УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

УДК 62.50

С. В. Арановский, В. М. Бардов, А. А. Бобцов, А. А. Капитонов, А. А. Пыркин

СИНТЕЗ НАБЛЮДАТЕЛЯ В УСЛОВИЯХ ВОЗМУЩЕНИЯ ПРОЦЕССА ИЗМЕРЕНИЯ ВЫХОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Предложен новый подход к синтезу асимптотического наблюдателя переменных состояний для линейного объекта в случае, когда измерению доступна выходная переменная в аддитивной смеси с неизвестным синусоидальным возмущением.

Ключевые слова: *асимптотический наблюдатель, доступность измерению, выходная переменная, неизвестное возмущение.*

Введение. Рассмотрим задачу синтеза асимптотического наблюдателя линейного объекта вида

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+bu(t), \tag{1}$$

$$y(t)=c^T x(t)+\delta(t), \tag{2}$$

где $x(t)\in R^n$ — не измеряемый вектор переменных состояния, $\delta(t)\in R$ — неизвестное синусоидальное возмущение, $u(t)\in R$ — сигнал управления, $y(t)\in R$ — измеряемая выходная переменная.

Если объект управления асимптотически устойчив, то данная задача может оказаться тривиальной. В самом деле, в случае заданных параметров объекта можно выстроить его точную модель и, вычитая из выходной переменной объекта выходную переменную модели, получить величину возмущающего воздействия $\delta(t)$. Если объект управления не является асимптотически устойчивым, то данная схема неприменима, а использование классических наблюдателей переменных состояния не позволит получить асимптотическую сходимость к нулю ошибки между вектором переменных состояния и его оценкой. Задача синтеза наблюдателя для объекта управления (1), (2) была решена в работах [1, 2]. В [1] рассматривался объект

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+bu(t),\ \dot{v}(t)=R_\nu v(t),$$

$$y(t)=c^T x(t)+\delta(t)=c^T x(t)+q^T v(t),$$

где матрица R_ν имеет не кратные чисто мнимые корни.

В [2] исследовался минимально фазовый объект управления вида

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+bu(t)+Pv(t),\ \dot{v}(t)=R_\nu v(t),$$

$$e(t)=c^T x(t)-q^T v(t),$$

где $e(t)$ — ошибка, которую необходимо свести к нулю.

Поставленные задачи были решены при условии существования решений (Γ, γ) следующих матричных уравнений:

$$\Gamma R_\nu = A\Gamma + b\gamma + P\,,\ c^T\Gamma + q^T = 0\,.$$

Подходы, предложенные в работах [1, 2], не являются универсальными (например, в [2] рассматриваются только минимально фазовые объекты) и представляющими значительные сложности при их реализации. Таким образом, синтез альтернативного решения является актуальной задачей.

В настоящей статье решение задачи синтеза асимптотического наблюдателя для (1), (2) будет основано на идентификации в непрерывном времени частоты возмущающего воздействия. Заметим, что решение данной задачи носит важное самостоятельное значение, поскольку на сегодняшний день существует большое число разнообразных подходов к идентификации неизвестной частоты синусоидального сигнала $\sigma\sin(\omega t + \phi)$ (см., например, [3—13]), но при условии, что измеряется сама функция. Таким образом, предлагаемый в рамках данной статьи результат не ограничен применением к решению задач синтеза наблюдателей переменных состояния, но и развивает методы идентификации частот синусоидальных сигналов.

Постановка задачи. Рассмотрим в общем случае не минимально фазовый линейный объект вида (1), (2), где возмущение $\delta(t)$ представлено в виде синусоидальной функции

$$\delta(t) = \sigma\sin\omega t \qquad (3)$$

с неизвестными амплитудой σ и частотой ω. Следует заметить, что расширение класса возмущающих воздействий до суммы нескольких синусоидальных функций не является проблемой, но усложняет представление основного материала данной статьи. Поэтому для простоты изложения ограничимся одной синусоидой.

