

Р. А. АЛЕКСЕЕВ, Ю. П. КОТЕЛЬНИКОВ

## ФОРМИРОВАНИЕ ЗАДАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ДВИЖЕНИЕ ДВУНОГОГО ШАГАЮЩЕГО РОБОТА В САГИТТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Рассматривается задача синтеза комфортного движения корпуса двуногого робота путем задания в декартовых координатах программных траекторий таза и стоп и предлагается аналитический подход к получению задающих воздействий на приводы исполнительного механизма.

*Ключевые слова:* кинематическая цепь, комфортное движение, программные траектории, прямая и обратная задачи кинематики, центр инерции.

**Введение.** Для программирования движений двуногого шагающего робота (ДШР) необходимо задать либо согласованные (в смысле физической реализуемости кинематической схемой) траектории всех звеньев механизма в обобщенных координатах [1], либо программные траектории некоторых звеньев механизма в декартовых координатах [2—5]. Вычисление на их основе задающих воздействий (ЗВ) на приводы исполнительного механизма (ИМ) составляет обратную задачу кинематики (ОЗК), решение которой неоднозначно для механизмов с числом звеньев более одного [4, 6—9].

В настоящей работе предложено аналитическое решение ОЗК методом разделения ее на составляющие частные ОЗК двузвенных механизмов (двузвенников), для которых известен закон движения в декартовых координатах, с последующим нахождением ЗВ по теореме косинуса для треугольников, образованных этими двузвенниками.

**Постановка задачи.** Для заданного ДШР, кинематическая схема которого приведена на рис. 1, необходимо обеспечить движение таза в сагиттальной плоскости. Рассмотрим решение поставленной задачи для случая, когда в декартовых координатах заданы программные движения корпуса и маховой стопы, по которым следует определить программные задающие воздействия на приводы ИМ, обеспечивающие движение таза на высоте  $h_0(t)$  над опорной поверхностью со скоростью  $V(t)$ , в частности, комфортное движение таза, если значения  $h_0$  и  $V$  постоянны.

**Фазы и параметры движения ДШР.** Пусть движение ДШР [3, 10, 11] включает следующие четыре фазы (см. рис. 1, здесь и далее на рисунках правая нога обозначена сплошной линией, левая — штриховой):

- А (одноопорная) — перемещение корпуса и правой ноги с опорой на левую;
- Б (двухопорная) — перенос тяжести корпуса с левой ноги на правую ногу с опорой на обе;
- В (одноопорная) — перемещение корпуса и левой ноги с опорой на правую;
- Г (двухопорная) — перенос тяжести корпуса с правой ноги на левую с опорой на обе

ноги.

