УДК 517.938

А. Е. Курасов, И. Ю. Попов

ВХОДНОЕ УСТРОЙСТВО ДЛЯ КВАНТОВОГО КОМПЬЮТЕРА НА ЭЛЕКТРОНАХ В СВЯЗАННЫХ ВОЛНОВОДАХ

Сформулированы требования к входному устройству для квантового компьютера, в качестве элементной базы которого используются электроны в связанных волноводах. Предложена принципиальная модель данного модуля на основе задачи о генераторе начального состояния для такого компьютера. Выведены и численно промоделированы уравнения для конкретной реализации предложенной модели с использованием одномерной ограниченной параболической потенциальной ямы.

Ключевые слова: *квантовый компьютер, квантовая яма, начальное состояние.*

Введение. В последнее время активно ведутся исследования в области квантовых вычислений [1, 2]. Квантовый компьютер — это вычислительная машина, которая за один такт своей работы производит действия над всем доступным ей объемом памяти [1]. За счет такого эффекта квантовые компьютеры принципиально превосходят существующие классические в решении некоторых трудоемких задач. В частности, доказано, что квантовый компьютер решает задачу факторизации за полиномиальное время [1], что позволяет расшифровывать RSA-код за приемлемое время.

Задача построения квантового компьютера была декомпозирована на следующие подзадачи [1]: создание генератора начального состояния, создание достаточно большого числа кубитов, реализация одно- и двукубитных операций и реализация процесса считывания финального состояния квантового компьютера — перевод квантовой информации в классическую.

Предложенные для создания квантового компьютера классические варианты архитектуры [1—6] не позволяют решить одну или несколько поставленных задач, поэтому были предложены новые оригинальные варианты архитектуры. Одним из таких предложений было создать квантовый компьютер на связанных электронах в волноводах [7—11]. В данной архитектуре кубитом является пара связанных волноводов, в которых находится один электрон. Базовыми для кубита являются состояния, в которых электрон с вероятностью единица находится в одном из волноводов. На пути развития этой архитектуры был достигнут ряд успехов [7—11]. Настоящая работа посвящена решению задачи создания генератора начального состояния для предложенной архитектуры.

Принципиальная модель. Начальным состоянием квантового компьютера на связанных электронах в волноводах является следующее: в каждом волноводе находится по одному электрону в некотором состоянии (одинаковом для всех электронов компьютера), которое считается нулевым в данной архитектуре, эти электроны *когерентны* друг другу. Когерентность электронов является необходимым условием корректной работы данного квантового компьютера.

В качестве генератора предлагается использовать устройство, состоящее из нескольких ловушек (по одной на каждый волновод), каждая из которых держит по одному электрону перед своим волноводом и по внешнему сигналу выпускает их в волновод достаточно быстро, чтобы эти электроны были когерентными. Предполагается, что внешний сигнал подается одновременно на все ловушки и когерентность зависит только от времени вылета электрона. Необходимо, чтобы электрон в отсутствие сигнала находился в ловушке большое время по сравнению со временем работы квантового компьютера. Поставленные условия сводятся к одному: отношение времен жизни электрона в ловушке без сигнала и с наличием сигнала должно быть достаточно большим. В качестве сигнала используется однородное электрическое поле. Потенциальная яма, характеризующая ловушку, может быть произвольной формы, в частности можно использовать одну из моделей квантовых точек.

Уравнения для одной из возможных реализаций. Время срабатывания одноэлектронного устройства можно грубо оценить как время жизни электрона в потенциальной яме соответствующей ловушки. В свою очередь, время жизни электрона будет считаться пропорциональным мнимой части волнового числа k, соответствующего резонансному состоянию системы вблизи энергетического уровня, на котором находится электрон.

В настоящей работе произведены расчеты для ловушки, состоящей из одномерной ограниченной параболической потенциальной ямы, потенциальная энергия которой $U(x)$ описывается следующими формулами:

$$U = 0 : x < -d,$$
$$U = \lambda^2 x^2 : -d \le x \le d,$$
$$U = \infty : x > d,$$

где $2d$ — ширина ямы, а λ — параметр, характеризующий форму ямы.

