

А. Б. БУШУЕВ, Е. Г. ИСАЕВА, С. Н. МОРОЗОВ, С. А. ЧЕПИНСКИЙ

УПРАВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРНЫМ ДВИЖЕНИЕМ МНОГОКАНАЛЬНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Синтезирован алгоритм управления движением по заданным траекториям многоканальных объектов относительно гладких кривых пространства выходных переменных на основе метода преобразования координат и динамических свойств подвижного базиса поверхности. Приводятся примеры движения вдоль плоских типовых траекторий (прямой, окружности).

Ключевые слова: движение многоканальных объектов по траектории, метод преобразования координат, синтез алгоритма управления.

Введение. Развитие робототехники связано с реализацией нетривиальных движений автономного робота, находящегося в сложном окружении. Действия многозвенного манипулятора должны быть одновременно подчинены внешним требованиям, связанным с текущим состоянием окружающей среды и с имеющейся в распоряжении визуальной или контактной информацией о взаимодействии с объектами ближайшего окружения.

Движение динамической системы вдоль кривых, гиперповерхностей и других нетривиальных геометрических объектов (подмногообразий) обеспечивает достижение целого ряда полезных свойств проектируемой системы: оптимизацию процессов управления, компенсацию влияния внешних возмущений, робастные свойства системы, декомпозицию модели и согласование выходных переменных [1, 2].

Настоящая статья посвящена вопросам управления движением по траектории двузвенного маятника и трехзвенного манипулятора с вращательными парами в случаях, когда цель управления формулируется заданием аналитического описания кривой и желаемой динамики продольного движения в пространстве выходных переменных системы. Рассматриваемая проблема может быть отнесена к частным задачам стабилизации систем относительно нетривиальных пространственных объектов (аттракторов) или задачам согласования выходных переменных многоканальных динамических систем.

Модели механизмов и постановка задачи. Рассмотрим динамику трехзвенного манипулятора (рис. 1), описываемого в пространстве обобщенных координат уравнением типа Лагранжа:

$$\dot{q} = \omega, \quad A(q)\dot{\omega} + b(q, \omega) + c(q) = u, \quad (1)$$

где $q = (q_1, q_2, q_3)$ — вектор обобщенных координат, $u = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор управляющих моментов, развиваемых приводами манипулятора. Допустим, что все звенья имеют одинаковую массу и длину: $m_1 = m_2 = m_3 = m$, $L_1 = L_2 = L_3 = L$ [3, 4].

Динамика двузвенного маятника (рис. 2) описывается уравнением (1), где $q = (q_1, q_2)$, $u = (u_1, 0)$, $L_1 = L_2 = L$.

В декартовом пространстве R^2 положение последнего звена характеризуется вектором $y=(y_1, y_2)$ и определяется уравнением:

$$y=h(q). \tag{2}$$

Уравнения (1), (2) описывают механизм как многосвязный нелинейный объект управления с выходными переменными y , переменными состояниями q, ω и управляющим воздействием u .