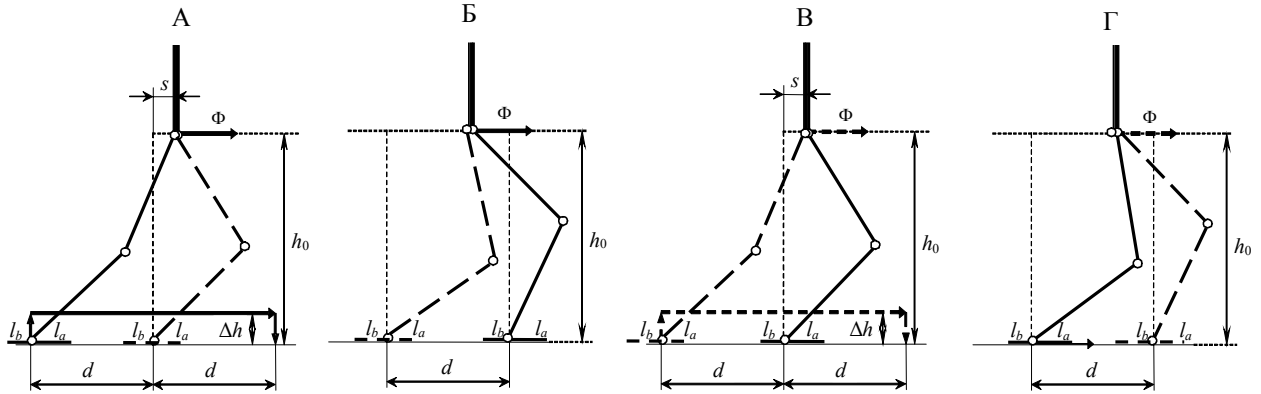


Рис. 1

Параметрами, определяющими походку робота, являются:  $\Phi(x(t), y(t))$  — траектория движения таза,  $\Phi_{п}(x(t), y(t))$ ,  $\Phi_{л}(x(t), y(t))$  — траектории движения правой и левой стоп соответственно,  $h_0$  — желаемая высота движения таза,  $\Delta h$  — максимальная высота подъема стопы над опорной поверхностью,  $d$  — длина одного шага,  $l_a$  — длина носочной части стопы (от голеностопа до носка),  $l_b$  — длина пяточной части стопы (от голеностопа до пятки),  $s$  — начальный фазовый сдвиг таза (относительно голеностопа) [4, 7, 8].

Траектория корпуса параллельна опорной поверхности, а из возможного разнообразия траекторий стоп рассмотрим следующие два вида (рис. 2, сплошными линиями показаны траектории (правой стопы и таза) при шаге правой ногой, пунктиром — траектории (левой стопы и таза) при шаге левой ногой): П-образная траектория (рис. 2, а), содержащая последовательный подъем (подфазы А<sub>1</sub>/В<sub>1</sub>), перенос (подфазы А<sub>2</sub>/В<sub>2</sub>) и опускание (подфазы А<sub>3</sub>/В<sub>3</sub>) стопы, и Л-образная (рис. 2, б) траектория с дуговой верхней частью, совмещающая подъем (А<sub>1</sub>/В<sub>1</sub>) и опускание (А<sub>3</sub>/В<sub>3</sub>) с переносом (А<sub>2</sub>/В<sub>2</sub>).

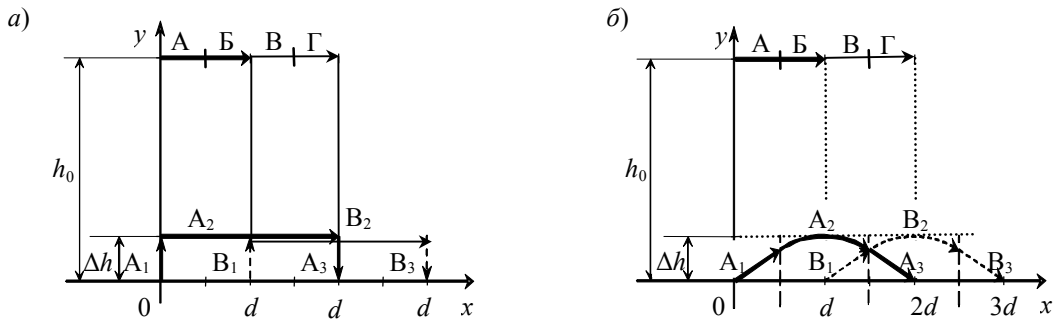


Рис. 2

**Системы координат.** Для математического описания ДШР [6, 12] введены (рис. 3) декартовы системы координат:  $O_{0п}x_{0п}y_{0п}$  (далее — СК<sub>п</sub>), связанная с правой стопой ДШР (рис. 3, а),  $O_0x_0y_0$  (далее — СК), связанная с корпусом ДШР (рис. 3, б),  $O_{0л}x_{0л}y_{0л}$  (далее — СК<sub>л</sub>), связанная с левой стопой ДШР (рис. 3, в).

