

О. И. МАРКОВ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ОХЛАЖДАЮЩИХ ТЕРМОЭЛЕМЕНТОВ

Представлены результаты численного моделирования работы низкотемпературных термоэлементов в режиме максимального перепада температур. Численно решена граничная задача для стационарной теплопроводности ветвей термоэлемента с зависящими от температуры кинетическими коэффициентами. Сравниваются эффективности термоэлементов с p -ветвью из теллурида висмута и пассивной ветвью из высокотемпературного сверхпроводника. Учитывается влияние контактного сопротивления на эффективность термопары.

Ключевые слова: охлаждающий термоэлемент, сверхпроводник, составная ветвь, контактное сопротивление.

Развитие возможностей внеатмосферной астрономии, применение космических аппаратов для зондирования в ИК-диапазоне поверхности Земли, реализация космических программ исследования других планет создают потребность в низкотемпературных охлаждаемых приемниках излучения, особенностью которых является зависимость их пороговой чувствительности от температуры. Однако возможности низкотемпературных (ниже 120 К) термоэлектрических охлаждающих устройств ограничены тем, что эффективность большинства термоэлектриков со снижением температуры резко понижается. Исключение составляют лишь твердые растворы висмут-сурьма, известные как наиболее эффективные низкотемпературные термоэлектрики. В настоящей статье представлены результаты расчета максимального перепада температур в термоэлементе, позволяющие выявить возможности низкотемпературного охлаждения при температурах вблизи точки кипения азота с использованием в качестве n -ветви термоэлемента монокристаллов твердых растворов $\text{Bi}_{0,88}\text{Sb}_{0,12}$.

Известно, что высокой термоэлектрической эффективностью в низкотемпературной области обладают только сплавы висмут-сурьма n -типа. Однако поскольку не существует приемлемой по уровню эффективности низкотемпературной ветви p -типа, можно использовать в качестве второй ветви термоэлектрически пассивную, в частности из высокотемпературного сверхпроводника [1]. Экспериментально довольно трудно выбрать оптимальную длину пассивной ветви, поэтому необходимо рассчитать зависимость перепада температур от длины пассивной ветви. Необходимо также учесть влияние контактного сопротивления на эффективность термопары.

Согласно общепринятому подходу для характеристики эффективности термоэлемента используется параметр термоэлектрической добротности

$$Z = \frac{(\alpha_p - \alpha_n)^2}{\left[\sqrt{\chi_p \rho_p} + \sqrt{\chi_n \rho_n} \right]^2}, \quad (1)$$

где α_i, χ_i, ρ_i — термоЭДС, теплопроводность и удельное сопротивление материала n - и p -ветвей.

Однако для термопары с пассивной сверхпроводниковой ветвью параметр Z уже не является характеристикой добротности термоэлемента, так как при $\alpha = \rho = 0$ добротность термопары сводится к добротности только активной ветви.

В связи с этим для более точного описания тепловых процессов в ветви термоэлемента следует использовать подход, основанный на решении граничной задачи для стационарной теплопроводности ветвей термоэлемента [2, 3]. Температурное поле одномерной адиабатически изолированной ветви термоэлемента в установившемся режиме с учетом эффекта Томсона описывается стационарным уравнением теплопроводности

$$\frac{d}{d\xi} \left[\chi_n(T) \frac{dT}{d\xi} \right] + Y_n^2 \rho_n(T) - Y_n T \frac{d\alpha_n(T)}{dT} \frac{dT}{d\xi} = 0 \quad (2)$$

с граничными условиями

$$\chi_n(T) \frac{dT}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = \alpha_n(T_0) Y_n T_0 - q_n, \quad T \Big|_{\xi=l_n} = T_\Gamma, \quad (3)$$

где $\alpha_n(T), \rho_n(T), \chi_n(T)$ — термоЭДС, удельное сопротивление и теплопроводность n -ветви термоэлемента как функции температуры; $\xi = x/l_n$ — безразмерная переменная, x — переменная величина ($0 < x < l_n$); T_0 и T_Γ — температуры холодного и горячего спаев ветви соответственно; $Y_n = J_n/S_n$ — „удельный“ ток; $q_n = Q/l_n/S_n$ — „удельный“ тепловой поток, подводимый из пассивной ветви, здесь J — ток, l_n — длина ветви, S_n — площадь сечения ветви, Q — теплота, поступающая через пассивную ветвь.