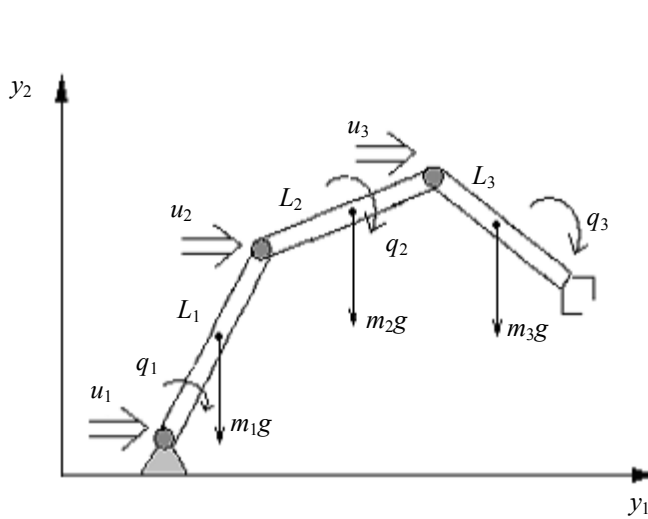


Рис. 1

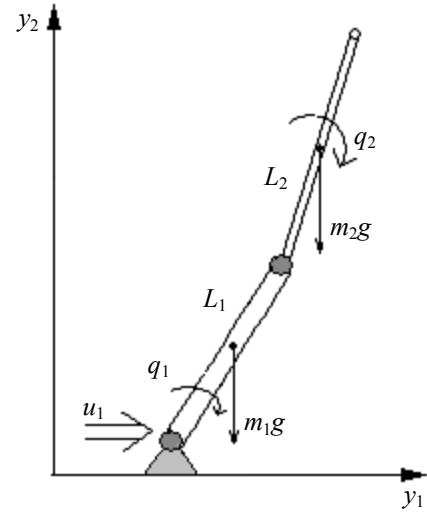


Рис. 2

Рассмотрим движение конечного звена многосвязного механизма. Пусть желаемая траектория S (рис. 3, здесь e — ортогональное отклонение от траектории, y^* — текущая координата конечного звена механизма) определяется выражением

$$\varphi(y)=0, \tag{3}$$

а длина пути (продольное перемещение) находится как

$$s=\psi(y). \tag{4}$$

Нужный режим изменения продольной переменной $s(t)$ может быть задан с помощью воздействия $s_d(t)$.

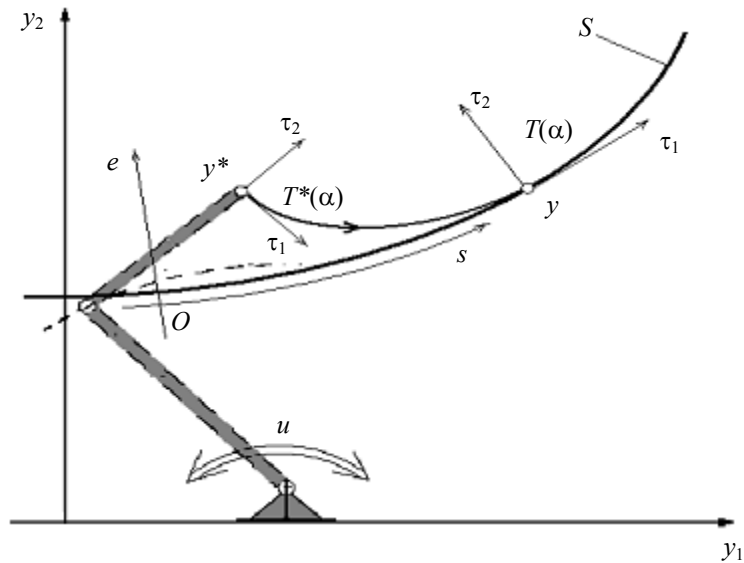


Рис. 3

Предполагается, что функции φ и ψ — гладкие и выбраны таким образом, что при $y \in S$ матрица Якоби

$$T^* = \begin{vmatrix} \tau_1^T \\ \tau_2^T \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \partial\psi / \partial y \\ \partial\varphi / \partial y \end{vmatrix} \quad (5)$$

ортогональна. Матрица T^* определяет связанный с траекторией подвижный базис, в котором τ_1 является касательным вектором, а τ_2 — ортогональным.

Основная задача управления движением механизма по заданной траектории формулируется с помощью голономных соотношений (условий координации) декартовых координат конечного звена y , которые должны выполняться в процессе его движения и вводятся уравнением (3).

Введем в рассмотрение задачно-ориентированные координаты, представленные продольной переменной s (4) и ортогональным отклонением конечной точки от кривой, заданной выражением (3):

$$e = \varphi(y). \quad (6)$$

Тогда задача управления сводится к стабилизации движения робота, при котором

$$s = s_d(t), \quad e \equiv 0, \quad \delta = 0, \quad (7)$$

где e — ортогональное отклонение конечной точки звена механизма от кривой; δ — угловые отклонения конечного звена.

Тождество $e(t) \equiv 0$ соответствует желаемому поведению системы, когда ее траектория $y(t)$ целиком лежит на заданной желаемой траектории S^* . Достижение асимптотической устойчивости такого движения является основной задачей управления. Другая задача касается управления продольной динамикой системы $s(t)$. При этом в примере с двухзвенным маятником возможность управления продольным движением отсутствует, что и определяет основные особенности управления малоприводными механизмами [5, 6].