Данный выбор формы потенциала обусловлен тем, что при добавлении к такому потенциалу линейного форма останется неизменной: $\lambda x^2 + Ex = \lambda\left(x + x_0\right)^2 + \gamma$, где E — напряженность внешнего электрического поля, x_0 пропорционален E, а γ — E^2. Будем считать напряженность поля достаточно небольшой, чтобы можно было пренебречь γ.

Уравнение для волновой функции ψ в области ловушки $x \in \left[-d + x_0, d - x_0\right]$ имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left(k^2 - \lambda^2 x^2\right)\psi = 0.$$

Данное уравнение имеет следующее решение:

$$A_1 e^{ikx} + A_2 e^{-ikx} : x < -d + x_0,$$
$$C_1 \psi_1 + C_2 \psi_2 : x \in \left[-d + x_0, d - x_0\right],$$

где ψ_1 и ψ_2 — частные решения стационарного уравнения Шредингера в области параболического потенциала, а A_1, A_2, C_1, C_2 — константы, зависящие от k. Не уменьшая общности, можно считать ψ_1 симметричной, а ψ_2 — антисимметричной функцией.

Резонансному состоянию соответствуют условия $A_1 = 0$ и $A_2 \ne 0$. Для определенности положим $A_2 = 1$ и, сшивая решения на границе, получим следующую систему:

$$\left.\begin{array}{l} C_1 \psi_1 (d + x_0) + C_2 \psi_2 (d + x_0) = 0, \\ C_1 \psi_1 (-d + x_0) + C_2 \psi_2 (-d + x_0) = e^{ikd}, \\ C_1 \dfrac{\partial \psi_1 (-d + x_0)}{\partial x} + C_2 \dfrac{\partial \psi_2 (-d + x_0)}{\partial x} = -ike^{ikd}. \end{array}\right\}$$

Учитывая также симметричные свойства ψ_1 и ψ_2, обозначив

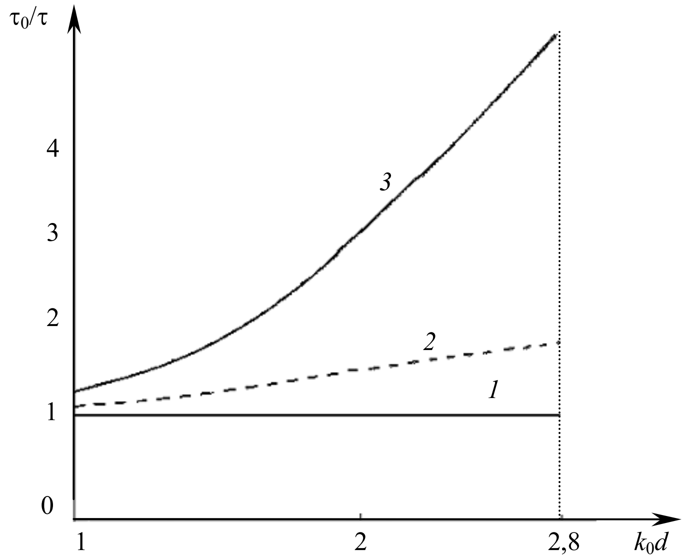
$$\theta_i = \frac{\dfrac{\partial \psi_i (d)}{\partial x}}{\psi_i (d)} \text{ и } \gamma_i = \frac{\psi_i (d - x_0)}{\psi_i (d + x_0)},$$

можно получить следующее уравнение для k, соответствующего резонансу:

$$\theta_1 \gamma_2 + \theta_2 \gamma_1 = ik\left(\gamma_1 + \gamma_2\right). \quad (1)$$

Численное моделирование полученных уравнений. Обычно значение k, соответствующее резонансу, близко к некоторому энергетическому уровню, более того, обычно рядом с каждым энергетическим уровнем находится свой резонанс. Поэтому решение уравнения (1) можно искать в виде $k = k_0 + k_1$, где k_0 соответствует интересующему нас энергетическому уровню (использовался первый уровень бесконечной параболической потенциальной ямы). Соответственно решения ψ_i представлялись в виде: $\psi_i = \psi_{i0} + k_1\psi_i^k$, где ψ_{i0} — решения, соответствующие случаю $k = k_0$, а значение ψ_i^k находилось из исходного уравнения Шредингера путем варьирования k. Необходимым условием применимости данного приближения является $|k_1| << k_0$.