СК<sub>п</sub> позволяет рассматривать ИМ в фазах А и Б, а СК<sub>л</sub> — в фазах В и Г. Векторы обобщенных координат  $\Theta' = [\theta'_1 \theta'_2 \theta'_3 \theta'_4 \theta'_5 \theta'_6]^T$  однозначно определяют в СК<sub>п</sub> или СК<sub>л</sub> как расположение отдельных звеньев (корпуса, бедер, голеней, стоп), так и конфигурацию ДШР в целом (здесь и далее штрихом обозначается принадлежность системы координат к одной из стоп ДШР). СК введена для пересчета обобщенных координат из СК<sub>п</sub> и СК<sub>л</sub> с целью получения

вектора  $\Theta = [\theta_{1л} \theta_{1п} \theta_{2л} \theta_{2п} \theta_{3л} \theta_{3п}]^T$ , определяющего относительные углы поворота звеньев. Координаты в СК однозначно определяют положение механизма при условии, что одна из стоп (опорная) прилегает к опорной поверхности.

Обобщенные координаты в СК однозначно можно получить [3, 10, 11], используя следующие выражения из СК<sub>л</sub>:

$$\theta_{3л} = \pi - \theta'_{1л}, \theta_{2л} = -\theta'_{2л}, \theta_{1л} = -\theta'_{3л}, \theta_0 = \theta'_{1л} + \theta'_{2л} + \theta'_{3л} - \pi, \theta_{1п} = \theta'_{4л} - \pi, \theta_{2п} = \theta'_{5л}, \theta_{3п} = \theta'_{6л}$$

или из СК<sub>п</sub>:

$$\theta_{3п} = \pi - \theta'_{1п}, \theta_{2п} = -\theta'_{2п}, \theta_{1п} = -\theta'_{3п}, \theta_0 = \theta'_{1п} + \theta'_{2п} + \theta'_{3п} - \pi, \theta_{1л} = \theta'_{4п} - \pi, \theta_{2л} = \theta'_{5п}, \theta_{3л} = \theta'_{6п}.$$

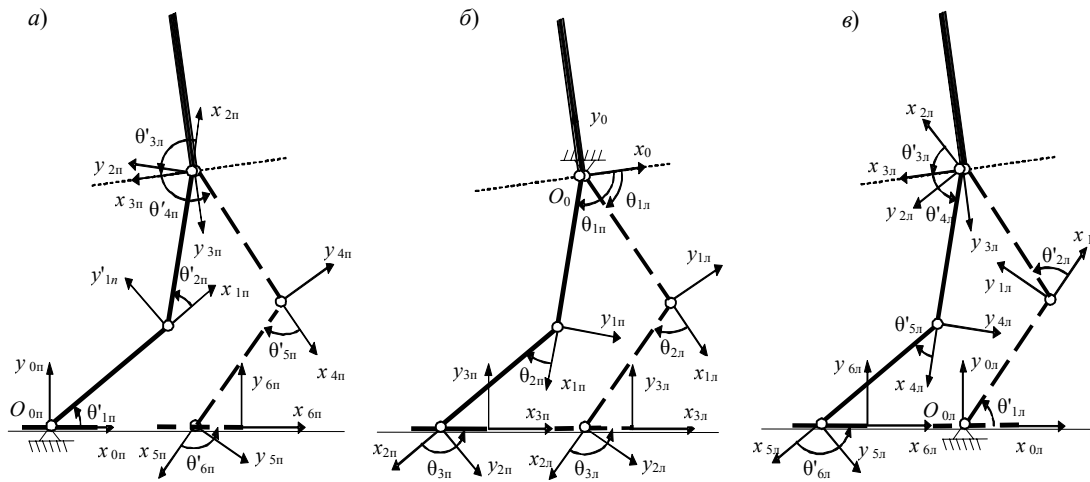


Рис. 3

**Условие кинематической реализуемости походки ДШР.** Программное движение корпуса, бедер, голени и стоп при заданной кинематической схеме и параметрах ДШР возможно только в случае, если выполняются условия кинематической реализуемости походки. Исходя из геометрических параметров ИМ и параметров ходьбы ДШР получено кинематическое условие реализуемости походки:

$$(d+s)^2 + h_0^2 \leq (l_b + l_r)^2, \quad (1)$$

где  $l_b$  и  $l_r$  — длина бедра и голени БШР соответственно. Обращение неравенства (1) в равенство при фиксированных  $s$  и  $h_0$  позволяет определить наибольшую длину шага ( $d_{\max}$ ):