Рассмотрим модель „вход—выход объекта“ (1), (2)

$$y(t) = \frac{b(p)}{a(p)}u(t) + \delta(t)\,, \qquad (4)$$

где $p = d/dt$; $a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0 =$ и $b(p) = b_m p^m + ... + b_1 p + b_0$, $m < n$ — соответствующие полиномы, полученные в результате перехода от модели „вход—состояние—выход“ к модели „вход—выход“

$$\frac{b(p)}{a(p)} = c(pI - A)^{-1}b\,.$$

Рассмотрим следующие допущения относительно системы (1), (2), (4).

Допущение 1. Будем полагать, что измеряются только сигналы $y(t)$ и $u(t)$.

Допущение 2. Коэффициенты матриц A, b и c известны.

Допущение 3. Пара A, b полностью управляема и пара A, c полностью наблюдаема.

Допущение 4. Полиномы $a(p)$ и $b(p)$ могут быть не гурвицевыми и не имеют корней $\pm j\omega$.

Требуется построить асимптотический наблюдатель переменных состояния $x(t)$ объекта (1), (2) такой, что

$$\lim_{t\to\infty}\left|x(t) - \hat{x}(t)\right| = 0\,, \qquad (5)$$

где $\hat{x}(t)$ является оценкой вектора $x(t)$.

Синтез наблюдателя. Процедура синтеза наблюдателя для вектора $x(t)$ объекта (1), (2) будет осуществлена в два этапа. На первом этапе будет предложен алгоритм синтеза наблюдателя возмущающего воздействия $\delta(t)$, а на втором, используя информацию о $\delta(t)$, построим устройство оценки вектора $x(t)$. Для синтеза наблюдателя возмущающего воздействия $\delta(t) = \sigma\sin\omega t$ потребуется идентификация параметров σ и ω. Сначала построим идентификатор параметра ω. Для этого, пренебрегая ненулевыми начальными условиями, преобразуем уравнение (4) следующим образом:

$$a(p)y(t)=b(p)u(t)+a(p)\delta(t). \tag{6}$$

Рассмотрим любой гурвицев полином $\gamma(p)$ степени n. Тогда для уравнения (6) имеем

$$\gamma(p)y(t)=a_1(p)y(t)+b(p)u(t)+a(p)\delta(t)$$

или

$$y(t)=\frac{a_1(p)}{\gamma(p)}y(t)+\frac{b(p)}{\gamma(p)}u(t)+\frac{a(p)}{\gamma(p)}\delta(t), \tag{7}$$

где $a(p)=\gamma(p)-a_1(p)$.

Из уравнения (7) получим

$$w(t)=y(t)-\frac{a_1(p)}{\gamma(p)}y(t)-\frac{b(p)}{\gamma(p)}u(t)=\frac{a(p)}{\gamma(p)}\delta(t)=$$
$$=\frac{a(p)}{\gamma(p)}\sigma\sin\omega t=\sigma\frac{a(p)}{\gamma(p)}\sin\omega t. \tag{8}$$

Из выражения (8) следует, что сигнал

$$w(t)=\sigma\frac{a(p)}{\gamma(p)}\sin\omega t$$

и в силу гурвицевости полинома $\gamma(p)$ функция $w(t)$ является гармонической с частотой ω. Также заметим, что сигнал $w(t)$ в силу гурвицевости полинома $\gamma(p)$ может быть рассчитан следующим образом:

$$w(t)=y(t)-\frac{a_1(p)}{\gamma(p)}y(t)-\frac{b(p)}{\gamma(p)}u(t).$$

Как и в [13], для генерирования сигнала $w(t)$ будем использовать дифференциальное уравнение вида

$$\frac{d^2w(t)}{dt^2}=-\omega^2w(t)=\theta\, w(t), \tag{9}$$

где $\theta=-\omega^2$ — постоянный параметр.