С помощью представленного метода были рассчитаны значения времени жизни электрона в яме (см. рисунок) в отсутствие поля (*1*), со слабым полем (*2* — $k_0x_0 = 0{,}1$), с сильным полем (*3* — $k_0x_0 = 0{,}3$). Здесь τ_0 — время жизни электрона в яме при отсутствии поля и τ — время жизни электрона в яме при наличии поля.



Из рисунка видно, что отношение времен растет экспоненциально с ростом ширины ямы. Также видно, что значение параметра этого экспоненциального роста увеличивается с возрастанием напряженности внешнего поля. Это означает, что выбором энергии электрона, параметров ловушки и воздействующего электрического поля можно добиться ситуации, при которой время жизни электрона в ловушке без поля будет много больше времени работы квантового компьютера, а время жизни электрона в ловушке будет меньше времени когерентности электронов, что является достаточным условием для работы генератора начального состояния.

Таким образом, предложена идея реализации входного устройства для квантового компьютера на системе связанных квантовых волноводов. Построена и исследована соответствующая математическая модель. Проведено численное моделирование. Показана возможность реализации и предложен способ анализа связи параметров устройства и характеристик системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Валиев К. А., Кокин А. А.* Квантовые компьютеры: надежды и реальность. М.—Ижевск: РХД, 2001. 350 с.

2. *Feynman R.* Quantum mechanical computers // Optics News. February. 1985. Vol. 11. P. 11.

3. *Kane B. E.* A Silicon-based Nuclear spin Quantum Computer // Nature. 1998. Vol. 393, N 5. P. 133—137.

4. *Tanamoto T.* Quantum Computation by Coupled Quantum Dot System and Controlled NOT Operation. 1999 [Electronic resource]: <quant-ph/9902031>.

5. *Wiseman H. M., Utami D. W., Sun H. B., Milburn G. J., Kane B. E., Dzurak A., Clark R. G.* Quantum Measurements of Coherence in Coupled Quantum Dots. 2000 [Electronic resource]: < Xiv:quant-ph/0002279>.

6. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. Ф.* Квантовая механика. М.: Физматгиз, 1974.

7. *Gortinskaya L. V., Popov I. Yu., Tesovskaya E. S.* Laterally coupled waveguides with Neumann boundary condition: formal asymptotic expansions // Proc. Int. Seminar ®Day on Diffraction' 2003. St. Petersburg, 2003. P. 52.

8. *Popov I. Yu., Gortinskaya L. V., Gavrilov M. I., Pestov A. A., Tesovskaya E. S.* Weakly coupled quantum wires and layers as an element of quantum computer // Int. Conf. „Quantum Physics and Computation", QPC 2005. Dubna, 2005. P. 8.

9. *Popov I. Yu., Gortinskaya L. V., Gavrilov M. I., Pestov A. A., Tesovskaya E. S.* Quantum computer elements based on coupled quantum waveguides // Письма в ЭЧАЯ. 2007. Т. 4, № 2(138). С.237—243.

10. *Gavrilov M. I., Gortinskaya L. V., Pestov A. A., Popov I. Yu., Tesovskaya E. S.* Quantum Algorithms Implementation Using Quantum Wires System // Proc. ICO Top. Meeting on Optoinformatics Information Photonics. 2006. P. 327—329.

11. *Павлов Б. С., Попов И. Ю., Першенко О. С.* // Изв. вузов. Приборостроение. 2000. Т. 45, № 1—2. С. 31.

Сведения об авторах

Александр Евгеньевич Курасов — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра высшей математики; E-mail: akurasov@gmail.com

Игорь Юрьевич Попов — д-р физ.-мат. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра высшей математики; заведующий кафедрой;
E-mail: popov@mail.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой
высшей математики

Поступила в редакцию
29.04.09 г.