$$d_{\max} = \sqrt{(l_b + l_r)^2 - h_0^2} - s.$$

**Условие отсутствия неуправляемого движения.** Потребуем, чтобы походка ДШР в сагиттальной плоскости была устойчивой, т.е. чтобы во всех фазах движения стопа опорной ноги не отрывалась носком или пяткой от опорной поверхности под действием моментов сил тяжести звеньев. В противном случае ДШР будет совершать неуправляемое движение, обусловленное моментами сил тяжести звеньев, действующих относительно точки  $O'_0$  — начала координат опорной ноги, которые можно определить как

$$M_i = \sum_{k=i}^6 \left( G_k \left( \sum_{n=i}^{k-1} \left( l_n \cos \left( \sum_{j=1}^n \theta_j \right) \right) + \rho_k \cos \left( \sum_{j=1}^k \theta_j \right) \right) \right), \quad (2)$$

где  $G_k$  — вес  $k$ -го звена,  $l_k$  — расстояние от  $k$ -го сочленения до  $(k+1)$ -го сочленения,  $\rho_k$  — расстояние от  $k$ -го сочленения до центра масс  $k$ -го звена,  $\theta_j$  — угол поворота  $j$ -го звена относительно  $(j-1)$ -го звена.

Как известно, во всех фазах движения [4, 8] существует центр инерции, в проекции которого на опорную поверхность совокупная реакция последней уравнивает все силы тяжести звеньев ИМ:

$$R_{\Sigma} = \sum_{i=0}^6 G_i.$$

Из уравнения баланса моментов относительно точки  $O'$

$$R_{\Sigma} x_{\text{ци}} = \sum_{i=0}^6 M_i$$

можно определить  $x_{\text{ци}}$  — продольную координату центра инерции.

Условием отсутствия неуправляемого движения ДШР (см. рис. 1) под действием статических моментов (2) является невыход проекции центра инерции в одноопорных фазах движения за пределы опорной стопы  $l_b \leq x_{\text{ци}} \leq l_a$ , а в двухопорных фазах движения за пределы обеих стоп и промежутка между ними  $l_b \leq x_{\text{ци}} \leq d + l_a$ . Тогда на стыках фаз можно записать условия устойчивого отрыва стопы

$$l_b \leq x_{\text{ци}} \tag{3a}$$

и устойчивой постановки стопы

$$x_{\text{ци}} \leq l_a. \tag{3б}$$

Полученные условия (1) и (3) должны быть выполнены при расчете программных траекторий движения ДШР.

**Расчет программных траекторий в декартовых координатах.** Движение ДШР с заданной траекторией таза определяется траекториями движения ног. В работе рассматривается решение поставленной задачи путем задания желаемых траекторий таза и стоп в декартовых координатах с последующим определением желаемых обобщенных координат через ОЗК. Для выработки желаемых траекторий движения стоп и таза (обозначены „звездочкой“) необходимо формировать для шага правой ногой (фазы А—Б) траектории правой стопы  $(x_{5\text{п}}^*(t), y_{5\text{п}}^*(t))$  и таза  $(x_{2\text{л}}^*(t), y_{2\text{л}}^*(t))$  в СК<sub>л</sub>, а для шага левой ногой (фазы В—Г) траектории левой стопы  $(x_{5\text{п}}^*(t), y_{5\text{п}}^*(t))$  и таза  $(x_{2\text{п}}^*(t), y_{2\text{п}}^*(t))$  в СК<sub>п</sub>. Дополнительным условием при ходьбе является поддержание перемещаемой стопы всегда в горизонтальном положении, что соответствует выполнению условия  $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 + \theta_6 = 2\pi$ .