Исходя из этого общую задачу управления движением по заданной траектории, представленную (7), можно разбить на две самостоятельные задачи обеспечения:

— желаемой продольной динамики, т.е. поддержания заданного закона изменения переменной $s(t)$;

— локальной аттрактивности S , т.е. для траекторий, начинающихся вне желаемой кривой S , необходимо обеспечить приближение конечного звена механизма к S , т.е. $e \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Анализ динамики и синтез управления. Общая процедура построения алгоритма управления движением по заданной траектории включает в себя следующие этапы:

— преобразование описания модели объекта управления с помощью вектора обобщенных координат к декартовым координатам;

— переход от декартовых координат к задачно-ориентированным: s (длина пути) и e ;

— введение в рассмотрение новых задачно-ориентированных входных переменных u_s (f_s — в случае с маятником) и u_e ;

— синтез регулятора, решающего указанную выше задачу.

Продифференцировав по времени уравнение (2), можно отыскать связи декартовых и обобщенных скоростей в виде

$$\dot{y} = C_q(q)\dot{q}, \quad (8)$$

где $C_q(q) = H(q) = \partial h / \partial q$.

Преобразование к задачно-ориентированным координатам осуществим, продифференцировав (4), (6):

$$\begin{vmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{vmatrix} = T^* \dot{y}. \quad (9)$$

Свойство 1. Для $y \in S$ матрица Якоби T^* (5) удовлетворяет уравнению типа Френе [5]

$$\dot{T}^* = \dot{s} \xi E T^*, \quad (10)$$

где ξ — кривизна траектории, заданной выражением (3), $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \in S$.

Подставив уравнение (8) в (9), получим

$$\begin{vmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{vmatrix} = T^* C_q \dot{q}. \quad (11)$$

Продифференцировав (9) и используя свойство 1, можно доказать следующее положение.

Свойство 2. В малой окрестности установившегося решения $s = s_d(t)$, $e = 0$ система (1), (2) принимает вид

$$\begin{vmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{e} \end{vmatrix} - \dot{s} \xi E \begin{vmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{vmatrix} = T^* \left[\dot{C}_q \dot{q} + C_q A(q)^{-1} (-b(q, \dot{q}) - c(q) + u) \right]. \quad (12)$$

Введем в рассмотрение задачно-ориентированные управления u_s и u_e и выберем закон управления в виде [7]

$$u = b(q, \dot{q}) + c(q) + A C_q^{-1} \left[-\dot{C}_q \dot{q} + \tilde{u} \right], \quad (13)$$

где \tilde{u} — вектор пространственного управления, определяемый как

$$\tilde{u} = T^{*-1} \begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix} = T^* \left[\dot{C}_q \dot{q} + C_q A(q)^{-1} (-b(q, \dot{q}) - c(q) + u) \right]. \quad (15)$$

Получаем слабосвязанные модели продольного движения и траекторных ошибок

$$\begin{vmatrix} \ddot{s} \\ \ddot{e} \end{vmatrix} - \dot{s} \xi E \begin{vmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix} \quad (16)$$

или раздельно

$$\ddot{s} = \xi(s) \dot{s} \dot{e} + u_s, \quad (17)$$

$$\ddot{e} = \dot{s}^2 \xi(s) + u_e. \quad (18)$$

Для того чтобы стабилизировать решение (3), сигналы управления u_e и u_s вырабатываются регуляторами [8]

$$P_1: u_e = (\dot{s})^2 \xi - k_{e1} \dot{e} - k_{e2} e, \quad P_2: u_s = k_{s1} \Delta \dot{s} + k_{s2} \Delta s, \quad (19)$$

где $\Delta s = s_d - s$ — продольная ошибка.

Выбор коэффициентов усиления k_{e1} , k_{e2} , k_{s1} , k_{s2} осуществляется из условия асимптотической устойчивости модели (17), (18), что обеспечивает точность и желаемые динамические показатели движения по заданной траектории.

