фиксации $1/p$. В этом случае $t_0 = \sqrt{\frac{2 \ln p}{\pi}} \cdot \tau_{20}$, и соотношения (1), (2) принимают следующий вид:

$$\sigma_{\text{фр}}^2 = \frac{G \tau_{20} p^2}{\sqrt{2} \cdot \pi a^2(\gamma) \ln p} = \frac{\sigma_{\text{ш}}^2 \tau_{20}^2 p^2}{\sqrt{2} \cdot \pi a^2(\gamma) \ln p}; \quad (3)$$

$$B_2(p) = \frac{G \tau_{20}}{\sqrt{2} \cdot \pi a^2(\gamma) p^2 \ln p} = \frac{\sigma_{\text{ш}}^2 \tau_{20}^2}{\sqrt{2} \cdot \pi a^2(\gamma) p^2 \ln p}, \quad (4)$$

где $\sigma_{\text{ш}}^2 = G/\tau_{20}$ — дисперсия шумов на выходе приемно-усилительного тракта.

Таким образом, с учетом выражений (3) и (4) дисперсия шумовой погрешности определяется зависимостью

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_{\text{ш}}^2 \tau_{20}^2}{\sqrt{2} \cdot \pi a^2(\gamma) \ln p} \left(2p^2 - \frac{1}{p^2} \right). \quad (5)$$

На рис. 1 приведен график зависимостей σ^2 , $\sigma_{\text{фр}}^2$ и B_2 от уровня фиксации сигнала.

Нормировка проводилась при условии, что $\frac{\sigma_{\text{ш}}^2 \tau_{20}^2}{\sqrt{2} \cdot \pi a^2(\gamma)} = 1$.

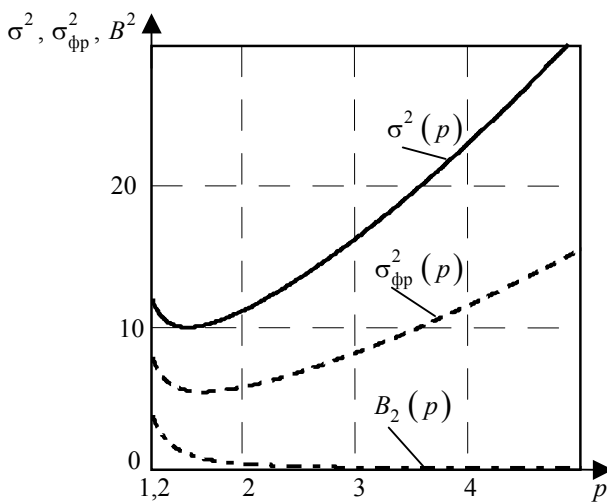


Рис. 1

Как видно из приведенных графиков, величины σ^2 и $\sigma_{\text{фр}}^2$ имеют минимальное значение при $1/p = 1/\sqrt{e}$. Минимальное значение дисперсии оценки фиксации сигнала будет при максимальном значении производной сигнала (для гауссовой функции этот уровень составляет $1/\sqrt{e}$).

В соответствии с формулой (5) и рис. 1 можно сделать заключение о том, что основной вклад в шумовую погрешность вносит дисперсия оценки фиксации по фронту.

2. Истинное значение временной протяженности облучаемой поверхности (τ_1)

пропорционально длительности импульсной характеристики, отсчитанной на нулевом уровне. При заданном уровне отсчета значения длительностей импульсных характеристик для

различных поверхностей при одинаковой их радиальной протяженности различны и зависят от формы поверхности.

Этот вопрос чрезвычайно важен, так как даже в теоретически идеальном случае, когда поверхность облучается равномерным круглым полем с временной функцией в виде δ -функции и отраженный сигнал является импульсной характеристикой поверхности, вследствие воздействия шума уровень отсчета необходимо выбирать, исходя из заданных вероятностных характеристик принятия решения. А так как уровень отсчета не нулевой, и форма облучаемой поверхности неизвестна, то обусловленная этим факторами погрешность является случайной и скомпенсировать ее не удастся.

Следует отметить, что, например, при выборе уровня отсчета, равным 0,5 от максимального значения импульсной характеристики, относительная погрешность определения временной протяженности поверхности может достигать 50 % даже для элементарных поверхностей, рассмотренных в работе [2]. Анализ этой погрешности произведем на примере двух поверхностей — наклонной плоскости и конуса, импульсные характеристики которых наиболее известны и длительность их описывается различными функциями от уровня отсчета (что и вызывает погрешность). При этом временная протяженность поверхностей одинакова.