**Основной результат. Решение ОЗК и исходное положение робота.** По заданным желаемым траекториям таза и маховой стопы ДШР при неподвижной опорной стопе требуется определить задающие воздействия на шесть приводов ИМ, т. е.  $\theta_{\text{ин}}(t)$  и  $\theta_{\text{ин}}(t)$  при  $i = 1, 2, 3$ . Задача упрощается, если из СК<sub>п</sub> или СК<sub>л</sub> перейти в СК и получить желаемые траектории голенистопопов  $(x_{2\text{п}}^*(t), y_{2\text{п}}^*(t))$ ,  $(x_{2\text{л}}^*(t), y_{2\text{л}}^*(t))$  относительно начала координат  $O_0$  (таза ДШР). Таким образом, ОЗК для всего робота распадается на две независимые локальные ОЗК для двухзвенников (правой и левой ног). Используя теорему косинуса для треугольников  $O_0O_1O_2$  и  $O_3O_4O_5$ , можно получить ЗВ на приводы ДШР (желаемые углы взаимной ориентации звеньев):

$$\theta_1^* = -\arccos \frac{x_2^*(l_1 + l_2 \cos \theta_2^*) + y_2^* l_2 \sin \theta_2^*}{l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos \theta_2^*},$$

$$\theta_2^* = -\arccos \frac{l_1^2 + l_2^2 - x_2^{*2} + y_2^{*2}}{2l_1 l_2}, \quad \theta_3^* = -\theta_1^* - \theta_2^*.$$

Отметим, что знак минус перед функцией арккосинуса соответствует движениям „коленом вперед“, это снимает неоднозначность решения ОЗК. Решение ОЗК при желаемом исходном положении робота позволяет получить обобщенные координаты исходного положения, которые предварительно должны быть заложены в исследуемую симуляционную модель ИМ.

В работе исследовано движение ДШР (см. рис. 2) с постоянной скоростью горизонтального движения таза  $V$  и трапецеидальной линейной скоростью стоп.

Полученные в результате компьютерного моделирования с помощью MatLab-Simulink программные траектории обобщенных координат, обеспечивающие комфортное движение ДШР, приведены на рис. 4 (а — П-образная траектория стоп, б — Л-образная траектория стоп со скругленной вершиной). Здесь программные обобщенные координаты для ИМ приводов обозначены следующим образом: „квадрат“ —  $\theta_{1П}^*$  (правый тазобедренный), „треугольник“ —  $\theta_{2П}^*$  (правый коленный), „круг“ —  $\theta_{1Л}^*$  (левый тазобедренный), „ромб“ —  $\theta_{2Л}^*$  (левый коленный). Из рис. 4 видна гладкость задающих воздействий.