Следуя результатам леммы 1, представленной в статье [13], перепишем (9) следующим образом:

$$w(t)=2\dot{\varsigma}(t)+\varsigma(t)+\theta\varsigma(t)+\varepsilon_y(t), \tag{10}$$

где $\varepsilon_y(t)$ — экспоненциально затухающая функция времени, определяемая ненулевыми начальными условиями, а функция $\varsigma(t)$ формируется как

$$\varsigma(t)=\frac{1}{(p+1)^2}w(t).$$

Как и в [13], для синтеза идентификатора неизвестного параметра θ введем новую переменную — измеряемый сигнал вида

$$z(t)=\ddot{\varsigma}(t)=w(t)-2\dot{\varsigma}(t)-\varsigma(t).$$

Пренебрегая экспоненциально затухающим членом, для модели (10) имеем

$$z(t)=\theta\,\varsigma(t). \tag{11}$$

Построим адаптивный наблюдатель для сигнала (11)

$$\hat{z}(t)=\hat{\theta}(t)\,\varsigma(t),$$

где $\hat{z}(t)$ — оценка сигнала $z(t)$, а $\hat{\theta}(t)$ — оценка параметра θ.

Утверждение. Пусть $\hat{\theta}(t)$ настраивается следующим образом:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = k\varsigma(t)(z(t) - \hat{z}(t)), \tag{12}$$

тогда $\lim\limits_{t\to\infty}\left|\hat{\theta}(t) - \theta\right| = 0$. Доказательство этого утверждения можно найти в [13].

Частоту гармонического возмущения будем рассчитывать следующим образом:

$$\hat{\omega}(t) = \sqrt{\left|\hat{\theta}(t)\right|}. \tag{13}$$

Теперь построим идентификатор параметра σ сигнала $\delta(t) = \sigma\sin\omega t$. Для этого построим наблюдатель для сигнала $w(t)$. Поскольку $w(t) = \sigma\dfrac{a(p)}{\gamma(p)}\sin\omega t = \sigma\varphi(t)$, то для идентификации сигнала $w(t)$ выберем следующий алгоритм:

$$\hat{w}(t) = \hat{\sigma}\frac{a(p)}{\gamma(p)}\sin\hat{\omega}t,$$

где $\sin\hat{\omega}t = \sin((\omega - \tilde{\omega})t) = \sin\omega t\cos\tilde{\omega}t - \cos\omega t\sin\tilde{\omega}t$, и в силу $\lim\limits_{t\to\infty}\left|\theta - \hat{\theta}(t)\right| = 0$ имеем $\lim\limits_{t\to\infty}\left|\omega - \hat{\omega}(t)\right| = 0$.

Так как $\lim\limits_{t\to\infty}\left|\omega - \hat{\omega}(t)\right| = 0$, то $\lim\limits_{t\to\infty}\sin\hat{\omega}t = \sin\omega t$ и, следовательно,

$$\lim_{t\to\infty}\hat{w}(t) = \hat{\sigma}\frac{b(p)}{a(p)}\sin\omega t = \hat{\sigma}\varphi(t).$$

Для настройки параметра $\hat{\sigma}$ воспользуемся стандартной процедурой (см., например, [14]) вида

$$\dot{\hat{\sigma}} = \beta\varphi(t)(w(t) - \hat{w}(t)) = \beta\left(\frac{b(p)}{a(p)}\sin\hat{\omega}t\right)(w(t) - \hat{w}(t)), \tag{14}$$

где β — любое положительное число.

Таким образом, для наблюдателя возмущающего воздействия $\delta(t)$ имеем следующий алгоритм:

$$\hat{\delta}(t) = \hat{\sigma}\sin\hat{\omega}t, \tag{15}$$

где параметры $\hat{\sigma}$ и $\hat{\omega}$ находятся из уравнений (13), (14).