Экспериментальные зависимости термоЭДС, удельного сопротивления и теплопроводности от температуры для монокристаллов $\text{Bi}_{0,88}\text{Sb}_{0,12}$ в направлении тригональной оси аппроксимировались степенными многочленами.

В пассивной ветви из сверхпроводника отсутствует эффект Джоуля, и тогда, пренебрегая значением термоЭДС, граничную задачу можно записать в следующем виде:

$$\chi_s(T) \frac{dT}{d\xi} = q_n \frac{j_s l_s}{Y_n}; \quad (4)$$

$$T \Big|_{\xi=0} = T_0, \quad T \Big|_{\xi=1} = T_\Gamma, \quad (5)$$

где $\chi_s(T)$ — удельная теплопроводность сверхпроводника; $\xi = x/l_s$ — безразмерная переменная, x — переменная величина ($0 < x < l_s$); l_s — длина сверхпроводника; j_s — плотность критического тока сверхпроводника.

Температурная зависимость коэффициента теплопроводности сверхпроводника также была аппроксимирована степенным многочленом.

Граничная задача (2)—(5) решалась численными методами. Оптимизация максимального перепада температур термоэлемента проводилась по значению удельного тока Y_n . Так как максимальная площадь сечения сверхпроводниковой ветви определяется предельной плотностью тока ($j_s = 120 \text{ А/см}^2$), то тепловое сопротивление сверхпроводника определяется только длиной ветви l_s , и максимальный перепад температур зависит от значения l_s . Для сравнения

был проведен расчет зависимости максимального перепада температур (ΔT_{\max}) от температуры горячего спая (T_r) для термоэлемента с n -ветвью из монокристалла $\text{Bi}_{0,88}\text{Sb}_{0,12}$ и с низкотемпературной p -ветвью [4] (твердый раствор $\text{Bi}_{0,5}\text{Sb}_{1,5}\text{Te}_{2,91}\text{Se}_{0,09}$). Результаты расчета приведены на рис. 1, где кривая 1 соответствует термоэлементу с n -ветвью $\text{Bi}_{0,88}\text{Sb}_{0,12}$ и с бесконечно длинной пассивной сверхпроводниковой ветвью, кривая 2 — сверхпроводниковой ветви длиной 1 см, кривая 3 — p -ветви из термоэлектрика $\text{Bi}_{0,5}\text{Sb}_{1,5}\text{Te}_{2,91}\text{Se}_{0,09}$.

На рис. 2 представлен график зависимости максимального перепада температур термоэлемента от длины сверхпроводника: кривая 1 соответствует ветви из сверхпроводника, 2 — асимптота, соответствующая термоэлементу с бесконечно длинной сверхпроводниковой ветвью. Как показывают результаты расчета, в пассивной ветви длиной 1,2 см „теряется“ более 10 % от максимально возможного перепада температур. Для того чтобы эти потери составляли более 1 % , длина ветви должна быть не менее 6 см при данной критической плотности тока.