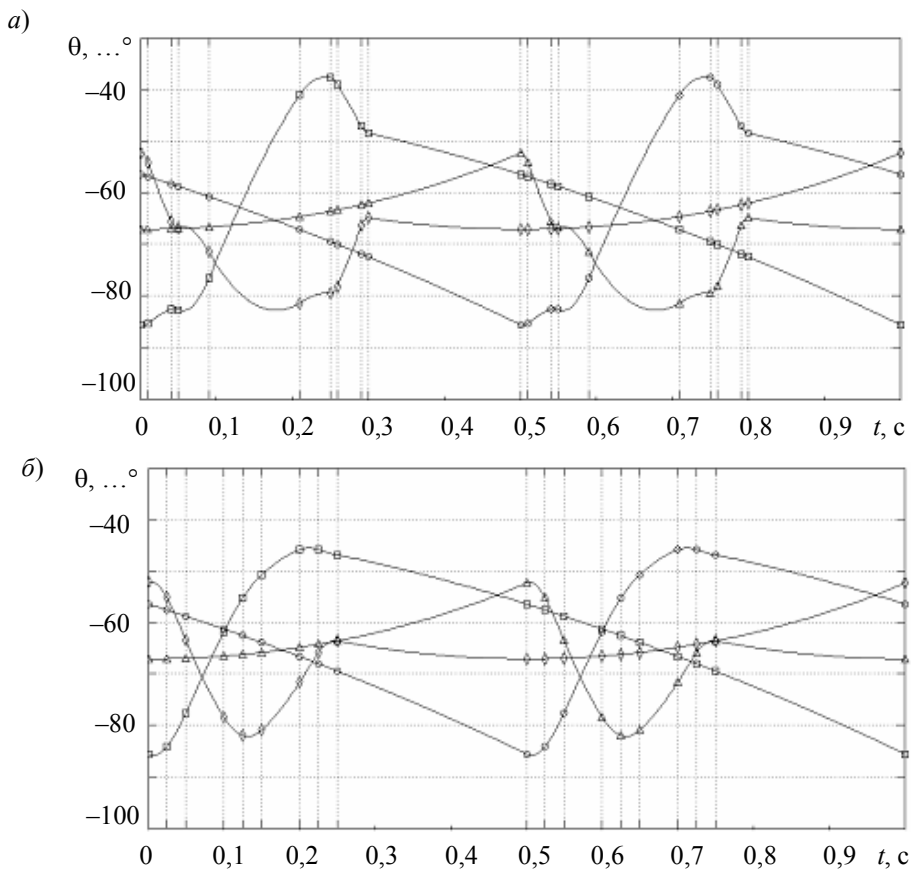


Рис. 4

Анализ графиков желаемых траекторий относительного движения звеньев показал, что изменения обобщенных координат могут быть описаны полиномами времени не выше второго порядка. Следовательно, приводы отдельных степеней подвижности должны обладать астатизмом по отношению ко входному воздействию как минимум третьего порядка. Тогда в точке постановки стопы на опорную плоскость будет обеспечена нулевая ошибка позиционирования.

**Заключение.** В работе приведены аналитические выражения для определения программных траекторий движения таза и стоп в декартовых координатах и получения затем на их основе задающих воздействий на приводы ДШР. Рассмотрены разные виды программных траекторий корпуса и стоп ДШР, обеспечивающих комфортное движение корпуса робота. Про-

веден анализ полученных при этом задающих воздействий. Даны рекомендации по синтезу системы управления локальными приводами исполнительного механизма.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Формальский А. М.* Перемещение антропоморфных механизмов. М.: Наука, 1982.
2. *Белецкий В. В., Бербюк В. Е.* Нелинейная модель двуногого шагающего аппарата, снабженного управляемыми стопами. М.: Наука, 1982.
3. *Алексеев Р. А., Котельников Ю. П.* Расчет задающих воздействий для двуногого робота // Межвуз. сб. Проблемы машиноведения и машиностроения. СПб: СЗГУ, 2007. Вып. 37. С. 147—155.
4. *Белецкий В. В.* Двуногая ходьба: Модельные задачи динамики и управления. М.: Наука, 1984.
5. *Бербюк В. Е.* Динамика и оптимизация робототехнических систем. Киев: Наукова думка, 1989.
6. *Медведев В. С., Лесков А. Г., Ющенко А. С.* Системы управления манипуляционных роботов. М.: Наука, 1978.
7. *Чигарев А. В., Михасев Г. И.* Биомеханика: Учеб. пособие. Минск: УП Технопринт, 2004.
8. *Вукобратович М. К.* Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. М.: Мир, 1976.
9. *Fujimoto Yasutaka, Obata Satoshi, Kawamura Atsuo.* Robust Biped Walking with Active Interaction Control between Foot and Ground // Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. Leuven, Belgium, 1998. P. 2030—2035.
10. *Алексеев Р. А., Мирошник И. В.* Разработка алгоритма ходьбы двуногого робота // Науч.-технич. вестн. СПбГУ ИТМО. 2006. Вып. 28. С. 123—132.
11. *Алексеев Р. А.* Моделирование циклических процессов при передвижении двуногого робота // Науч.-технич. вестн. СПбГУ ИТМО. 2006. Вып. 33. С. 35—47.
12. *Chevallereau C., Abba G., Aoustin Y., Plestan F., Westervelt E. R., Canudas-de-Wit C. and Grizzle J. W.* RABBIT: A Testbed for Advanced Control Theory // IEEE Control Systems Magazine. 2003. Vol. 23, N 5. P. 57—79.

#### Сведения об авторах

- Ростислав Александрович Алексеев** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: RostAlexeev@yandex.ru
- Юрий Петрович Котельников** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: Kotel@mail.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой  
систем управления и информатики

Поступила в редакцию  
01.07.09 г.