Общий алгоритм управления роботом находится из уравнения (15) и принимает вид

$$u = b(q, \dot{q}) + c(q) + A(q) C_q^{-1} \left[-\dot{C}_q \dot{q} + T^{*T} \begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix} \right]. \quad (20)$$

Результаты моделирования. Синтезирована система управления механизмом при его движении по заданной прямой S :

$$S: \cos \alpha y_1 + \sin \alpha y_2 + \psi_0 = 0, \quad (21)$$

где $\alpha = -0,785$, $\psi_0 = 4,5$.

Синтезирована система управления механизмом при его движении по отрезку окружности S с радиусом R :

$$S: \frac{1}{2R} (R^2 - \Delta y_1^2 - \Delta y_2^2) = 0, \quad (22)$$

где $\Delta y_1 = y_1 - y_{01}$, $\Delta y_2 = y_2 - y_{02}$, y_{01}, y_{02} — координаты центра окружности, $R = 2,4$.

Трехзвенный манипулятор. Результаты моделирования движения трехзвенного робота-манипулятора по заданной прямой S приведены на рис. 4.

На рис. 5 представлены результаты моделирования системы при ее движении из различных начальных положений.

Результаты моделирования движения трехзвенного робота-манипулятора по отрезку заданной окружности приведены на рис. 6.

На рис. 7 представлены результаты моделирования системы при ее движении из различных начальных положений.

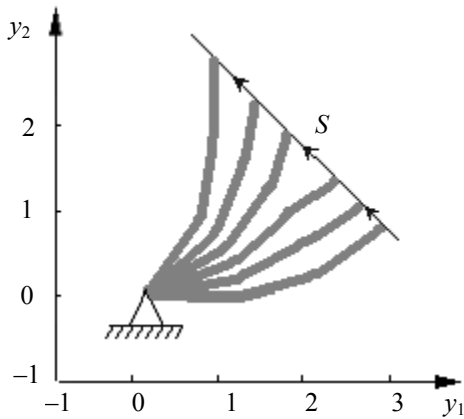


Рис. 4

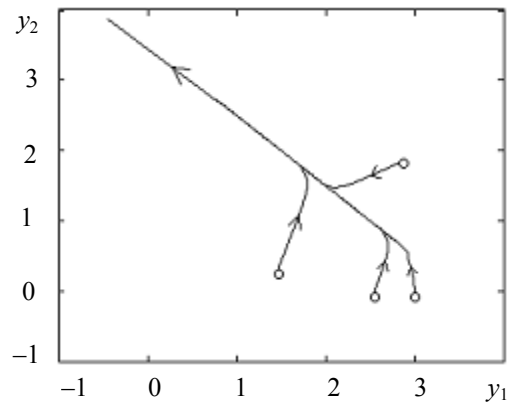


Рис. 5

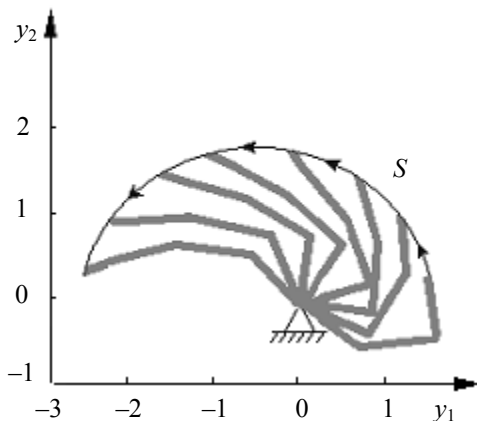


Рис. 6

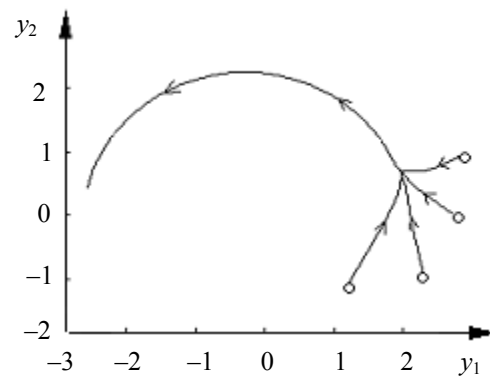


Рис. 7

Двухзвенный маятник. Результаты моделирования движения двухзвенного маятника по заданной прямой приведены на рис. 8 (α — угловое отклонение от заданной прямой).