Теперь, зная точную оценку функции $\delta(t)$, построим наблюдатель переменных состояния $x(t)$ для объекта управления (1), (2). Для этого воспользуемся классическими результатами по синтезу наблюдателей полной размерности, опубликованными, например, в [14]

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + bu(t) + l(y(t) - \hat{y}(t)), \tag{16}$$

$$\hat{y}(t) = c^T\hat{x}(t) + \hat{\delta}(t), \tag{17}$$

где $\hat{x}(t) \in R^n$ — оценка вектора $x(t)$, $\hat{\delta}(t) \in R$ — оценка неизвестного возмущения, $\hat{y}(t) \in R$ — оценка переменной $y(t)$, а вектор постоянных коэффициентов l рассчитывается таким образом, чтобы матрица $\bar{A} = A - lc^T$ была гурвицевой.

Заключение. В данной статье предложен альтернативный к [1, 2] алгоритм синтеза асимптотического наблюдателя (16), (17) для линейного объекта управления (1), (2). Также предлагаемый в рамках статьи результат развивает методы идентификации (см., например, [3—13]) параметров синусоидальных сигналов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 09-08-00139) и АВЦП (проект № 2.1.2/6326).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Marino R., Santosuosso G., Tomei R.* Adaptive Stabilization of Linear Systems with Outputs Affected by Unknown Sinusoidal Disturbances // Proc. of the Europ. Control Conf. Kos, Greece, 2007. P. 129—134.

2. *Marino R. and Tomei R.* Output Regulation for Linear Minimum Phase Systems with Unknown Order Exosystem // IEEE Transact. on Automatic Control. 2007. Vol. 52. P. 2000—2005.

3. *Bodson M., Douglas S. C.* Adaptive algorithms for the rejection of periodic disturbances with unknown frequencies // Automatica. 1997. Vol. 33. P. 2213—2221.

4. *Hsu L., Ortega R., Damm G.* A globally convergent frequency estimator // IEEE Transact. on Automatic Control. 1999. Vol. 46. P. 967—972.

5. *Mojiri M. and Bakhshai A. R.* An Adaptive Notch Filter for Frequency Estimation of a Periodic Signal // IEEE Transact. on Automatic Control. 2004. Vol. 49. P. 314—318.

6. *Marino R. and Tomei R.* Global Estimation of Unknown Frequencies // IEEE Transact. on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 1324—1328.

7. *Xia X.* Global Frequency Estimation Using Adaptive Identifiers // IEEE Transact. on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 1188—1193.

8. *Obregón-Pulido G., Castillo-Toledo B., and Loukianov A. A.* Globally Convergent Estimator for *n*–Frequencies // IEEE Transact. on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 857—863.

9. *Bobtsov A., Lyamin A., Romasheva D.* Algorithm of parameter’s identification of polyharmonic function // 15th IFAC World Congress on Automatic Control. Barcelona, Spain, 2002.

10. *Бобцов А. А., Кремлев А. С.* Адаптивная идентификация частоты смещенного синусоидального сигнала // Изв. вузов. Приборостроение. 2005. Т. 48, № 4. С. 22—26.

11. *Hou M.* Amplitude and frequency estimator of a sinusoid // IEEE Transact. on Automatic Control. 2005. Vol. 50. P. 855—858.

12. *Дьяконов В.* MATLAB6: Учебный курс. СПб: Питер, 2001.

13. *Арановский С. В., Бобцов А. А., Кремлев А. С., Лукьянова Г. В.* Робастный алгоритм идентификации частоты синусоидального сигнала // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2007. № 3. С. 1—6.

14. *Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л.* Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. СПб: Наука, 1999.

Сведения об авторах

Станислав Владимирович Арановский — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики

Владимир Михайлович Бардов — студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики

Алексей Алексеевич Бобцов — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: bobtsov @mail.ru

Александр Александрович Капитонов — студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики

Антон Александрович Пыркин — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.