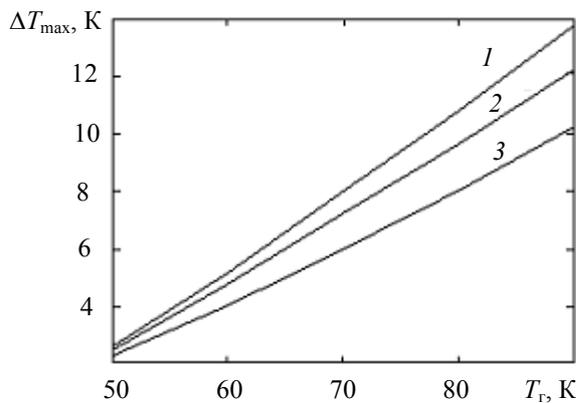


Рис. 1

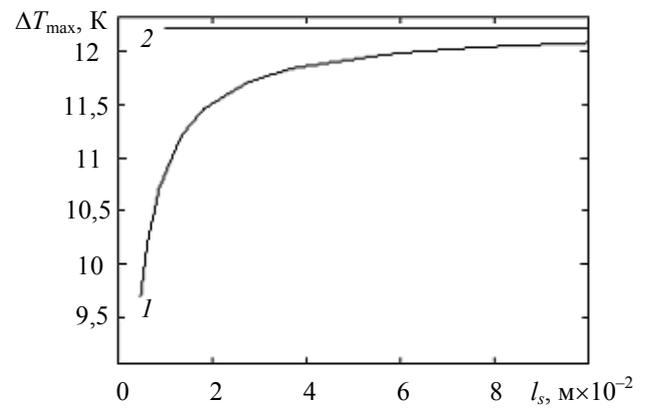


Рис. 2

Можно предложить еще один вариант термоэлемента, сделав пассивную ветвь составной: „низкотемпературную“ составляющую — из сверхпроводника, а „высокотемпературную“ — из термоэлектрика p -типа $\text{Bi}_{0,5}\text{Sb}_{1,5}\text{Te}_{2,91}\text{Se}_{0,09}$. При этом решается следующая граничная задача:

для „низкотемпературной“ составляющей ($0 \leq x \leq l_s$) —

$$\chi_s(T) \frac{dT}{d\zeta} = q_n \frac{j_s l_s}{Y_n}; \tag{6}$$

$$T|_{\zeta=0} = T_0, \quad T|_{\zeta=1} = T'_0; \tag{7}$$

для „высокотемпературной“ составляющей ($l_s \leq x \leq l_p + l_s$) —

$$\frac{d}{d\eta} \left[\chi_p(T) \frac{dT}{d\eta} \right] + Y_p^2 \rho_p(T) - Y_p T \frac{d\alpha_p(T)}{dT} \frac{dT}{d\eta} = 0; \tag{8}$$

$$\chi_n(T) \frac{dT}{d\eta} \Big|_{\eta=0} = \alpha_p(T_0) Y_p T'_0 - q_n \frac{Y_p}{Y_n}, \quad T|_{\eta=1} = T_r, \tag{9}$$

где $\eta = (x - l_s) / l_p$ — безразмерная переменная; T'_0 — температура на границе между сверхпроводником и термоэлектриком p -типа; Y_p — „удельный“ ток p -ветви; l_p — длина активного участка p -ветви; S_p — площадь сечения активного участка p -ветви; $\alpha_p(T)$, $\rho_p(T)$, $\chi_p(T)$ — термоЭДС, удельное сопротивление и теплопроводность термоэлектрика p -типа.

Оптимизация термоэлемента с составной ветвью проводилась по параметрам Y_p , Y_n . Результаты численного решения граничных задач (2), (3), (6)—(9) для термоэлемента с составной ветвью представлены на рис. 2 (кривая 2). Как видно из графика, максимальный перепад температур термоэлемента с составной ветвью в зависимости от длины сверхпроводника возрастает быстрее, чем в случае сверхпроводниковой ветви. Это связано как с появлением дополнительного небольшого поглощения теплоты Пельтье на границе сверхпроводника и термоэлектрика p -типа, так и с тем, что последовательное включение теплового сопротивления из термоэлектрика p -типа позволяет уменьшить длину сверхпроводника. При длине сверхпроводящей вставки длиной 1,2 см потери от максимально возможного перепада температур составят в случае составной ветви лишь 4,3 %, перепад в 99 % от максимального будет достигнут при длине ветви 3 см.

Хорошо известно, что контактное сопротивление у холодного спая весьма заметно снижает эффективность термоэлемента [5]. Влияние контактных сопротивлений можно уменьшить, увеличивая площадь сечения ветви. В случае когда площадь сечения сверхпроводника равна площади контакта, на холодный конец ветви поступает теплота Джоуля, выделяющаяся в контактном сопротивлении, и тепловой поток через сверхпроводник определяется как

$$Q_0 = J^2 \rho_c \frac{\Delta l}{S_c} + \chi_s \Delta T \frac{S_c}{l_s}, \quad (10)$$

где Δl — толщина контактного слоя; S_c — площадь контакта; ρ_c — удельное сопротивление материала контактного припоя.