Результаты моделирования движения двухзвенного маятника по заданной окружности приведены на рис. 9.

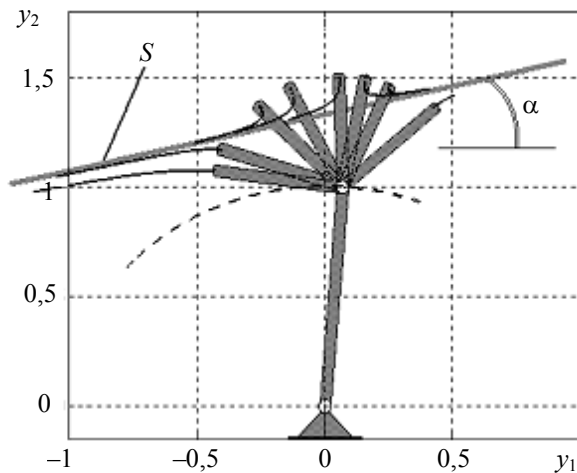


Рис. 8

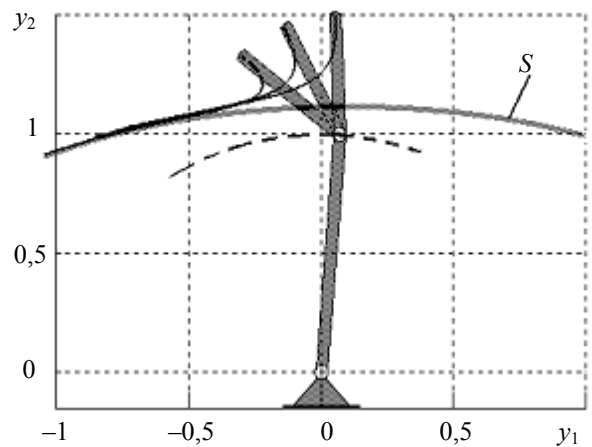


Рис. 9

При этом в случае двухзвенного маятника возможность управления продольным движением отсутствует, что и определяет основные особенности данной задачи.

Результаты моделирования рассмотренных систем для различных начальных положений звеньев показывают хорошую сходимость траекторий к заданным траекториям и асимптотическую устойчивость систем.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ № МК-3486.2009.8.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Miroshnik I. V. and Nikiforov V. O. Trajectory motion control and coordination of multilink robots // 13th IFAC World Congress. San-Francisco, 1996. Vol. A. P.361—366.
2. Miroshnik I. V. Attractors and partial stability of nonlinear dynamical systems // 5th IFAC Symp. on Nonlinear Control Systems (NOLCOS'01). St. Petersburg, 2001. Vol. 3. P. 848—853.
3. Miroshnik I. V., Chepinsky S. A. Trajectory control of underactuated mechanisms // 2nd IFAC Conf. on Mechatronic Systems. Berkley, 2002. P. 46—51.
4. Chepinsky S. A. Trajectory control system for two-link underactuated mechanisms // 9th Int. Student Olympiad on Automatic Control (Baltic Olympiad). St. Petersburg, 2002. P. 15—19.
5. Miroshnik I. V., Chepinsky S. A. Trajectory motion control of underactuated manipulators // 7th IFAC Symp. on Robot Control. Wroclaw, Poland, 2003. P. 78—82.
6. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000.
7. Мирошник И. В., Чепинский С. А. Управление многозвенными кинематическими механизмами // Науч.-технич. вестн. СПбГИТМО (ТУ). Вып. 3. Физические процессы, системы и технологии точной механики. 2002. С. 144—149.
8. Мирошник И. В., Чепинский С. А. Траекторное управление кинематическими механизмами нетривиальной конструкции // Науч.-технич. вестн. СПбГИТМО. Вып. 14. Информационные технологии, вычислительные и управляющие системы. 2004. С. 5—10.

Сведения об авторах

Александр Борисович Бушуев

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: bushuev@inbox.ru

- Елена Геннадьевна Исаева** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: isaeva_elena@inbox.ru
- Сергей Николаевич Морозов** — студент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: sirozha_86@mail.ru
- Сергей Алексеевич Чепинский** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: chepinsky_s@hotmail.com

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
01.07.09 г.