На рис. 2 приведены диаграммы изменения относительной погрешности Δ определения временной протяженности поверхности в зависимости от уровня отсчета при двух значениях длительности зондирующего импульса: a — $\tau_0 = \tau_1/2$, b — $\tau_0 = 2\tau_1/3$. На графиках кривая 1 соответствует уровню отсчета, равному 0,5, а кривые 2 и 3 — уровням 0,35 и 0,25 соответственно.

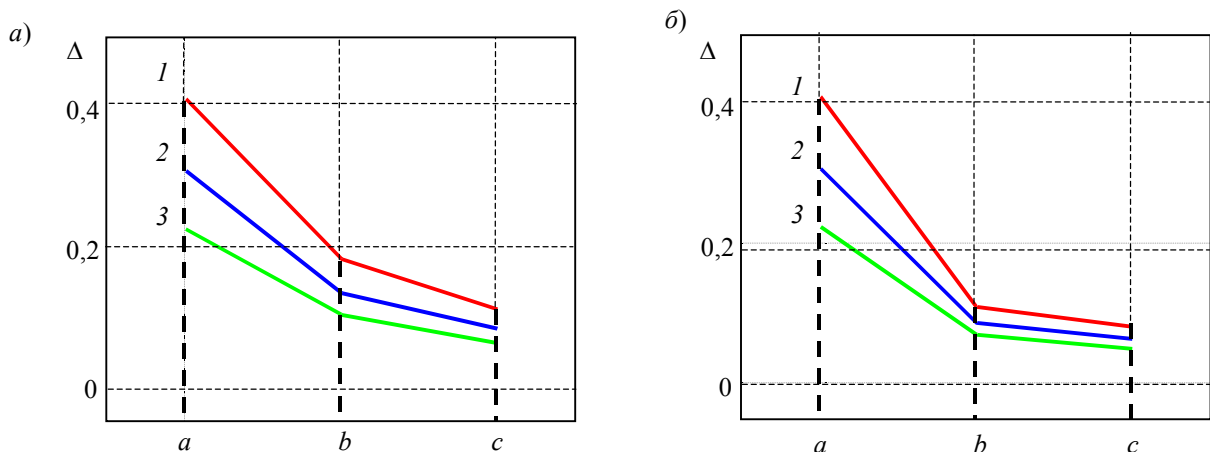


Рис. 2

Диаграммы построены для трех позиций: первая a — для импульсных характеристик поверхностей, когда их первичные информационные параметры не искажены; вторая b — для отраженных сигналов, когда искажение информационных параметров обусловлено длительностью и формой зондирующего импульса, а также полями излучения и приема; третья c — для выходных сигналов, в которых происходит дополнительное искажение первичных информационных параметров в приемно-усилительном тракте.

Как видно из представленных диаграмм, относительная погрешность определения радиальной протяженности облучаемой поверхности сокращается как по мере роста искажений информационных параметров, так и с уменьшением уровня отсчета. Следует отметить, что минимизация этой погрешности требует энергетических затрат и соответствующей технической реализации системы.

3. В условиях, когда отношение порог/шум недостаточно велико, принятие шумового выброса за сигнальной может привести к результатам, отличным от истинных значений оценок длительности принимаемого сигнала. Ошибки, обусловленные принятием шумового

выброса за сигнальный и выводящие оценку параметра за пределы протяженности сигнальной функции, называются аномальными.

Дисперсия аномальной погрешности определяется зависимостью

$$\sigma_a^2 = P_{\text{л.тр}}^2 \sigma_\tau^2,$$

где $P_{\text{л.тр}}$ — вероятность ложной тревоги, σ_τ — среднее квадратическое значение длительности шумового выброса на пороговом уровне C .

Так как вероятность ложной тревоги в задачах анализа рельефа поверхности может составлять величину $10^{-3} \dots 10^{-5}$, а следовательно, отношение порога к шуму $\mu_0 = C/\sigma_{\text{ш}} \approx 5 \dots 7$, то для $C > 0$ большинство положительных выбросов имеют малую длительность. В этом случае поведение дифференцируемого случайного процесса при $C > 0$ аппроксимируют параболой [3, 4], и плотность вероятности длительности выбросов случайного процесса определяется соотношением [5]

$$W(\tau, C) = \frac{1}{4}(-b_0'')\mu_0^2\tau \exp\left[-\frac{1}{8}(-b_0'')\mu_0^2\tau^2\right]; \quad \tau > 0, \mu_0 = \frac{C}{\sigma_{\text{ш}}} \gg 1, \quad (6)$$

где $-b_0'' = \frac{1}{2\pi\sigma_{\text{ш}}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 G(\omega) d\omega$ — мощность производной случайного процесса; $\sigma_{\text{ш}}^2 = B_2(0)$;

$G(\omega)$ — энергетический спектр шумов.