Из выражения (10) следует, что минимум подводимой теплоты соответствует определенной площади контактного сопротивления. Теплоту Джоуля в контактном сопротивлении необходимо учесть в граничном условии:

$$\chi_n(T) \left. \frac{dT}{d\xi} \right|_{\xi=0} = \alpha_n(T_0) Y_n T_0 - Y^2 \rho_c \frac{\Delta l}{l_n} \frac{S_n}{S_c} - q_n \frac{S_c}{S_n}. \quad (11)$$

На рис. 3 показаны результаты расчета максимального перепада температур с учетом контактного сопротивления в зависимости от отношения S_c/S_n . Как указано в работе [5],

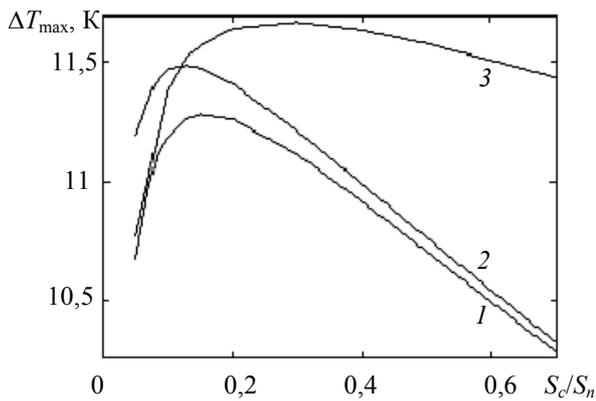


Рис. 3

толщина контактного слоя должна быть не менее 0,2 мм. Расчеты были проведены именно для этого значения Δl . Кривая 1 показывает зависимость значения ΔT_{\max} от отношения сечений при $l_s = 1$ см и $\rho_c = 5 \cdot 10^{-5}$ Ом·см; кривая 2 соответствует $\rho_c = 3 \cdot 10^{-5}$ Ом·см и $l_s = 1$ см, а кривая 3 — $l_s = 3$ см и $\rho_c = 5 \cdot 10^{-5}$ Ом·см. Увеличение длины сверхпроводника до 5 см приводит к исчезновению максимума на кривой максимального перепада температур.

Итак, представлены результаты численного моделирования работы низкотемпературного термоэлемента с n -ветвью на основе сплава висмут-сурьма в интервале температур 50—90 К. Как показали сравнительные исследования предельных возможностей низкотемпературных термоэлементов, использование пассивной ветви из сверхпроводника более эффективно, чем низкотемпературных термоэлектриков p -типа. Чтобы уменьшить потери от максимального перепада температур до 1 %, длина пассивной ветви должна быть не менее 6 см; необходимость учитывать контактное сопротивление холодного спая также накладывает ограничение на минимальную длину сверхпроводника (до 5 см).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузнецов В. Л., Ведерников М. В., Яндль П., Бирхгольц У. Исследование предельных возможностей термоэлектрического охлаждения при температуре жидкого азота // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20, вып. 18. С. 75—80.
2. Марков О. И. Моделирование нагрузочных характеристик низкотемпературных термоэлектрических модулей // Там же. 2004. Т. 30, вып. 13. С. 7—11.
3. Марков О. И. Моделирование предельных возможностей низкотемпературного охлаждающего термоэлемента // Прикладная физика. 2008. № 4. С. 139—142.
4. Лукьянова Л. Н., Кутасов В. А., Попов В. В., Константинов П. П. Гальваномагнитные и термоэлектрические свойства твердых растворов $p\text{-Bi}_{2-x}\text{Sb}_x\text{Te}_{3-y}\text{Se}_y$ в низкотемпературной области ($<220\text{K}$) // ФТТ. 2004. Т. 46, вып. 8. С. 1366—1371.
5. Коленко Е. А. Термоэлектрические охлаждающие приборы. М. — Л.: Изд-во АН СССР, 1963.

Сведения об авторе**Олег Иванович Марков**

— канд. физ.-мат. наук, профессор; Орловский государственный университет, кафедра теоретической физики и математического моделирования; E-mail: O.I.Markov@mail.ru

Рекомендована кафедрой
теоретической физики
и математического моделирования

Поступила в редакцию
05.08.08 г.