С учетом выражения (6) дисперсия длительности шумового выброса

$$\sigma_\tau^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [\tau - \tau(C)]^2 \frac{1}{4}(-b_0'')\mu_0^2\tau \exp\left[-\frac{1}{8}(-b_0'')\mu_0^2\tau^2\right] d\tau,$$

где $\tau(C)$ — средняя длительность выброса случайного процесса на уровне C :

$$\tau(C) = \frac{2\pi}{\sqrt{-b_0''}} [1 - \Phi(\mu_0)] \exp\left(\frac{\mu_0^2}{2}\right),$$

здесь $\Phi(\mu_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\mu_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$ — интеграл вероятностей.

Произведем анализ аномальной погрешности при условиях оптимальной фильтрации принимаемого сигнала гауссовой формы на фоне белого нормального шума. Тогда

$$\sigma_\tau^2 = \left\{ \frac{8\tau_{20}^2}{\pi\mu_0^2} \left[\frac{\pi^2\mu_0^2 (\operatorname{erfc}(\mu_0))^2 \exp(\mu_0^2)}{2} - \sqrt{\frac{\pi^3}{2}} \cdot \operatorname{erfc}(\mu_0) \exp\left(\frac{\mu_0^2}{2}\right) + 1 \right] \right\}, \quad (7)$$

где $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x)$, $\operatorname{erf}(x)$ — функция Крампа.

Результаты расчетов σ_τ по формуле (7) сведены в таблице.

μ_0	σ_τ , с, при $\tau_{20}=2 \cdot 10^{-8}$ с	σ_τ , с, при $\tau_{20}=5 \cdot 10^{-8}$ с	σ_τ , с, при $\tau_{20}=10^{-7}$ с
3	$1,06 \cdot 10^{-8}$	$2,649 \cdot 10^{-8}$	$5,299 \cdot 10^{-8}$
4	$0,789 \cdot 10^{-8}$	$1,995 \cdot 10^{-8}$	$3,989 \cdot 10^{-8}$
5	$0,638 \cdot 10^{-8}$	$1,596 \cdot 10^{-8}$	$3,192 \cdot 10^{-8}$
7	$0,456 \cdot 10^{-8}$	$1,14 \cdot 10^{-8}$	$2,28 \cdot 10^{-8}$

Как следует из приведенных рассуждений, не всегда можно пренебрегать аномальной погрешностью: необходимо ее учитывать при оценке временной протяженности облучаемой поверхности и искать пути ее снижения посредством повышения порогового уровня и временного стробирования.

Анализ случайных составляющих погрешности измерения радиальной протяженности облучаемой поверхности показал, что наиболее опасной следует считать погрешность, обусловленную уровнем отсчета при априорной неопределенности формы облучаемой поверхности и ее отражающих свойств. При этом даже при равновероятном появлении пространственной структуры облучаемой поверхности плотность вероятностей этой погрешности остается неизвестной и приходится рассматривать максимальное ее значение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев Е. Г., Порфирьев Л. Ф., Хайтун Ф. И. Теория и расчет импульсных и цифровых оптико-электронных систем. Л.: Машиностроение, 1984.
2. Лебедев Е. Г., Нгуен Ву Тунг. Определение параметров отраженных сигналов в моноимпульсной лазерной системе анализа рельефа поверхности // Изв. вузов. Приборостроение. 2007. Т. 50, № 5. С. 63—69.
3. Кузнецов П. И., Стратонович Р. Л., Тихонов В. И. О длительности выбросов случайной функции // ЖТФ. 1954. Т. 24, вып. 1
4. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике М.: Сов. радио, 1961.
5. Тихонов В. И. Выбросы случайных процессов. М.: Наука, 1970.

Сведения об авторах

- Евгений Георгиевич Лебедев** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: eleb@rambler.ru
- Нгуен Ву Тунг** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра оптико-электронных приборов и систем; E-mail: eleb@rambler.ru

Рекомендована кафедрой
оптико-электронных приборов и систем

Поступила в редакцию
26.03.08 г.